



Die umfangreiche und historisch bedeutsame Sammlung von über 400 mathematischen Modellen an der Universität Tübingen geht vor allem auf die Initiative des Mathematikers Alexander von Brill (1842–1935) sowie seiner Kollegen und Schüler gegen Ende des 19. und zu Beginn des 20. Jahrhunderts zurück. Erstmals dokumentiert und erforscht die hier vorliegende Publikation den wichtigsten Teil dieser Sammlung anhand zahlreicher Quellen, historischer Inventare und neuer Fotografien. Sie erläutert ihre Geschichte, die Rolle Brills und seiner Kollegen, kontextualisiert die Einzelmodelle und öffnet in wissenschaftlichen Beiträgen kulturhistorische Perspektiven, die neue Erkenntnisse zur deutschen Ausstellungs-, Fach-, Verlags- und Wissenschaftsgeschichte liefern. Das Buch entstand aus einem überdisziplinären Praxisseminar mit Studierenden im Rahmen des Masterprofils „Museum & Sammlungen“ am Museum der Universität Tübingen MUT. Dem Praxisseminar ging in den Jahren 2015 bis 2017 die Einrichtung der Dauerausstellung der mathematischen Modelle im Fachbereich Mathematik voraus. Mit dieser Publikation, die zugleich Grundlage weiterer Forschungen bildet, gelang ein wichtiger Schritt zur Neubewertung, Nutzung und Erforschung der Sammlung.

400 Seiten mit 400 durchgehend farbigen Abbildungen
ISBN 978-3-9819182-0-5



Mathematik mit Modellen



Mathematik mit Modellen



Ernst Seidl, Frank Loose, Edgar Bierende (Hg.)



Schriften des Museums der Universität Tübingen MUT
Herausgegeben von Bernd Engler und Ernst Seidl
Band 16

Herausgegeben von
Ernst Seidl, Frank Loose, Edgar Bierende

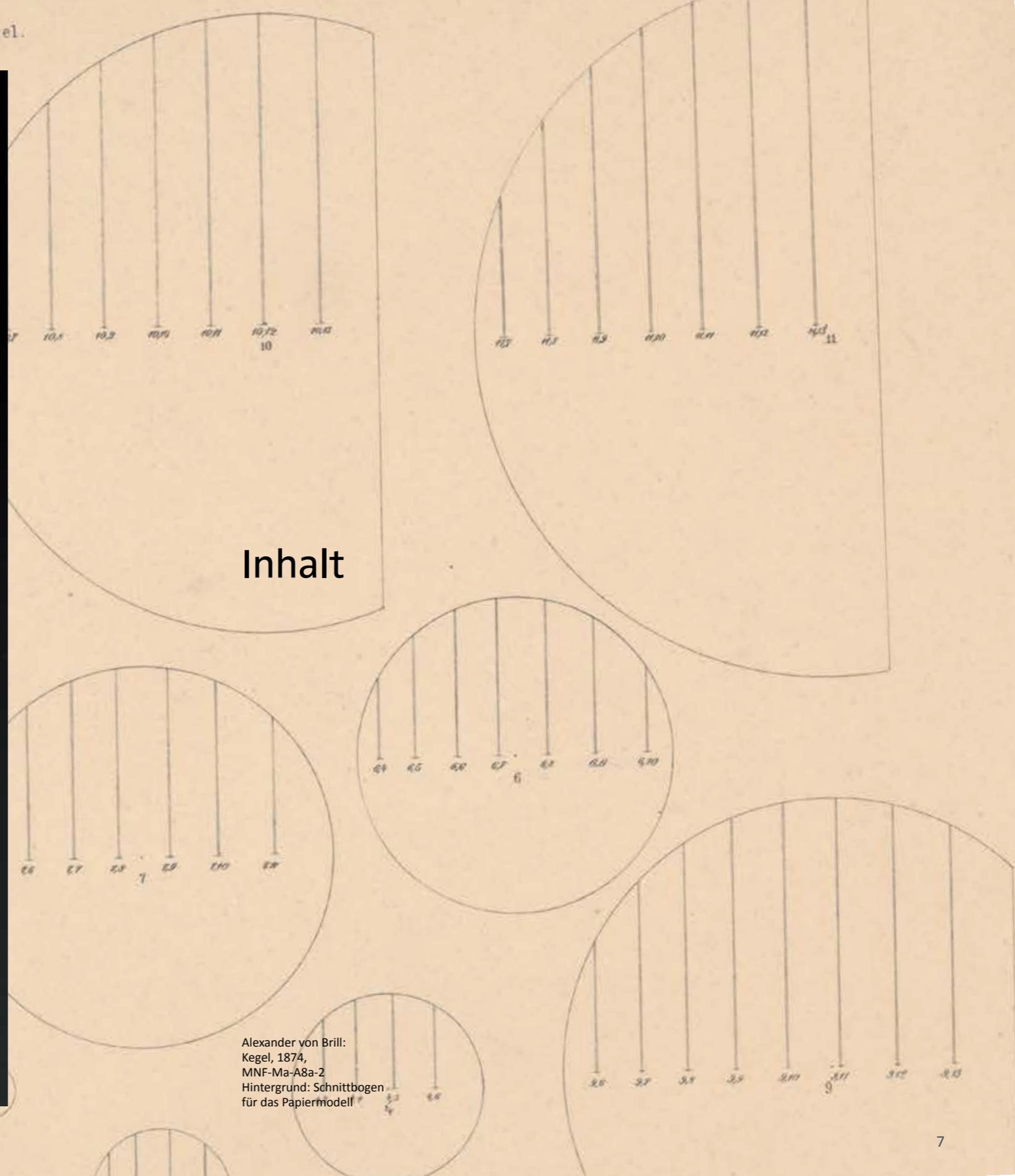
Mathematik mit Modellen

Alexander von Brill und die Tübinger Modellsammlung

Diese Publikation entstand in einem zweisemestrigen Praxisseminar mit Studierenden im Rahmen des Masterprofils „Museum & Sammlungen“ am Museum der Universität Tübingen MUT in enger Zusammenarbeit mit dem Fachbereich Mathematik der Universität Tübingen.

Alle Rechte vorbehalten.
© 2018 Universität Tübingen
www.unimuseum.de

ISBN 978-3-9819182-0-5



Inhalt

Alexander von Brill:
Kegel, 1874,
MNF-Ma-A8a-2
Hintergrund: Schnittbogen
für das Papiermodell

Mit Texten von
Gerhard Betsch, Edgar Bierende, Daniel Aguila Bonow, Carla Cederbaum,
Hanna G. Diedrichs genannt Thormann, Karina Dipold, Michaela Gfrörer,
Julian Günthner, Henri Hoor, Janine Lehleiter, Frank Loose, Celia Maurer,
Sandra Müller, Rebecca Rapp, Katherina Rohmeder, Berenike Schleusener,
Angelina Schmidle, Lea Schubert, Ernst Seidl, Felicia Stahl, Sieghart Stangler

Interviews
Edgar Bierende, Karina Dipold

Redaktion
Edgar Bierende, Lea Schubert, Ernst Seidl

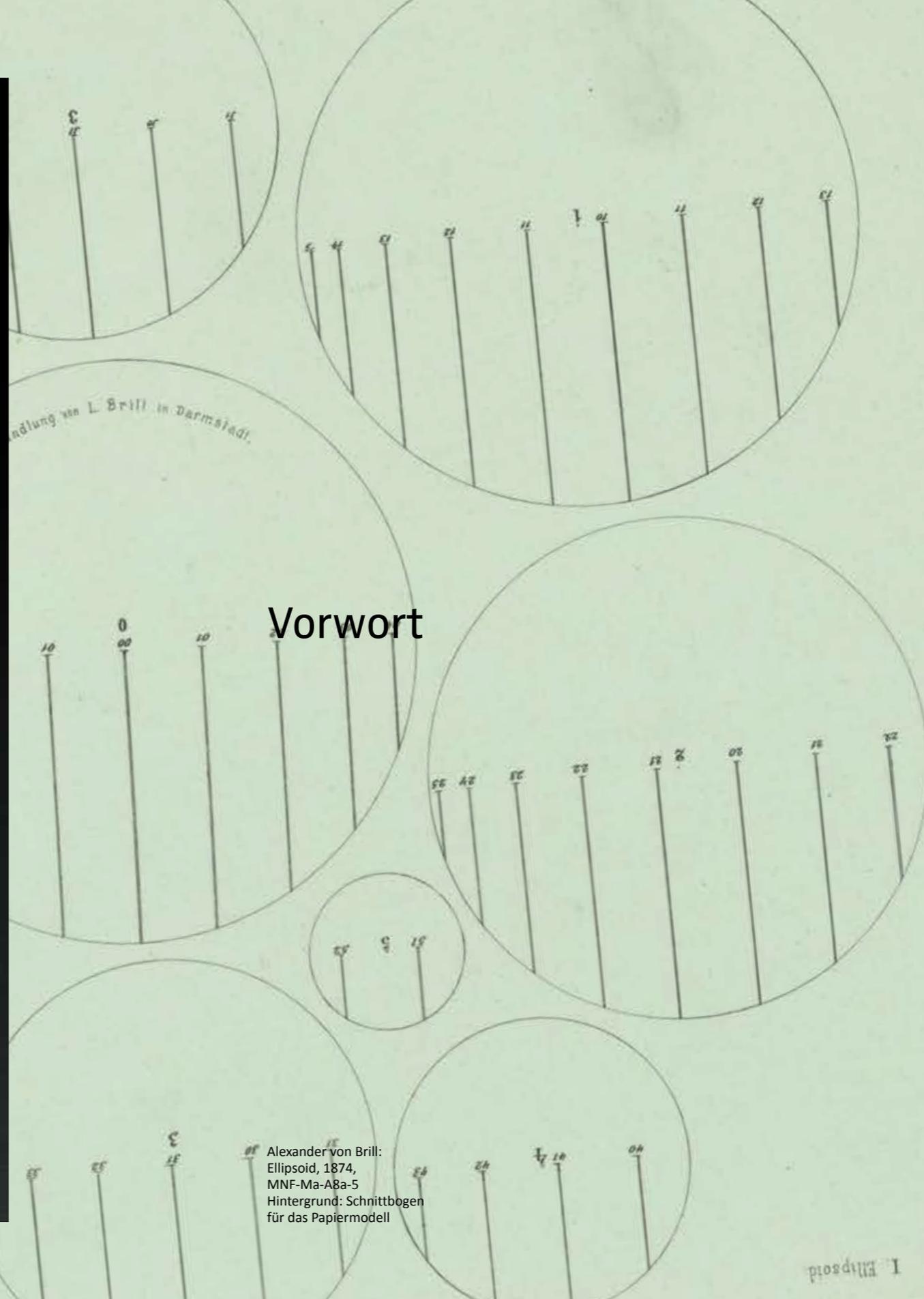
Gestaltung
Frank Dürr, Lars Krause

Modellfotografien
Valentin Marquardt/valentin marquardt photography und andere

Inhalt

Vorwort Ernst Seidl, Frank Loose, Edgar Bierende	15
BEITRÄGE	
Die Modelle, Brill und das studentische Projekt. Einführung Ernst Seidl	19
Curriculum Vitae. Das Leben Alexanders von Brill Edgar Bierende, Lea Schubert	37
Schriftenverzeichnis. Die Publikationen Alexanders von Brill in Auswahl Edgar Bierende, Lea Schubert	43
Bahnbrechende Ideen in der Geometrie. Zu sehen in der Ausstellung „Mind and Shape“ Frank Loose	51
Zur Geschichte der Mathematischen Modelle. Von der Renaissance bis heute Gerhard Betsch	69

Abgüsse in Ausstellungen. Brills Modelle in München und Chicago Edgar Bierende, Frank Loose	91
Geometrie gegossen in Gips. Alexander von Brill als Sammler, Ideengeber und Initiator von Modellen Edgar Bierende	103
Pedelle und Modelle. Eine Fußnote zur Geschichte der Modellsammlung Sieghart Stangler	123
Modelle in Lehre und Forschung heute. Carla Cederbaum im Gespräch Interview von Edgar Bierende und Karina Dipold	127
Materialisierte Theorie – objektivierte Ästhetik. Die mathematischen Modelle als Phänomene der Kunst Ernst Seidl	133
MODELLE UND MODELLSERIEN	
Modelle und Modellserien. Objekt- und Serienbiographien Studierende des Praxisseminars	157
ANHANG	
Quellen	371
Literatur	379
Autorenverzeichnis	385
Abbildungsnachweise	387
Dank	393
Förderer	395
Impressum	397



Vorwort

Alexander von Brill:
Ellipsoid, 1874,
MNF-Ma-A8a-5
Hintergrund: Schnittbogen
für das Papiermodell



Vorwort

Die überaus reizvolle und ästhetische Wirkung mathematischer Modelle lässt die oft zitierte Scheu vor der Mathematik nur schwer nachvollziehbar erscheinen. Vielleicht liegt in der Faszination dieser Objekte auch der Grund, weshalb sich eine Gruppe von Studierenden der Universität Tübingen nicht zuletzt aus kunst- und kulturwissenschaftlichen Disziplinen fand, um in einem Praxisseminar am Museum der Universität Tübingen MUT die Modelle zu inventarisieren, ihrer Geschichte und Bedeutung in Objekttexten nachzuforschen und sie zu publizieren.

Dass die Universität Tübingen diese herausragende Sammlung von über 400 mathematischen Modellen besitzt, ist vor allem Alexander von Brill (1842–1935) und seinen Schülern zu danken: Brill war von 1884 bis 1918 Ordinarius für Mathematik in Tübingen und einer der bedeutendsten Protagonisten der Entwicklung anschaulicher Modelle seit dem 19. Jahrhundert. Für ihn war es essentiell, dass Studierende ihre theoretischen Überlegungen nicht nur abstrakt oder graphisch versuchten darzulegen, sondern diese auch eigenständig in dreidimensionalen Objekten räumlich veranschaulichten und handwerklich, materi-

ell umzusetzen – buchstäblich begreifbar machten. Nach der vorangegangenen Neugestaltung der Präsentation der mathematischen Modelle im Fachbereich Mathematik im Januar 2017 war es nur folgerichtig, im Rahmen des Master-Profiles „Museum & Sammlungen“ des MUT auch ein studentisches Praxisseminar zur Aufnahme der Modelle anzuschließen. Sein Ziel war die Erforschung und Publikation der Sammlung, nicht zuletzt, um in Zukunft die Nutzung der Modelle in Forschung und Lehre zu fördern. Das konnte selbstverständlich nicht ohne die substantielle Unterstützung des Fachbereichs Mathematik erfolgen.

Undenkbar wäre unser Ansinnen gewesen, hätte es nicht Gerhard Betsch mit seinem immensen historischen Wissen um die Geschichte des Fachbereichs, der Sammlung, vor allem aber über Alexander von Brill gegeben. Für das erfolgreiche Projekt war er die unentbehrliche Voraussetzung. Eine notwendige Bedingung hierfür war die hervorragende Kooperation aller Kolleginnen und Kollegen – und die Basis schließlich waren unsere Studierenden. Allen sei herzlich gedankt.

Ernst Seidl, Frank Loose, Edgar Bierende



Beiträge

Alexander von Brill:
Hyperboloid,
zweischalig, 1874,
MNF-Ma-A8a-7
Hintergrund: Schnittbogen
für das Papiermodell

Abb. 1
Alexander von Brill:
Carton-Modelle von Flächen
zweiter Ordnung, 1874,
MNF-Ma-A8



Die Modelle, Brill und das studentische Projekt Einführung

Ernst Seidl

Der Begriff des „Modells“ wird sowohl im alltäglichen wie auch im wissenschaftlichen Kontext multipel angewandt. Er ist von Unschärfen geprägt und wird in den verschiedenen Disziplinen jeweils unterschiedlich definiert. Dabei soll hier noch nicht einmal von den zahlreichen gedanklichen oder theoretischen Modellbildungen in vielen Wissenschaften – nicht zuletzt der Mathematik – gesprochen werden, sondern ausschließlich von Dingen, von materialisierten Objekten. Diese „materiellen Modelle“¹, um genau zu sein, werden als Repräsentant, Entwurf, Vorbild, Demonstrant, Pionier, Vision oder – nur scheinbar zweckfrei – als Kunstwerk kategorisiert.²

Ungeachtet dessen soll hier die Rolle, das heißt die Relevanz von Objekten als Modelle – und von Modellen als Objekte – beleuchtet sein; vor allem mit dem Fokus auf das mathematische Modell. Form, Materialität, Dimension, Gewicht, Oberfläche, Geruch, aber auch Entstehungskontext, konkrete Nutzung, räumliche Situation, dreidimensionales Vermögen, Repräsentationsfunktion, ästhetisches Affizierungspotential und viele

andere objektspezifische Qualitäten können dadurch nochmals klarer vor Augen treten.

DAS MATERIELLE MODELL

Zum Verständnis der vielfältigen Funktions-, das heißt auch Bedeutungsebenen materieller Modelle wurden mehrere Ansätze vorgeschlagen. Sie gehen von unterschiedlichen Ordnungskategorien aus:

Einerseits wird bei der Systematisierung von Modellen auf die Referenzgegenstände und -disziplinen des jeweiligen Modells Bezug genommen. So beispielsweise konkret auf Bühnenbildmodelle, auf ethnographische Modelle, Landschaftsmodelle, Architekturmodelle und Modelle von technischen Anlagen, Modelle von Lebewesen und biologischen Systemen, Fahrzeug-, Maschinen-, Geräte- und Instrumentenmodelle, schließlich Modelle, die physikalische, chemische oder kristallographische Sachverhalte und Zustände darstellen – und eben nicht zuletzt auf mathematische Modelle.³ Diese Kategorisierungen hinterlassen jedoch den Eindruck einer assoziativen Kompilation von vermutlich lückenhaften Beispielen.



Abb. 2
Alexander von Brill:
Ellipsoid, 1874,
MNF-Ma-A8a-4

Andererseits werden unterschiedliche Funktionen und Anwendungen der materiellen Modelle insbesondere in der wissenschaftlichen Praxis zur Kategorisierung der Objekte auf eine theoretische Ebene gehoben. Das Modell kann dabei als Forschungsdokument dienen, als Instrument des Experiments, als Lehrmittel, als Objekt der Präsentation und der Inszenierung, als Modellier- vorlage oder aber als Objekt mit breit verwendbarem ästhetischen Potential.⁴

Hier soll nun – ausgehend vom Leibniz’schen Diktum des Modells als „Mittel der Veranschaulichung“⁵ – nochmals eine konkrete Funktion des Modells betont werden.⁶ Die Frage lautet: Was macht dieses Modell genau und was unterscheidet seine Funktion von jener vergleichbarer Modellkategorien?

Ein kaum lösbares Grundproblem öffnet sich, wird das Modell, wenn es nicht Vorlage einer Produktion oder Serie ist – und das ist in den wissenschaftlichen Sammlungen nur in seltenen Ausnahmen der Fall –,⁷ als Ersatz für „die Realität“ genommen.⁸ Dem ist jedoch entgegenzuhalten, dass das materielle Modell nicht Ersatz, sondern immer auch Teil der Realität ist. Es stellt sogar

eine eigene Form der Realität dar und ist nicht nur Substitut. Das Modell birgt neue Qualitäten, ihm werden andere Funktionen zugewiesen, andere Kontexte, andere Bedingungen, aber es hat als Objekt, als Medium, Mittel, Werkzeug oder Kunstwerk selbstredend eine völlig eigenständige Forschungs- und Erkenntnisberechtigung, und es ist eben viel mehr als nur Ersatz für etwas Anderes.

Multiple, oft auch „arme“ Materialien sind dabei in der Lage, hochkomplexe Überlegungen – oder Berechnungen –, die kaum sprachlich zu beschreiben sind, zu veranschaulichen. Vor allem die mathematischen Modelle (Abb. 1–2) von Alexander von Brill⁹ und seinen Schülern entstammen diesem spezifischen Funktionskontext: Sie materialisieren ein immaterielles Gedankenkonstrukt, das sich nur in einem Term, in einem abstrakten Zeichensystem, fixieren lässt. Und selbst unsere Sprache, die gewöhnlich am besten in der Lage ist, die komplexesten theoretischen Zusammenhänge zu formulieren, vermag das Potential der materialisierten mathematischen Modelle nicht zu erreichen. Der Begriff „Denkmodell“, der hier in den Sinn kommt, bezieht sich allerdings nicht

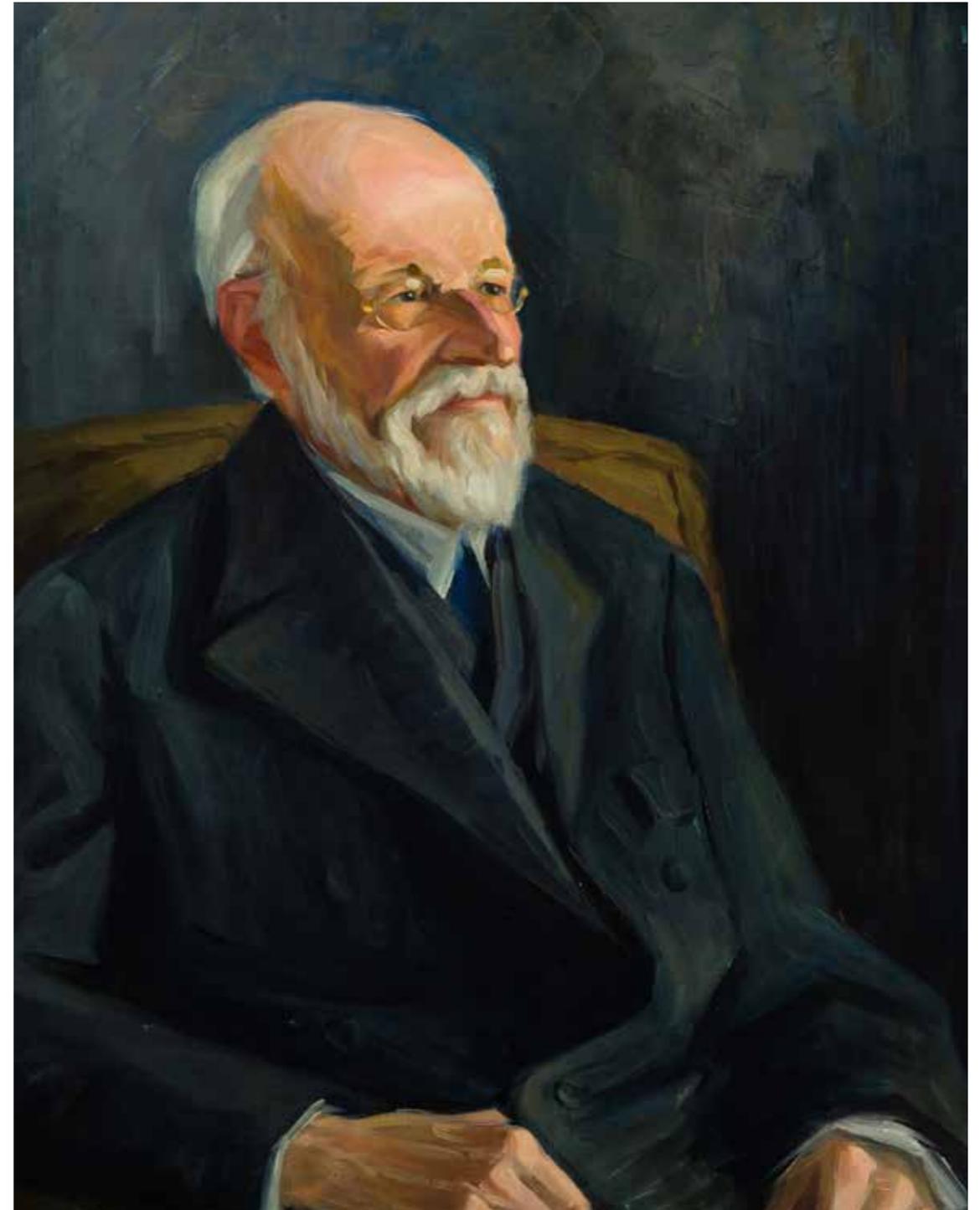


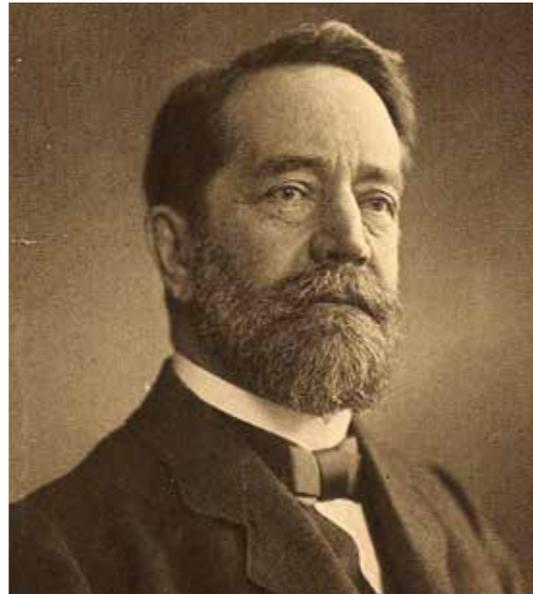
Abb. 3
Gertrud Knopp
geb. Kressner:
Alexander von Brill,
Ölporträt, 1932,
MNF-Ma-A394

Abb. 4
Otto van Bosch:
Alexander von Brill,
Frankfurt am Main,
um 1875



auf das eigentliche materielle Modell, sondern allein auf die theoretische Überlegung. So kann festgehalten werden: Das Modell als ausschließliche Vorlage einer Serie zu verstehen, es als Substitut der Realität zu begreifen oder es nur im Kontext mit der Serie zu sehen, wie dies Baudrillard vorschlug, greift bei weitem zu kurz, erscheint als zu eindimensional gedacht und wird dem überkomplexen Potential und der Relevanz des materiellen Modells bei weitem nicht gerecht. Denn umgekehrt erlaubt das materielle Modell erst, eine Vielzahl von Theorien, Fakten, Zusammenhängen und Überlegungen überhaupt sichtbar werden zu lassen, sie materiell „fassbar“ zu machen und Erkenntnisprozesse anzustoßen. So diente gerade das mathematische Modell, wie es Alexander von Brill (Abb. 3–4) mit seinem Kollegen Felix Klein (1845–1925) (Abb. 5) seit beider Münchner Zeit ab 1875 verfolgten,¹⁰ nicht nur der Veranschaulichung und dem „Begreifen“ in buchstäblicher wie übertragener Bedeutung. Für die Geschichte und den Stellenwert der mathematischen Modelle war diese Phase ein Höhepunkt. Brills und Kleins Ziele bestanden dabei zum einen in der Reform der mathematischen Ausbildung,

Abb. 5
Peter Matzen:
Felix Klein,
Göttingen, um 1900



das heißt dem Studium der Mathematik, zum anderen in einer wesentlich verbesserten Ausstattung der mathematischen Institute und Seminare mit Modellen und Zeichnungen – neben der Bibliothek.¹¹ Dies erscheint aus heutiger Sicht und aus der Perspektive einer derzeit zu beobachtenden Neubewertung der Sammlungen an Hochschulen als wichtige Infrastrukturen des Lehrens und Forschens höchst bemerkenswert: Nicht nur die Bibliotheken gelten als erhaltens- und förderungswürdige Lehr- und Forschungsinfrastrukturen, sondern auch die zahlreichen wissenschaftlichen Objektsammlungen.

ALEXANDER VON BRILL UND SEIN ANTISEMITISMUS

Dieser überaus weitsichtigen Leistung von Alexander Wilhelm von Brill¹² für die Disziplin-, Kultur- und Wissenschaftsgeschichte steht eine immer wieder zu beobachtende Diskussion über seine antisemitische Haltung gegenüber, die seine Lebensleistung überschattet. Nicht einfach zu beantworten erscheint dabei die Frage, ob es sich bei Brills Äußerungen zur „Judenfrage“ – so eine von ihm selbst gewähl-

Abb. 6
Unbekannter Drucker:
Max Noether, Lichtdruck,
nach Ferdinand Steffen,
Fotograf in Erlangen, um
1900



te inhaltliche Kategorie in seinem Tagebuch¹³ – um einen ausgeprägten oder aber „nur durchschnittlichen“, also allgemein verbreiteten Antisemitismus handelte, wie er gerade seit dem 19. Jahrhundert nahezu weltweit gesellschaftlicher Konsens war. Denn eine Reihe von Brills Bemerkungen gerade über jüdische Kolleginnen und Kollegen legen ebenso eine durchaus ambivalente und differenzierte Sicht der sozialen und politischen Situation offen. Einige persönliche Äußerungen Brills von 1880 bis 1935, also über 55 Jahre hinweg, aus seinen Tagebüchern können dabei für die nähere Betrachtung seiner antisemitischen Haltung dienlich sein: Am 4. April 1880 notiert Brill zu seinem Aufenthalt in Paris: „... Donnerstag Abend war bei Halphen eine Gesellschaft von jüngeren Mathematikern zusammengesetzt. ... Fouret, ein ruhiger Mensch, etwas abgearbeitet in einem Lebensversicherungsbüreau, Camille Jordan (jüdisch wie der Gastgeber, aber ohne dass man es ihnen viel ansieht oder an ihrem Benehmen anmerkt), fein, zurückhaltend, etwas geziert mit lispelnder Stimme redend, aber ein sehr gescheuter und viel bewanderter Mensch [...]“¹⁴

Abb. 7
Unbekannter Fotograf:
Ludwig Maurer, Foto,
vor 1927



Am 1. Juli 1885 schreibt Brill, der noch nicht ein Jahr Ordinarius in Tübingen war, in einem Brief an seinen Freund Max Noether (Abb. 6): „... So mußt Du denn wissen, daß es nicht Fakultät ist oder Senat, an dem der Vorschlag ‚Gordan‘ gescheitert ist, auch nicht Kanzler oder Regierung: das ganze Land ist zur Zeit so gesinnt, daß ein Professor jüdischer Abkunft in Tübingen unmöglich ist. Dies kann und wird sich ändern, aber ich bin nicht im Stande, als Neuangekommener die erste Bresche in dieses Vorurteil zu legen. – Du machst Dir keine Vorstellung wie empfindlich man hier bezüglich der Mathematiker-Vorschläge ist durch die ewigen Nörgeleien von du Bois und seine Differenz mit der Fakultät, die vom Senat und von der Regierung zum Austrag gebracht werden musste.“¹⁵ Kurz vor Beginn des Ersten Weltkriegs notiert Brill am 5. Januar 1914: „Mit den Juden geht es den germanischen Völkern, wie dem Einzelnen mit dem Alkohol! In kleinen Dosen wirken sie anregend und belebend, in großen Mengen verheerend wie Gift. Der Organismus unseres Volkes braucht Zeit, um sie zu assimilieren. Deshalb sie abwehren, weil uns sonst die Flut aus dem Osten droht, die den Leib des Volkes wie die Blattläuse

Abb. 8
Unbekannter Fotograf:
Alexander von Brill mit
Ehefrau Anna zur Goldenen
Hochzeit, 1935



einer Pflanze, vernichten würden und dann mit ihr zu Grunde gehen. Abwehren! Sie wissen sich trotzdem einzuschmuggeln.“¹⁶

Erstaunlich an diesem Eintrag erscheint die zuspitzende Diktion, die im Stereotyp der Juden als Volksschädlingen sehr stark an die spätere NS-Propaganda erinnert.

Waren die Bemerkungen über jüdische Kollegen, jüdische Mitbürger oder das Judentum schlechthin in den ersten beiden Bänden des Tagebuchs Brills nur vereinzelt und zumeist moderat in den Formulierungen zu finden, so häufen sie sich im dritten Band ab 1928, wohl auch angesichts der aktuellen politischen Entwicklung:

Am 10. Juli 1931 schreibt Brill: „Liesel^[17] hat durch ihr kluges zurückhaltendes Wesen, ihr Eingehen auf uns alte Leute und ihre gute Erziehung einen freundlichen Eindruck auf uns gemacht. Sie ist wohl jüdischer Herkunft, wie der Name lehrt, hat aber in ihrem Wesen nichts Jüdisches. Ich selbst habe ja in meinem Leben von den Zeiten des Studiums an viel mit Juden verkehrt; die Gans, Oppenheim, Gordan und Nöther haben auf mein Denken und Tun einen grossen Einfluss gehabt und mich mit Hochachtung vor vielen Eigenschaften dieses Volksstammes erfüllt, mit soviel, dass ich auch die Blutmischung nicht mehr so tragisch nehmen zu müssen glaube. Auch Anna^[18] scheint sich damit abfinden zu können.“¹⁹

Am 15. April 1933, nach der Machtübergabe an die Nationalsozialisten, notiert der bereits 90jährige Brill: „Aus einem Brief an Oberstudiendirektor V. Kommerell^[20]: Ich möchte Ihnen meine Stellung zur Frage des Judenboykotts dartun, die mich wegen der vielen Beziehungen zu Juden nahe angeht: Nöther, Gordan, Gans u.A. Dem Umgang mit diesen Männern verdanke ich nicht blos viele Förderung meines wissenschaftlichen Denkens und Tuns, sondern auch weitgehende Anregung zum Zusammenfassen meiner Kräfte beim Verfolgen eines Zieles. Denn diese Eigenschaften haben die Juden in hohem Maasse bei sich ausgebildet, wobei sie sie planmäßig steigern. [...] Schuld ich

so dem Zusammenarbeiten mit Juden viele Anregung, so sind mir andererseits die Schwächen der Rasse nicht entgangen. Scharf in der Kritik, fehlt ihnen andererseits aufbauende Erfindungskraft: sie lehnen an fremde Gedanken an. Ihre Zuneigung beruht vor allem auf dem Respekt vor dem Erfolg des Anderen; es fehlt ihnen an der innerlichen Wärme. Aber hinterhältig habe ich sie nicht gefunden. Weil sie sehr ehrgeizig sind und sich immer nach den ersten Stellen drängen, wo sie wegen jener fehlenden Gestaltungskraft leicht versagen, muss man ihnen den Weg dorthin erschweren. So schliesse ich mich dem Urteil von Maurer^[21] (Abb. 7) an, der Juden keineswegs misen möchte, jedoch in solcher Verdünnung beige mischt wie Knoblauch zu einer Speise. So stehe ich dem beginnenden Boykott gegen Juden mit gemischten Gefühlen gegenüber.“²²

Schließlich, als weiterer Eindruck der Haltung Brills, diese Notiz vom 9. Mai 1933: „Zu dem Kapitel ‚Juden‘ trage ich, aus eigener Erfahrung heraus, noch nach: Juden werden früh alt (Nöther), sind handlich ungeschickt (Gordan konnte nicht einmal recht schreiben). Schon seit langen Jahren war mir die spöttische Einstellung der Juden so verhasst, dass ich mein Exemplar von Heines Gedichten verschenkt habe.“²³

Bemerkenswert an den Notizen Brills mit Blick auf jüdische Kollegen oder die religiöse Minderheit der Juden erscheint die in einigen Passagen der Tagebücher deutlich zutage tretende Ambivalenz in der Beurteilung: Handelte es sich einerseits um jüdische Kollegen oder Mitmenschen aus dem Freundeskreis und familiären Umfeld, wie etwa Liesel, so schildert Brill meist grundsätzlich seine menschliche Sympathie, Toleranz und auch große Dankbarkeit Kollegen gegenüber, die ihn förderten; auch hebt er die Tatsache hervor, keinerlei – oder zumindest kaum – negative individuelle Erfahrungen gesammelt zu haben. Beobachtet er jedoch negative Eigenschaften an einzelnen Individuen – etwa an Noether oder Gordan – werden sie kollektiviert. Hier bliebe zu fragen,

weshalb Beobachtungen positiver Eigenschaften mit Blick auf jüdische Mitmenschen grundsätzlich überhaupt zu betonen waren. Wohl, weil sie angesichts der herrschenden Meinung allgemein so nicht erwartet wurden.

Bewertet Brill andererseits jüdische Mitmenschen im Kollektiv, als soziale Gruppe, so scheinen viele antisemitischen Vorurteile, Bilder und Stereotypen zu greifen.

Am 10. August 1933 notiert Brill: „Aber seine [Hitlers] Ergüsse [in „Mein Kampf“] über die Judenfrage sind von Leidenschaft erfüllt. Überzeugend ist, was in einem kleinen Heft über die Judenfrage von Prof. Kittel beigebracht wird. Auch er betont, dass die persönlichen Gründe, Mitleid usw. nicht die Hauptfrage der wirklichen Gefahr der Überfremdung unseres Volkes durchschlagend sein dürften. Es ist System in ihrem Vorgehen (an der hiesigen Universität: Rosenberg, empfohlen durch Schwarzschild; Sass, empfohlen durch Pringsheim; andere, durch Paschen, dessen Frau sicher Jüdin ist. Ich habe diese Angriffe zurückgeschlagen, wo ich es konnte). [...] Das Buch Hitlers zeugt von seltener Vielseitigkeit des Nachdenkens über politische Fragen.“²⁴

Diese Einträge sprechen eine deutliche Sprache. Brill machte sich die NS-Rassenideologie zu Eigen. Unverständlich bleiben seine Beweggründe hierfür: für den gesellschaftlich hoch geehrten, mit dem persönlichen Adelstitel ausgestatteten Wissenschaftler und längst emeritierten Greis (Abb. 8) gab es keinerlei Veranlassung, sich noch aus Karriere- oder Opportunitätsgründen regimetreu zu äußern – oder gar als eines der ersten Tübinger Mitglieder 1933 in den Nationalsozialistischen Lehrerbund, NSLB, einzutreten (Abb. 9–10).²⁵

Seine offene Hinwendung zum Nationalsozialismus erscheint um so verwunderlicher, als der in seinen Tagebüchern durchaus reflektierende Wissenschaftler wie jeder andere auch über keine Kollektiverfahrungen mit „dem Juden“ verfügte, sondern nur über individuelle Begegnungen, Bekanntschaften, Kollegen und Freunde.

All das hätte Alexander von Brill mit Blick auf seine mehrfach geäußerte kollektive Geringschätzung von Juden zu der Erkenntnis führen können, hier der zeitgenössischen Propaganda gefolgt und damit selbst zu einem gesellschaftlich herausgehobenen Protagonisten des sich auf den

Abb. 9
Titelblatt
„Deutsche Mathematik“,
1. Jahrgang,
Leipzig 1936

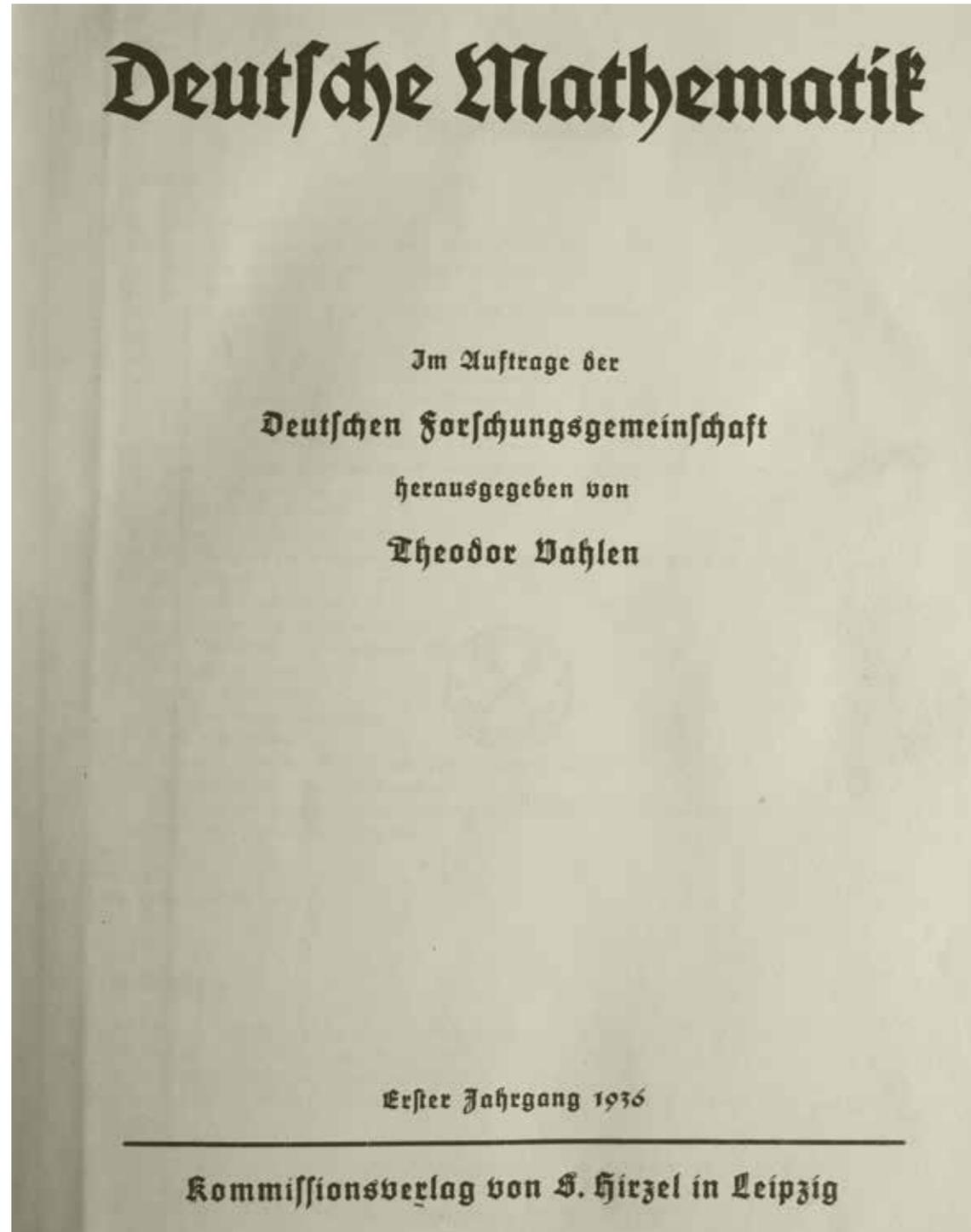
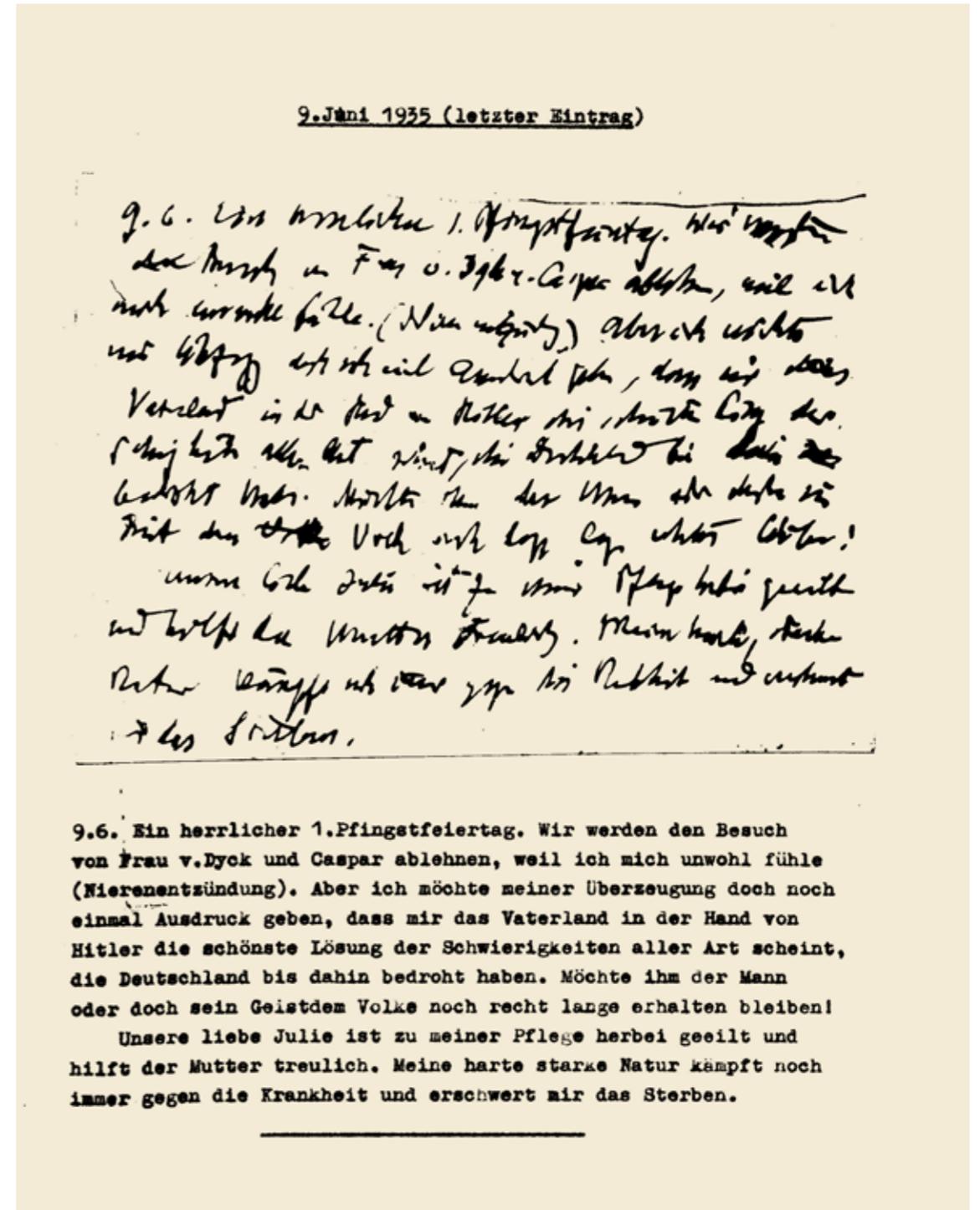


Abb. 10
Typoskriptseite des letzten
Eintrags von Brill in seiner
Chronik „Aus meinem
Leben“, 9. Juni 1935,
Bd. 3, S. 101



modernen Antisemitismus stützenden neuen Judenhasses geworden zu sein, der auf uralten Stereotypen beruht.

DAS STUDENTISCHE PROJEKT UND DANK

Trotz seines Antisemitismus stehen die Leistungen Alexanders von Brill, seine bedeutenden wissenschaftlichen Arbeiten und auch pädagogischen Aktivitäten auf dem Gebiet der Entwicklung, Neubewertung und Nutzung mathematischer Modelle außer Frage. Die herausragende Relevanz des umfangreichen Tübinger Modellbestandes vom Ende des 19. Jahrhunderts und vom Beginn des 20. Jahrhunderts kann mit Blick auf das durch von Brill weitsichtig erkannte und geförderte Veranschaulichungs- und „Begreif“-Potential der Modelle nicht hoch genug eingeschätzt werden. Um so idealer stellt sich deshalb dieser Bestand von selbst Nichtmathematiker ästhetisch ansprechenden Objekten für die praxisorientierte Bearbeitung und Sammlungsforschung durch Studierende dar. In aufeinanderfolgenden Schritten wurden hier zwei Projekte verfolgt: Zum einen die angemessene Ausstellung von Modellen, Bildern und Dokumenten sowie die damit zusammenhängende Neugestaltung der Räume im Fachbereich Mathematik, zum anderen die Inventarisierung, fotografische Dokumentation und Forschungen zur Geschichte des Instituts und der Rolle Brills einschließlich dieser Publikation eines bedeutenden Teilbestands der Modelle.

Ausgangspunkt der mit diesem Buch nun ein vorläufiges Ende findenden Kooperation des MUT mit dem Fachbereich Mathematik war die zunächst ganz und gar nicht befriedigende Sammlungs- und Ausstellungssituation der Modelle am Institut – eine Situation, wie sie viele wissenschaftliche Sammlungen an Hochschulen kennen. Die Modelle waren in keinem adäquaten Ausstellungskontext präsentiert; im Treppenhaus, in den Fluren oder einzelnen Hörsälen des Fachbereichs wurde kaum auf die eigene Geschichte und Tradition der Tübinger Mathematik verwiesen. Dies war der Grund, weshalb in einem ersten großen

Schritt ab 2015 ein gemeinsames Projekt des MUT mit dem Fachbereich Mathematik entwickelt wurde. Ziel war, die Modelle im Kontext der Institutsgeschichte neu zu zeigen. Hier leisteten vor allem Frank Loose sowie Lars Schneider und Gerhard Betsch gemeinsam mit studentischen Mitarbeiterinnen und Mitarbeitern seitens des Fachbereichs Mathematik hervorragende Arbeit. Der Fachbereich Mathematik beteiligte sich darüber hinaus auch finanziell entscheidend an der Neupräsentation und Gestaltung. Seitens des MUT sind bei der kuratorischen Verwirklichung der Ausstellung besonders Christian Bornefeld und Julian Windmüller hervorzuheben sowie Melina Mandausch und Frank Dürr, die sich um die Gestaltung und Grafik dieser Neuinstallation verdient gemacht haben. Durch das Engagement von Peter Moos und Edgar Bierende konnte die wichtige Inventarisierung der Objekte gewährleistet werden, womit die Modelle nach und nach auch im virtuellen Raum sichtbar werden.²⁶

Die Ausstellung „Mind and Shape – Modelle und Porträts Tübinger Mathematik“ wurde am 19. Januar 2017 eröffnet (Abb. 11).²⁷ Sie zeigt in vier Stationen auf mehreren Ebenen des Gebäudes unterschiedliche mathematische Zusammenhänge, von der Geometrie über die Funktionentheorie bis hin zur Mathematischen Physik. Am augenfälligsten und auch visuell für den Laien sicherlich am ansprechendsten sind die Vitrinen (Abb. 12–13) mit den über 160 ausgestellten Modellen sowie die Porträts der bekanntesten Tübinger Mathematiker.

Nachdem nun im Wintersemester 2016/17 auch das Masterprofil „Museum & Sammlungen“ in Zusammenarbeit des MUT mit acht kunst- und kulturwissenschaftlichen Fächern der Universität eingerichtet worden war, entstand rasch die Idee, die Modellsammlung der Mathematik nicht in einer fertigen Dauerausstellung auf sich beruhen und damit vielleicht ungenutzt zu lassen, sondern den Bestand in einem zweiten Schritt adäquat zu bearbeiten. Das bedeutete, die Sammlung zu

Abb. 11
Plakat zur Ausstellung
„Mind and Shape“ im Fachbereich Mathematik der
Universität Tübingen

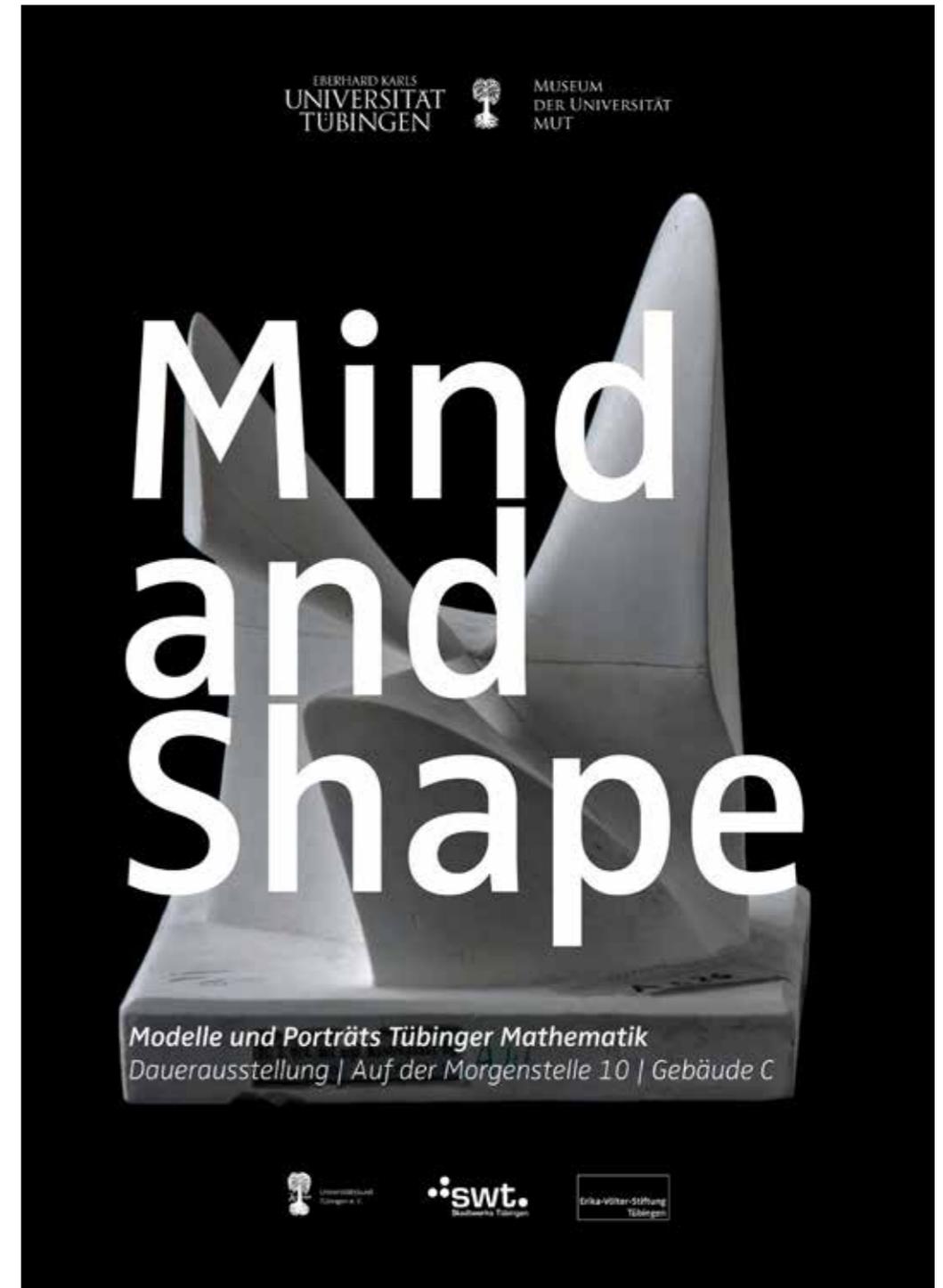


Abb. 12
Blick in den Hörsaal N14 des
Fachbereichs Mathematik
mit einem Teil der Ausstel-
lung „Mind and Shape“

erschließen und zu erforschen, um das Wissen über die Modelle wieder sicht- und greifbar werden zu lassen sowie ihre zukünftige Nutzung für Forschung und Lehre – ganz im Sinne Brills – zu fördern.

Die Tübinger Forschungen, die in diesem Band vereint sind, versuchen erstmals neben der Aufnahme und Publikation der Modellsammlung auch Antworten auf die Fragen zu geben, wie sich die unterschiedlichen Kooperationen, sprich Auftraggeber- und Geschäftssituationen, zwischen Mathematiker und Handwerker²⁸, Mathematiker und Kunsthandwerker²⁹ respektive Künstler³⁰ sowie Mathematiker, Kunsthandwerker und Verleger auf den Auswahl-, Fertigungs- und Verkaufsprozess des mathematischen Modellbaus auswirkten. Doch stehen diese Untersuchungen rund um die Materialisierung der mathematischen Urmodelle, Prototypen und Abgüsse noch am Anfang.

Im Zusammenhang des Projekts mussten alle Objekte zunächst professionell fotografiert werden, wofür Valentin Marquardt seit langem der ideale Ansprechpartner des MUT ist. Wie sehr die Ästhetik seiner hervorragenden Fotografien verfiel, bewiesen gleich zwei Beiträge in verschiedenen Magazinen der Frankfurter Allgemeinen Zeitung, die sich nicht zuletzt aufgrund der ästhetischen Faszination der Bilder für Beiträge entschied.³¹

Im Rahmen des zweisemestrigen Praxisseminars innerhalb des Masterprofils engagierte sich vor allem Edgar Bierende bei der Erforschung der Quellen und bei der fundierten Materialaufnahme als Grundlage der studentischen Beiträge. Ohne seinen Einsatz wäre diese Publikation wohl nicht möglich gewesen.

Allen Kolleginnen und Kollegen im Fachbereich Mathematik und am MUT, nicht zuletzt auch den Studierenden, die zum Erfolg dieser Unternehmung beigetragen haben und sich nicht vor der mathematischen Thematik scheuten, sei hier ein großer Dank ausgesprochen.³²



Abb. 13
Blick in die Eingangshalle
des Fachbereichs Mathe-
matik mit einem Teil der
Ausstellung „Mind and
Shape“

1 Die Differenzierung in materielle und immaterielle Modelle erscheint nicht unwichtig, fokussiert doch ein großer Teil der – hier ausgeklammerten – Bedeutungen des Begriffs „Modell“ nur eine theoretische Modellbildung, wie wir sie in unterschiedlichsten Disziplinen beobachten – etwa in der Soziologie, der Philosophie, der Psychologie oder der Betriebs- und Volkswirtschaftslehre, um nur wenige zu nennen. Zum materiellen Modell: David Ludwig, Cornelia Weber, Oliver Zauzig (Hg.): Das materielle Modell. Objektgeschichten aus der wissenschaftlichen Praxis, Paderborn 2014.

2 Etwa in: Leibniz und die Leichtigkeit des Denkens. Historische Modelle: Kunstwerke, Medien, Visionen. Hg. von Frank Matthias Kammel. Aust. Kat. Germanisches Nationalmuseum, Nürnberg 2016, S. 62–145.

3 Dazu David Ludwig, Cornelia Weber, Oliver Zauzig: Materielle Modelle in wissenschaftlicher Praxis, in: Ludwig, Weber, Zauzig 2014, S. 9–15, hier: S. 11. Mit Blick auf mathematische Modelle in diesem Band: Gerhard Betsch: Geodätische auf einem 1-schaligen Rotationshyperboloid. Anmerkungen zu einem konkreten mathematischen Modell, in: Ludwig, Weber, Zauzig 2014, S. 227–233.

4 Ludwig, Weber, Zauzig 2014, S. 9–15, hier: S. 11–13.

5 So lautete der Leitgedanke der die Ausstellung „Historische Modelle. Kunstwerke – Medien – Visionen“ begleitenden Tagung „Leibniz und die Leichtigkeit des Denkens. Nachdenken über Modelle“ am Germanischen Nationalmuseum in Nürnberg am 16. und 17. November 2016. Zum Exposé und Programm der Tagung vgl. https://www.gnm.de/fileadmin/redakteure/Forschung/pdf/Leibniz_-_Tagung_und_Podium.pdf (30.12.2017).

6 Vgl. zu anderen Kategorisierungen mit konkreten Objektbeispielen: Ernst Seidl: Modelle – Funktionen – Relevanz. Materielle Modelle aus wissenschaftlichen Universitäts-sammlungen, in: Frank Matthias Kammel (Hg.): Nachdenken über Modelle, Nürnberg 2018 (im Druck).

7 Jean Baudrillard: Le système des objets, Paris 1968, vgl. hier das Kapitel zu „Modelle und Serien“ (Dt.: Das System der Dinge. Über unser Verhältnis zu den alltäglichen Gegenständen, Frankfurt am Main/New York 1991 (²2007), S. 171–193). Als einfache Gegenbeispiele für diese Zuordnung können neben den mathematischen Modellen, um die es hier geht, auch Architekturmodelle oder etwa die höchst aufwendigen Glasmodelle von Radiolarien in den Tübinger Sammlungen, wie sie Leopold und Rudolph Blaschka anfertigten, dienen.

8 Der US-amerikanische Psychologe James J. Gibson bezeichnete beispielsweise Wörter, Bilder und Modelle als Substitute von Realitäten. James J. Gibson: Théorie de la perception picturale. In: Gyorgy Kepes (Hg.): Signe, Image, Symbole, Brüssel 1968 (engl.: New York 1965), S. 92: „Mots, images et modèles comme remplaçants de réalités“.

9 Alexander Brill erhielt den persönlichen Adelstitel im Jahr 1897 verliehen. Er war mit dem Orden des Ehrenkreuzes der

Württembergischen Krone verbunden. In diesem Band wird Brill stets mit seinem Titel wiedergegeben – auf Basis der GND der Deutschen Nationalbibliothek: <http://d-nb.info/gnd/116508493> (30.12.2017).

10 Zur detaillierten Geschichte der Modellentwicklung und Bedeutung Alexander von Brills, Felix Kleins und der Modellsammlung bis heute vgl. die folgenden Beiträge von Gerhard Betsch, Edgar Bierende, Carla Cederbaum, Frank Loose, Sieghart Stangler in diesem Band – mit besonderem Dank an Karina Dipold. Vgl. auch: Gerd Fischer (Hg.): Mathematische Modelle, 2 Bde., Braunschweig/Wiesbaden 1986.

11 So Gerhard Betsch mehrfach in Vorträgen, etwa in Darmstadt (21. Mai 2008), Göttingen (3. Juni 2008), Tübingen (29. Januar 2009 und 26. Juni 2013).

12 Vgl. zur Biographie Brills auch den Artikel von John Joseph O’Connor und Edmund Frederick Robertson von der University of St Andrews (Schottland): <http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Biographies/Brill.html> mit weiterführenden Hinweisen unter: <http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/References/Brill.html> (beide 04.01.2018).

13 A.[Alexander von] Brill: Aus meinem Leben, 3 Bde. (Bd. 3: Transkription in Typoskript durch den Sohn Alexanders von Brill, Alex [Alexander] Brill), Berlin Jahreswende 1940/41, Technische Universität München, TUM. Archiv, Handapparat KS 56 Alexander Brill, Nr. A 99.2017. Die „Chronik-Büchlein“ wurden verfasst zwischen 1887 und 1935. Zum Begriff der „Judenfrage“ als politische Kategorie vgl. Bd. 3, Inhaltsverzeichnis, S. III.

14 Brill: Aus meinem Leben, 3 Bde. (Bd. 1–2: Transkription in Typoskript durch Justine Panck im Auftrag von Alexander von Brill), Tübingen 1887–1928), Bd. 1, S. 39 a (Die nicht in Klammern stehenden Auslassungspunkte innerhalb des Zitats stammen aus dem Originaltyposkript des Tagebuchs). Georges Henri Halphen (1844–1889) erhielt 1882 mit Max Noether, dem langjährigen Freund und Ko-Autor Alexanders von Brill, den Steiner-Preis der Berliner Akademie. Marie Ennemond Camille Jordan (1838–1922) wurde im Jahr dieses Zusammentreffens, 1880, für ein Jahr Präsidentin der Société mathématique de France (SMF), eine Position, die der Gastgeber jenes Abends, Halphen, dann von 1882 bis 1883 innehatte.

15 Brill: Aus meinem Leben, Bd. 1, S. 53. Brill wurde 1884 nach Tübingen berufen, wo er mit seiner Familie am 17. September 1884 in die Hechinger Straße 14 zog. Die Empfindlichkeiten und Konflikte innerhalb der Universität mit David Paul Gustave Du Bois-Reymond (1831–1889), von denen Brill spricht, lösten sich für ihn umgehend auf, da du Bois im gleichen Herbst, 1884, an das Polytechnikum in Berlin berufen wurde. Brill gelang es dennoch nicht, Paul Albert Gordan (1837–1912), den „König der Invariantentheorie“ nach Tübingen zu holen. Gordan war eng mit Felix Klein befreundet, der wiederum seit ihrer gemeinsamen Münchner Zeit im Modellierkabinett mit Brill der bedeutendste Protagonist der Entwicklung mathematischer Modelle war. Gordan war

zudem der Betreuer der Doktorarbeit von Max Noethers Tochter Emmy Noether (1882–1935) in Erlangen.

16 Alexander von Brill: Aus meinem Leben, 3 Bde. (Bd. 1–2: Transkription in Typoskript durch Justine Panck im Auftrag von Alexander von Brill), Tübingen 1887–1928, Bd. 2, S. 258.

17 Liesel war die junge Frau von Brills Enkel Peter, die beide zu dieser Zeit aus den Vereinigten Staaten zu Besuch in Tübingen waren.

18 Brills Ehefrau Anna, geb. Schleiermacher (1848–1952).

19 Brill: Aus meinem Leben, Bd. 3, S. 43.

20 Victor Kommerell (1866–1948), ebenfalls Mathematiker, Honorarprofessor an der Universität Tübingen.

21 Gemeint ist der Mathematiker Ludwig Maurer (1859–1927), der ab 1909 ordentlicher Professor in Tübingen war; Maurers Emeritierung erfolgte 1926.

22 Brill: Aus meinem Leben, Bd. 3, S. 75.

23 Brill: Aus meinem Leben, Bd. 3, S. 77–78.

24 Brill: Aus meinem Leben, Bd. 3, S. 82–83.

25 Vgl. den Eintrag in der ersten Ausgabe der „Deutschen Mathematik“ von Erich Schönhardt: Alexander v. Brill, in: Deutsche Mathematik (hg. von Theodor Vahlen), Jg. 1, Nr. 1, Januar 1936, S. 17–22, hier S. 21. Der Autor des Beitrags, der Mathematiker Erich Schönhardt, wurde 1920 in Tübingen bei Ludwig Maurer promoviert und habilitierte sich 1923. Er trat 1933 in die NSDAP ein und war in den 1930er Jahren Dozentenführer an der Universität Tübingen. In dieser Funktion trug er beispielsweise Mitverantwortung für die Entlassung des Mathematikers Erich Kamke, der eine jüdische Frau geheiratet hatte. Von 1939 bis 1942 war Schönhardt Rektor der Universität Stuttgart.

26 Vgl. das E-Museum mit der Sammlung Mathematischer Modelle auf der Website des MUT: <https://www.emuseum.uni-tuebingen.de/categories/department/Mathematische%20Sammlung> (04.01.2018).

27 Weitere Informationen zur Ausstellung im Fachbereich Mathematik unter: <https://www.unimuseum.uni-tuebingen.de/de/ausstellungen/dauerausstellungen/mind-and-shape.html> (03.01.2018).

28 Zum Mechaniker Eugen Albrecht siehe den Objekttext von Julian Günthner in diesem Band.

29 Wie etwa Joseph (Franz Josef) Kreittmayr (<http://d-nb.info/gnd/1034184059>; <http://d-nb.info/gnd/1113881909>; <http://d-nb.info/gnd/18837955X> (24.03.2018)). Vgl. auch: MNF-Ma-AB11, „Hyperbolischer Paraboloid, klein, Kreittmayr, München, Preis 1.- M.“ Zit. aus: Inventarbuch der Mathematischen Sammlung der Universität Tübingen 1933, S. 10–11.

30 Ludwig Lohde, Bildhauer in Berlin. Kein Datensatz in der DNB vorhanden. Vgl. auch die nur noch in den Quellen nachweisbaren Modelle: „Af27 / A174 Schwarzsche Minimalfläche, unter Glassturz, Ludwig Lohde, Berlin Preis 58.- M.“ Zit. in: Inventarbuch der Mathematischen Sammlung der Universität Tübingen 1933, S. 52–53. „Al3 / A175 Rotationskörper von größter Anziehung beigegebener Masse [...] nach Schwarz. Von Ludwig Lohde, Berlin. Preis 9.- M.“ Zit. nach: Ebd., S. 80–81; Vgl. auch: Modell-Sammlung des Mathematischen Instituts [in München], Abtheilung b, Anwendung der Differentialrechnung auf Geometrie, begonnen vor 1882 bis 1934 [heute: TU München, Garching, M10], S. 17, „33. Serie von Modellen auf einem Sammt-Kissen vereinigt, von dem Bildhauer L. Lohde in Berlin bezogen. Modelliert von Kummer u. Schwarz.“

31 Dass ein Beitrag im August 2017 in einem für mathematische Modelle etwas abgelegenen Themenheft „Auto Spezial“ des FAZ Magazins erschien, ist dem kuriosen Umstand zu verdanken, dass die Tübinger Sammlung über die mathematischen Modelle von Rudolf Diesel verfügt, der vor der Erfindung seiner 1893 patentierten „Verbrennungskraftmaschine“ seit 1875 bis 1880 am Polytechnikum, der heutigen Technischen Universität, in München Mathematik und Maschinenbau studierte. Diesel war dort Schüler von Alexander von Brill, gehörte zu dessen Modellbaugruppe und gewann 1893 mit seinen Modellen auf der Weltausstellung in Chicago eine Medaille. Vgl. Stephan Finsterbusch: Die ersten Diesel-Modelle, in: Frankfurter Allgemeine Magazin, August 2017 (Auto Spezial), S. 42–43, und ders.: Mathe zum Anfassen, in: Frankfurter Allgemeine Woche, Nr. 39, 22. September 2017, S. 58–61.

32 Vgl. dazu auch die Dankesliste im Anhang dieses Bandes mit einer ausführlichen Aufstellung aller an den Projekten Beteiligten.



Mr. L. Kummer
No. 10
E. 26.

Friedrich Apel:
Kummer'sche Modelle
unendlich dünner Strahlen-
bündel, in poliertem
Holzkasten, vor 1851,
MNF-Ma-Ac82

Gottlob Fischer:
Die Kettenlinie auf der
Kugel, Brill-Serie 5, Nr. 6,
nach 1880,
MNF-Ma-A26



Curriculum Vitae

Das Leben¹ Alexanders von Brill

- 20.09.1842 Geburt von Alexander Wilhelm Brill in Darmstadt
- 1860–1862 Studium der Architektur in Karlsruhe
- 1862–1864 Studium der Mathematik in Gießen
- 1863/1864 Examen als Architekt und Prüfung für das Höhere Lehramt in Mathematik in Gießen
- 1864 Promotion zum Doktor der Philosophie bei Alfred Clebsch an der Universität Gießen
- 1865 Studienreferendar am Gymnasium in Darmstadt
- 1865–1867 Weiteres Studium in Berlin und Hilfslehrer an einer Handwerkerschule sowie an der Dorotheenstädtischen Realschule
- 04.05.1867 Habilitation bei Alfred Clebsch an der Universität Gießen
- 1869–1899 Wissenschaftlicher Programmleiter im „Verlag für den höheren mathematischen Unterricht“, anfänglich in Kooperation mit seinem Vater Heinrich, später mit seinem Bruder Ludwig Brill in Darmstadt
- 1870/1871 Als freiwilliger Krankenpfleger im Deutsch-Französischen Krieg; zuvor wegen Kurzsichtigkeit vom Militärdienst befreit
- 22.06.1871 Verleihung des Großherzoglichen Hessischen Militär-Sanitäts-Kreuzes
- 1869–1875 Ordentlicher Professor am Polytechnikum Darmstadt
- 1875 Heirat mit Anna Schleiermacher; aus der Ehe gingen vier Kinder hervor
- 1875–1884 Ordentlicher Professor für Analytische Geometrie, Differential- und Integralrechnung und Analytische Mechanik am Polytechnikum/Technische Hochschule München, Konservator der mathematischen Sammlung, Leiter des Modellierkabinetts mit Felix Klein
- 1882 Aufnahme in die Bayerische Akademie der Wissenschaften und Verleihung des Bayerischen Verdienstordens vom Hl. Michael, I. Klasse
- 1884–1918 Ordentlicher Professor für Mathematik an der Universität Tübingen und Vorstand des mathematisch-physikalischen Seminars



- 1885 Beginn des Aufbaus einer Modellsammlung in Tübingen
- 07.11.1886 Vortrag „Über die Modellsammlung des mathematischen Seminars der Universität Tübingen“, publiziert 1889
- 21.09.1889 „Heidelberger Aufruf“ mit dem Ziel der Gründung einer Vereinigung der deutschen Mathematiker; dieses Rundschreiben wurde von Brill und anderen Mathematikern in zustimmender Weise beantwortet
- 1891 Eintrag in das erste Mitgliederverzeichnis der DMV, Stand vom 1. Juni 1891
- 1892 und 1907 Präsident der Deutschen Mathematiker-Vereinigung
- 1892 Ernennung zum korrespondierenden Mitglied der Göttinger Gesellschaft der Wissenschaften
- 1896/1897 Rektor der Universität Tübingen
- 1897 Auszeichnung mit dem Ehrenkreuz des Ordens der Württembergischen Krone, was mit dem persönlichen Adelstitel verbunden war
- 1914 Verleihung der Ehrendoktorwürde Dr. Ing. für die technischen Wissenschaften durch die TU München
- 1914 Ernennung zum Socio straniero, ausländischer Partner, der Accademia dei Lincei in Rom
- 1918/1919 Eintritt Brills in die Deutsche Demokratische Partei nach Auflösung der Nationalliberalen Partei
- 01.10.1918 Emeritierung von Alexander von Brill
- 1919 Ende der Lehrtätigkeit
- 1919–1925 Vorsitzender der Württembergischen Gesellschaft zur Förderung der Wissenschaften
- 1926 Ehrenmitglied des Mathematischen-Naturwissenschaftlichen Vereins von Württemberg
- 1926 Korrespondierendes Mitglied des Istituto Lombardo di Scienze e Lettere in Mailand (Pavia)

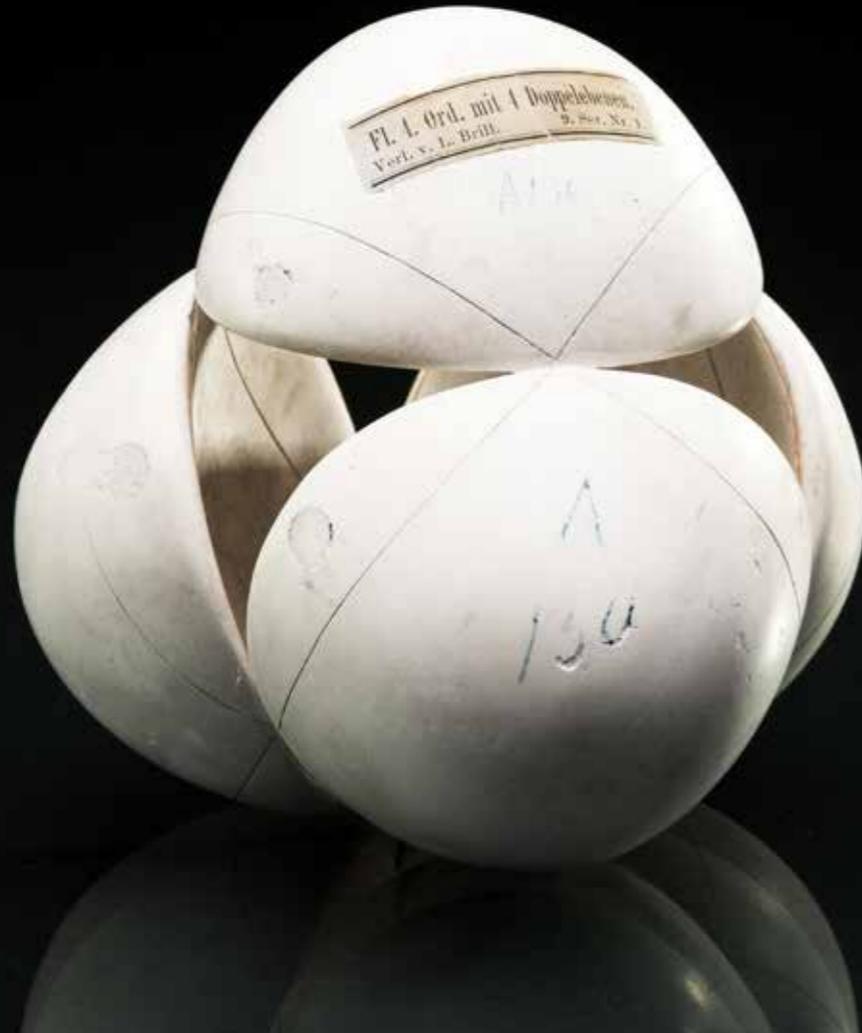
Unbekannter Fotograf:
Alexander von Brill,
um 1920



- 1927 Ehrenmitgliedschaft in der Deutschen Mathematiker-Vereinigung und der physikalisch-medizinischen Sozietät in Erlangen
- 04.03.1930 Letzter öffentlicher Vortrag „Über Keplers Astronomia Nova“, gehalten in der Tübinger „Dienstagsgesellschaft“
- 28.07.1932 Akademische Feier zu Brills 90. Geburtstag. Brill hält eine Rede mit teilweise autobiographischem Inhalt; Ernennung zum Ehrensensator der TH Darmstadt
- 1933 Eintritt in den Nationalsozialistischen Lehrerbund, NSLB
- 18.06.1935 Tod von Alexander von Brill in Tübingen; Beisetzung auf dem Stadtfriedhof Tübingen

Edgar Bierende, Lea Schubert

¹ Die historischen Daten wurden auf der Grundlage der Publikationen von Gerhard Betsch, den Brill'schen Tagebüchern und den Jahresberichten der Deutschen Mathematiker-Vereinigung zusammengestellt.



Schriftenverzeichnis

Die Publikationen Alexanders von Brill in Auswahl

1866

Ueber diejenigen Curven, deren Coordinaten sich als hyperelliptische Functionen eines Parameters darstellen lassen, in: Journal für die reine und angewandte Mathematik, 65. Bd., 1866, S. 269–283

1867

Beiträge zur Lehre von den eindeutigen Transformationen, Inaug. Abh. [Habil. Schrift], Gießen 1867

1869

Ueber die Differentialgleichungen für Lichtschwingungen, in: Mathematische Annalen, 1. Bd., Heft 2, 1869, S. 225–252

Note bezüglich der Zahl der Moduln einer Classe von algebraischen Gleichungen, in: Mathematische Annalen, 1. Bd., Heft 3, 1869, S. 401–406

1870

Ueber zwei Eliminationsprobleme aus der Theorie der Curven, welche gegebenen Bedingungen genügen, in: Göttinger Nachrichten, Nr. 25, 1870, S. 525–539

1871

Ueber Entsprechen von Punktsystemen auf einer Curve, in: Göttinger Nachrichten, Nr. 20, 1871, S. 507–518

Ueber die Doppelpunkte von Curven im Raume, deren Geschlecht Null ist, in: Mathematische Annalen, 3. Bd., Heft 3, 1871, S. 456–458

Ueber diejenigen Curven eines Büschels, welche eine gegebene Curve zweipunktig berühren, in: Mathematische Annalen, 3. Bd., Heft 3, 1871, S. 459–468

Zur Theorie der Elimination und der algebraischen Curven, in: Mathematische Annalen, 4. Bd., Heft 4, 1871, S. 510–526

Ueber zwei Berührungsprobleme, in: Mathematische Annalen, 4. Bd., Heft 4, 1871, S. 527–549

1872

Ueber Elimination aus einem gewissen System von Gleichung, in: Mathematische Annalen, 5. Bd., Heft 1, 1872, S. 378–396

1873

Mit M. Noether: Ueber die algebraischen Functionen und ihre Anwendung in der Geometrie, in: Göttinger Nachrichten, 1873, Nr. 4, S. 116–132
Ueber Entsprechen von Punktsystemen auf einer Curve, in: Mathematische Annalen, 5. Bd., Heft 6, 1873, S. 35–65

Note über die Doppeltangenten einer Curve vierter Ordnung mit einem Doppelpunkt, in: Mathematische Annalen, 6. Bd., Heft 1, 1873, S. 66–71

1874

Mit M. Noether: Über die algebraischen Functionen und ihre Anwendungen in der Geometrie, in: Mathematische Annalen, 7. Bd., Heft 1, 1874, S. 269–310

Ueber die Correspondenzformel, in: Mathematische Annalen, 7. Bd., Heft 4, 1874, S. 607–622

1877

Ueber die Discriminante, in: Mathematische Annalen, 12. Bd., Heft 1, 1877, S. 87–89

1878

Ueber die Hesse'sche Curve, in: Mathematische Annalen, 13. Bd., Heft 2, 1878, S. 175–182

1880

Höhere Kurven [Manuskript], 1880

Ueber eine Eigenschaft der Resultante, in: Mathematische Annalen, 16. Bd., Heft 3, 1880, S. 345–347

Ueber Singularitäten ebener algebraischer Curven und eine neue Curvenspecies, in: Mathematische Annalen, 16. Bd., Heft 3, 1880, S. 348–408

- 1881
Ueber algebraische Raumcurven, welche die Gestalt einer Schlinge haben, in: *Mathematische Annalen*, 18. Bd., Heft 1, 1881, S. 95–98
- 1882
Ueber binäre Formen und die Gleichung sechsten Grades, in: *Mathematische Annalen*, 20. Bd., Heft 3, 1882, S. 330–356
- 1883
Zur Theorie der geodätischen Linie und des geodätischen Dreiecks, in: *Abhandlungen der Mathematisch-Physikalischen Classe der Königlich Bayerischen Akademie der Wissenschaften*, 14. Bd., Abt. 2 [= 7], 1883, S. 109–140
- 1884
Bestimmung der optischen Wellenfläche aus einem ebenen Centralschnitte derselben, in: *Bayerische Akademie der Wissenschaften. Mathematisch-Physikalische Klasse: Sitzungsberichte*, 1883/19, 1884, S. 423–435
- 1885
Ueber rationale Curven und Regelflächen, in: *Bayerische Akademie der Wissenschaften. Mathematisch-Physikalische Klasse: Sitzungsberichte*, 1885/9, S. 276–287
- 1886
Bemerkung über pseudosphärische Mannigfaltigkeiten von drei Dimensionen, in: *Mathematische Annalen*, 26. Bd., Heft 2, 1886, S. 300–303
- 1887
Aus meinem Leben, 2 Bde. (Typoskript erstellte Justine Panck im Auftrag von Alexander von Brill, Tübingen 1887–1928), Technische Universität München, TUM, Archiv, Handapparat KS 56 Alexander Brill, Nr. A 99.2017
- 1888
Ueber algebraische Correspondenzen, in: *Mathematische Annalen*, 31. Bd., Heft 1, 1888, S. 374–409
- 1889
Über die Modellsammlung des mathematischen Seminars der Universität Tübingen [Vortrag gehalten 1886], in: *Mathematisch-naturwissenschaftliche Mitteilungen*, Hg. v. Otto Böcklen, Bd. 2, 1887–1888, Tübingen 1889, S. 69–80
Das Mathematisch-Physikalische Seminar, in: *Die unter der Regierung seiner Majestät des Königs Karl an der Universität Tübingen errichteten und erweiterten Institute der Naturwissenschaftlichen und der Medizinischen Fakultät*, Sonderdruck, Tübingen 1889
Ueber die reducirte Resultante, München, Akademie, 1889, 13 S. [Sonderdruck] (In: *Abhandlungen der k. bayer. Akademie der Wissenschaften II. Cl. XVII. Bd. I. Abth.*)
- 1890
Ueber die Schulreform und den Unterricht in Mathematik und Zeichnen auf den Gymnasien: Ein Vortrag [gehalten im Herbst 1888], Darmstadt 1890
Ueber rationale Curven und Regelflächen, in: *Mathematische Annalen*, 36. Bd., 1890, S. 230–238
Ueber algebraische Correspondenzen. Zweite Abhandlung: Specialgruppen von Punkten einer algebraischen Curve, in: *Mathematische Annalen*, 36. Bd., 1890, S. 321–360
Summation einer gewissen endlichen Reihe, in: *Mathematische Annalen*, 36. Bd., 1890, S. 361–370
- 1891
Ueber Functionen von zwei Veränderlichen und einen Satz des Herrn Nöther, in: *Mathematische Annalen*, 39. Bd., Heft 1, 1891, S. 129–141
- Das Verhalten einer Funktion von zwei Veränderlichen in der Umgebung einer Nullstelle, München 1891
- 1894
Mit M. Noether: Die Entwicklung der Theorie der algebraischen Functionen in älterer und neuerer Zeit, in: *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung*, 3. Bd. (1892–1893), 1894, S. I–XXII und 109–566
2. Graphische Darstellung aus der reinen und angewandten Mathematik, in: *Graphische Darstellung aus der reinen und angewandten Mathematik*, herausgegeben vom Mathematischen Institut der K. Technischen Hochschule München [Text von A. von Brill. Vorwort von Walther von Dyck], München 1893–1894
- 1895
Analytische Mechanik: Vorlesungsmitschrift [s.n.], Tübingen 1895
Über die Akademische Vorbildung der Candidaten des höheren Lehramts für Mathematik und Naturwissenschaften, Sonderabdruck aus der Beilage zur „Allgemeine Zeitung“, München, Nr. 139 und 140 vom 19. und 20. Juni 1895
- 1897
J. G. F. Bohnenberger und die württembergische Landesvermessung, in: *Aus dem Schwarzwald, Blätter des württembergischen Schwarzwald-Vereins*, Bd. 5, 1897, S. 46–48, 61–64, 79–81
- 1901
Ueber die Darstellung algebraischer Raumkurven durch eine Gleichung, in: *Göttinger Nachrichten*, 1901, S. 156–168
- 1904
Elimination und Geometrie in den letzten Jahrzehnten, Leipzig 1904, S. [275]–283 (Sonderdruck aus den Verhandlungen des III. Internationalen Mathematiker-Kongresses, Heidelberg 1904)
- 1907
Zur Einleitung der Eulerfeier, in: *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung*, 16. Bd., 1907, S. 555–558
Über algebraische Raumkurven, in: *Mathematische Annalen*, 64. Bd., Heft 3, 1907, S. 289–324
- 1909
Vorlesungen zur Einführung in die Mechanik raumerfüllender Massen, Leipzig u.a. 1909 und 1910
Über den Weierstraßschen Vorbereitungssatz, in: *Mathematische Annalen*, 69. Bd., Heft 4, 1910, S. 538–549
- 1911
Mit M. Noether: Jakob Luroth [Nachruf], in: *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung*, 20. Bd., 1911, S. 279–299
- 1912
Das Relativitätsprinzip: eine Einführung in die Theorie, in: *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung*, 21. Bd., 1912, S. 60–87 und Nachtrag S. 194
Das Relativitätsprinzip: eine Einführung in die Theorie, Leipzig 1912, ²1914, ³1918, ⁴1920
- 1921
Vorlesungen über algebraische Geometrie, Leipzig 1921
- 1922
Von G. Salmon und W. Fiedler unter Mitwirkung von A. Brill: *Analytische Geometrie des Raumes*, neu herausgegeben von K. Kommerell. I. Teil: Die Elemente und die Theorie der Flächen zweiter Ordnung, Leipzig und Berlin ⁵1922
- 1923
Max Noether [Nachruf], in: *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung*, 32. Bd., 1923, S. 211–233

Joseph Albert:
Alexander von Brill, Fotografie, 1884, aus: Album
der Dienstags-Gesellschaft
Tübingen [1875–1898],
Bd. 2, Nr. 97



1925

Vorlesungen über ebene algebraische Kurven
und algebraische Funktionen, Braunschweig
1925

1928

Vorlesungen über allgemeine Mechanik, Mün-
chen 1928

1930

Ueber Kepler's Astronomia nova. Ein Vortrag
gehalten in der Dienstagsgesellschaft (Tübinger
Naturwissenschaftliche Abhandlungen, Heft 13),
Stuttgart 1930, S. 1–15

1932

Zum 28. Juli 1932. Der Hochschulunterricht in
der Mathematik in den letzten 50 Jahren [Rede
Brills bei der akademischen Feier am 28. 7. 1932
zu seinem 90. Geburtstag], in: Tübinger Chronik,
2. 8. 1932, Jg. 88, Nr. 177 [o. S.]

1940

Aus meinem Leben, Bd. 3 (Bd. 3: Transkription
in Typoskript durch den Sohn Alexanders von
Brill), Berlin, Jahreswende 1940/41, Technische
Universität München, TUM, Archiv, Handapparat
KS 56 Alexander Brill, Nr. A 99.2017

Ohne Jahr

Mathematische Modelle, o. J. [Sammelband
enthält: 28 Abhandlungen von 1877 bis 1885
von Studenten der Professoren Brill und Klein;
Ludwig Brill, Catalog mathematischer Modelle,
Darmstadt ³1885, angefügt lose Blätter mit Wer-
beanzeigen] in der Fachbibliothek Mathematik
und Physik, Bereich Mathematik, Universität
Tübingen

Edgar Bierende, Lea Schubert



Abb. 1
Drei Vitrinenschränke zur
Geometrie im Hörsaal N14,
Fachbereich Mathematik



Abb. 2
Linker Teil der drei
Vitrinenschränke zur
Geometrie (Ausschnitt)

Bahnbrechende Ideen in der Geometrie Zu sehen in der Ausstellung „Mind and Shape“

Frank Loose

Die Geometrie ist in der Mathematik kein wohl definierter Begriff. Ihrem Wortstamm nach studiert sie so etwas wie die Vermessung der Erde. Allerdings untersucht man auch die Verhältnisse auf anderen Flächen als der Oberfläche einer Kugel, die wir Sphäre nennen, etwa der Oberfläche eines Rettungsreifens, eines Doughnuts, oder auch höherdimensionaler Objekte. Tatsächlich haben aber Flächen im Raum schon immer eine richtungsweisende Rolle in der Geometrie gespielt und gerade sie sind es, die sich durch Modelle (Abb. 1) so wunderbar veranschaulichen lassen.

SYMMETRIE

Eine äußerst wichtige Idee, die schon im Altertum leitend war und im linken Teil des Geometrieschranks (Abb. 2) in der erst 2017 eröffneten Ausstellung „Mind and Shape“ im Fachbereich Mathematik eröffneten Ausstellung illustriert wird, ist die der Symmetrie. Ein geschlossener Polygonzug in der Ebene etwa besteht aus einer endlichen Anzahl von Strecken, die so aneinan-

dergesetzt werden, dass in jeder Ecke, also einem Streckenende, genau zwei Strecken zusammenlaufen. Hat man einen solchen Polygonzug mit n Ecken und dann notwendigerweise auch n Strecken, so ist die Symmetrie des n -Ecks oder auch Vielecks am größten, wenn man diese n Ecken auf einem Kreis in dem Sinne gleichmäßig verteilt, dass der Abstand zwischen zwei benachbarten Punkten immer gleich ist. Auf diese Weise entsteht das regelmäßige n -Eck, und seine Symmetrie wird dadurch beschrieben, dass es insgesamt n Drehungen um den Mittelpunkt des Kreises und n Spiegelungen an bestimmten Geraden durch den Mittelpunkt gibt, die das Vieleck in sich überführen. Beim regelmäßigen Fünfeck etwa sind es zehn solcher Symmetriebewegungen. Mehr ist nicht möglich bei einem Fünfeck.

In dem Mathematikbuch, in dem es zum ersten Mal strenge Beweise zu präzise formulierten mathematischen Sätzen gibt, nämlich Euklids Elementen, wird die Frage aufgeworfen, welches die symmetrischsten aller Körper sind, die von ebenen Flächenstücken begrenzt sind – sogenannte Polyeder oder auch „Vielflächner“. Man machte sich schnell auf die Suche nach solchen

Abb. 3
Unbekannter Autor:
Würfel, um 1930,
MNF-Ma-AA3c



Polyedern, bei welchen die begrenzenden Seiten allesamt regelmäßige Vielecke sind, die alle untereinander gleich oder besser kongruent sind, womit man meint, dass sie durch eine Bewegung des Raumes, einer Drehung, einer Spiegelung, einer Translation oder einer Kombination von diesen, ineinander überführt werden können. Aber es wurde noch mehr verlangt: Diese Körper sollten nicht nur an ihren Seiten gleich aussehen, sondern auch an ihren Ecken. Um eine Ecke zu beschreiben, betrachtet man ihre sogenannte Eckenfigur, die ein Polygonzug ist, der dadurch gegeben ist, dass als seine Ecken gerade die Mittelpunkte der Kanten des Körpers genommen werden, die in die betreffende Ecke einlaufen und zwei solche Mittelpunkte genau dann verbindet, wenn die betreffenden Kanten eine gemeinsame Seite des Körpers beranden. Auf diese Weise entstand die Forderung, dass alle Eckenfiguren ebenfalls regelmäßige Vielecke darstellen, die untereinander kongruent sind. Ein solcher Platonischer Körper sieht also grob gesprochen an jeder Seite und an jeder Ecke gleich aus. Diese Körper tauchen bereits in Platons Timaios aus dem 4. Jahrhundert v. Chr. auf. Das geläufigste Beispiel ist

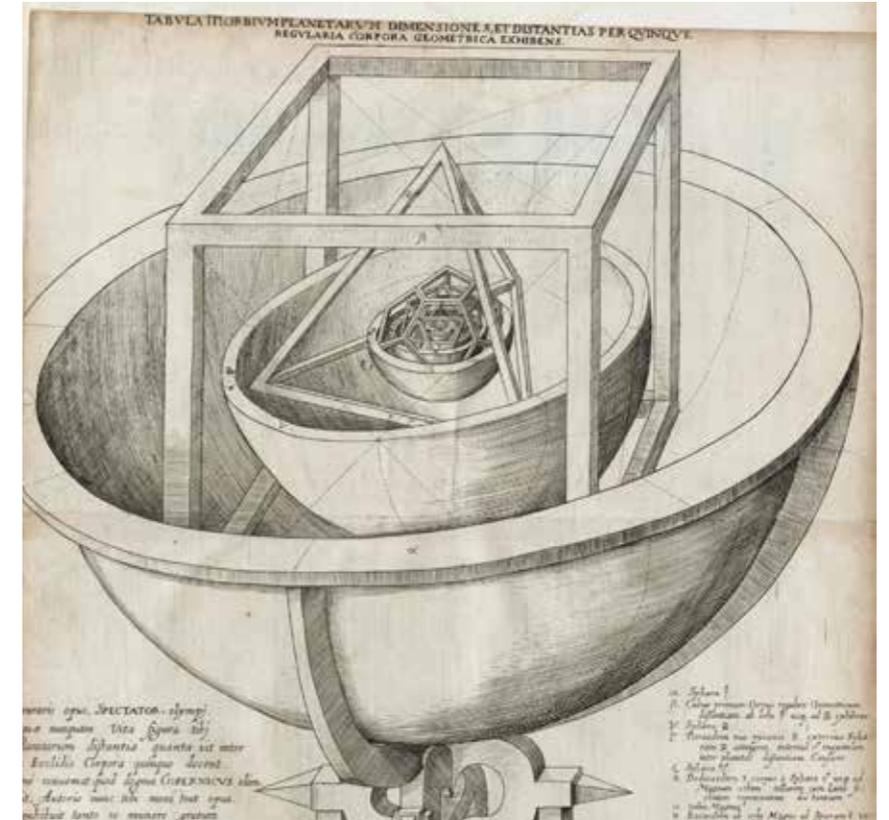
Abb. 4
Unbekannter Autor:
Dodekaeder, um 1930,
MNF-Ma-AA2d



wahrscheinlich der Würfel (Abb. 3), dessen sechs Seiten bekanntlich aus Vierecken bestehen und dessen acht Eckenfiguren Dreiecke sind. Dieses Symmetriekonzept führt dann zu nur fünf Körpern, die nach der Anzahl ihrer Flächen Tetraeder (Vierflach), Hexaeder (Sechseck oder Würfel), Oktaeder (Achtflach), Dodekaeder (Zwölfflach, Abb. 4) und Ikosaeder (Zwanzigflach) genannt werden. Ihre Symmetriegruppen, das sind alle Bewegungen des Raumes, die den Körper in sich abbilden, haben für die weitere Entwicklung der Mathematik eine überragende Bedeutung gespielt. Die Platonischen Körper können relativ leicht durch sogenannte Netze hergestellt werden, die man dadurch erhält, dass ein solcher Körper entlang von Kanten aufgeschnitten wird, dass er eben auf den Tisch gelegt werden kann. In der ersten Reihe des linken Teilschrankes befinden sich diese geometrisch „perfektesten“ aller Körper (Abb. 2).

Bis in das späte Mittelalter hinein waren Symmetrieüberlegungen nicht nur in der Mathematik richtungsweisend. Auch in der Physik etwa ging man davon aus, dass die Natur unter allen Mög-

Abb. 5
Modell des Sonnensystems
Tabula III, Orbium planetarum,
aus: Johannes Kepler:
Prodromus dissertationum
cosmographicarum [...],
capita XXIII, Tübingen 1596,
nach S. 24



lichkeiten, die ihr zur Auswahl stünden, die perfekte, die harmonischste, die symmetrischste wählt. Johannes Kepler (1571–1630) zum Beispiel, der berühmte Astronom aus Weil der Stadt, der ein so ambivalentes Verhältnis zur Tübinger Universität entwickelte, war sich lange Zeit sicher, dass die damals bekannten sechs Planeten sich auf Kugeloberflächen um die Sonne bewegten, deren Radienverhältnisse sich nach den fünf Platonischen Körpern berechnen ließen. Ein solcher Körper hat eine Innkugel, der größten Kugel, die in den Körper passt, und eine Umkugel, der kleinsten Kugel, die um den Körper passt. Und so glaubte er, dass beispielsweise das Verhältnis von Venusbahn und Merkurbahn genau das eines Platonischen Körpers bildet, des Oktaeders, das Verhältnis von Erdbahn und Venusbahn das eines anderen Platonischen Körpers, des Ikosaeders, und so weiter. Es gibt großartige Zeichnungen (Abb. 5) in seinem Werk „Mysterium Cosmographicum“ aus dem Jahr 1596, in welchen die fünf Platonischen Körper zwischen den Sphären von Merkur, Venus, Erde, Mars, Jupiter und Saturn „eingelagert“ sind, und Kepler wollte auch ein Modell aus echtem Silber davon herstellen lassen.

Kepler lieferte auch in der Geometrie bedeutende Beiträge. Wenn oben beschrieben wurde, dass das regelmäßige Fünfeck das symmetrischste unter allen Fünfecken ist, so stimmt das nicht ganz: Legt man nämlich die fünf Ecken nach wie vor äquidistant auf einen Kreis und verbindet aber nun nicht jeweils benachbarte Punkte, sondern lässt gewissermaßen immer einen aus, verbindet also, wenn man sie der Reihe nach durchnummeriert, die Ecken 1 mit 3, dann 3 mit 5, dann 5 mit 2, dann 2 mit 4 und schließlich 4 mit 1, so erhält man einen Stern, und zwar den regelmäßigen Stern vom Typ 5/2, das heißt mit fünf Ecken, und jeweils eine Ecke wird übersprungen. Das sind die Sterne, die auch heute im Handel die üblichsten sind, weil sie sich einfach herstellen lassen. Sie haben die gleiche Symmetriegruppe wie das regelmäßige Fünfeck, sind also genau so symmetrisch. Allerdings überschneiden sich die Kanten nun, was dazu führt, dass das Innere des Sterns nicht mehr konvex ist. Konvexität eines Körpers bedeutet, dass zu je zwei Punkten des Körpers auch ihre Verbindungsstrecke noch ganz in dem Körper enthalten ist. Das ist der einzige Malus des regelmäßigen Sterns gegenüber dem regel-

Abb. 6
Max Doll:
Ikosaederstern, vor 1878,
MNF-Ma-AA14

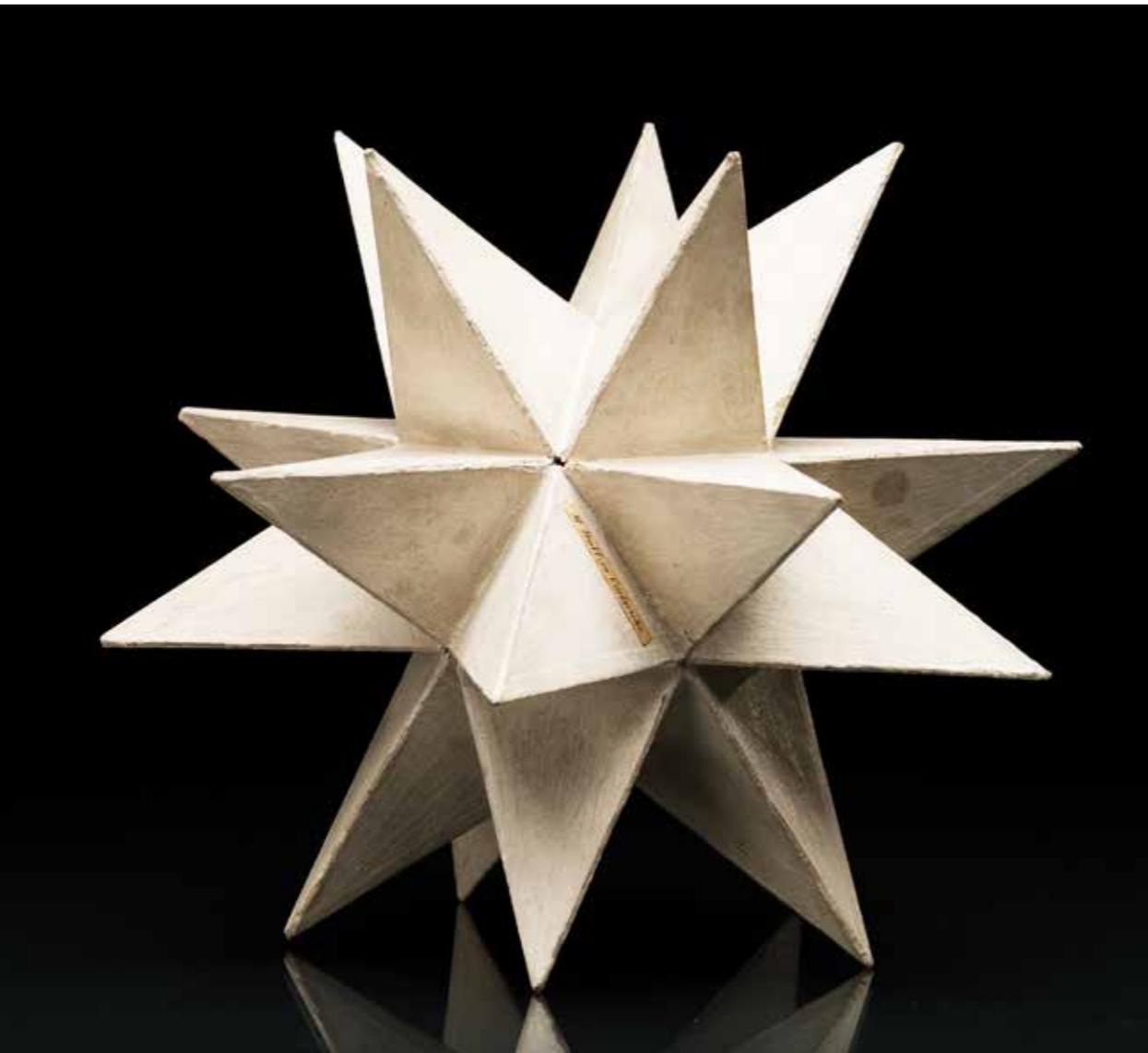
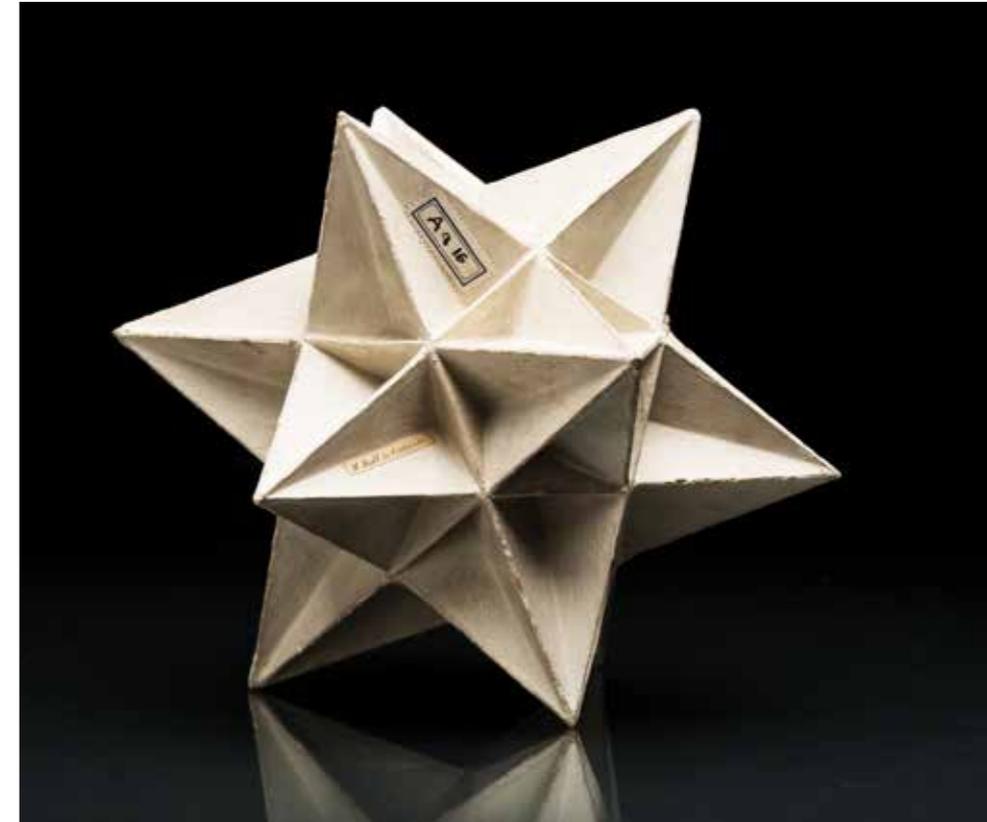


Abb. 7
Max Doll:
Großes Ikosaeder, vor 1878,
MNF-Ma-AA16



mäßigen Vieleck: er ist nicht konvex. Nun fragte sich Kepler, welche Vielflächner es geben könnte, wenn er als Seitenflächen auch regelmäßige Sterne zuließe, die sich auch durchschneiden dürften. Nach wie vor sollten alle Seiten und Ecken aber gleich bleiben. Er fand den sogenannten Dodekaederstern, der insgesamt zwölf solcher Sterne als Seitenflächen und zwölf Ecken hat, und den Ikosaederstern, der ebenfalls zwölf Sterne als Seiten hat, aber zwanzig Ecken (Abb. 6). Diese sind in seinem Werk „*Harmonices mundi*“ aus dem Jahr 1619 beschrieben. Was Kepler aber nicht bedachte, war, dass es vielleicht auch solche regelmäßigen Sternkörper gab, deren Seiten sogar regelmäßige Vielecke sind, deren Eckenfiguren aber Sterne sind. Tatsächlich gibt es auch von diesen zwei, nämlich das sogenannte Große Dodekaeder und das Große Ikosaeder (Abb. 7), die knapp 200 Jahre später vom französischen Mathematiker Louis Poincaré (1777–1859) entdeckt wurden. Vier wunderbar gearbeitete Modelle dieser Sternkörper wurden zum Ende des 19. Jahrhunderts vom Geodäten und Mathematiker Max Doll (1833–1905) an der Technischen Hochschule Karlsruhe hergestellt. Man findet sie in der zweiten Reihe

des linken Schrankes. Es gibt keine weiteren (regelmäßigen) Sternkörper, wie erst später Augustin-Louis Cauchy (1789–1857) bewies.

Kepler hätte auch diese Sternkörper finden können, hätte er das geniale Prinzip der Dualität bei Polyedern gekannt. Aus einem gegebenen Polyeder wird sein Dual folgendermaßen gebaut: Die Ecken des neuen Polyeders werden die Mittelpunkte der Seiten des alten. Zwei solcher Ecken verbindet man durch eine Kante genau dann, wenn die entsprechenden Seiten des alten Polyeders eine gemeinsame Kante haben. Schließlich bilden alle Kanten des neuen Polyeders den Rand einer Seite, genau wenn die entsprechenden Kanten des alten Polyeders in eine gemeinsame Ecke laufen. Auf diese Weise erhält man ein neues Polyeder, das so viele Ecken hat, wie das alte Seiten, und so viele Seiten hat, wie das alte Ecken und genauso viele Kanten wie das alte Kanten hat. Ist das ursprüngliche Polyeder regulär, also ein Platonischer Körper, so das dazu duale auch. Das Dual des Hexaders ist das Oktaeder, das Dual des Dodekaeders ist das Ikosaeder und das Tetraeder ist zu sich selbst dual. Schließlich ist das Dual des Duals wieder das ursprüngliche. Ebenso



Abb. 8
Unbekannter Autor:
Ikosaederstumpf, Archime-
discher Körper, um 1930,
MNF-Ma-AA21



Abb. 9
Waldemar Schöbe:
Pentakisdodekaeder,
Catalanischer Körper, 1931,
MNF-Ma-AA21i

wie bei den regulären Polyedern sieht man, dass das Dual eines Sternpolyeders wieder ein solches ist. Das Dual des Dodekaeders ist das Große Dodekaeder, das Dual des Ikosaeders das Große Ikosaeder von Poincaré. Das Prinzip der Dualität ist eine in der ganzen Mathematik ebenfalls äußerst fruchtbare Idee, die schon bei den Polyedern der alten Griechen zu finden ist. Eine ebenfalls schon bei den alten Griechen vorhandene Idee ist die, dass man von der Maximalforderung an die Symmetrie, die zu einer vollständigen Klassifikation geführt hat, gerade so wenig ablässt, dass neue, nicht ganz so symmetrische Gebilde ins Spiel kommen. So verhält es sich mit den Archimedischen Körpern, die auf Archimedes von Syrakus im dritten vorchristlichen Jahrhundert zurückgehen. Bei ihnen verlangt man zwar immer noch, dass alle Seiten regelmäßige Vielecke sind, erlaubt aber, dass es verschiedene Typen gibt, sie also nicht alle untereinander kongruent sind. Bei den Eckenfiguren muss dann die Forderung fallen gelassen werden, dass sie regelmäßig sind, weil ja verschiedene Seiten bei ihnen einlaufen. Allerdings wird die Forderung beibehalten, dass sie alle untereinander kongruent sind, ja noch mehr: Man fordert, dass die Symmetriegruppe des Körpers auf den Ecken transitiv wirkt. Das heißt, dass es zu je zwei Ecken des Körpers eine Bewegung gibt, die den Körper in sich überführt und die eine Ecke in die andere Ecke abbildet. Dann schließt man noch die unendlichen Serien der sogenannten Prismen und Antiprismen aus, die ebenfalls diese Bedingungen erfüllen. So gibt es genau 13 solcher Archimedischen Körper (Abb. 8), die man in den unteren Regalen unseres Teilschrankes erkennt. Die dahinter leicht versetzten Körper sind ihre dualen Polyeder, die nach dem belgischen Mathematiker Eugène Charles Catalan (1814–1894) als Catalanische Körper (Abb. 9) genannt wurden. Bei ihnen sind alle Seiten gleich, allerdings nicht mehr regulär; jedoch sind die Ecken regulär, aber nicht alle untereinander gleich. Auch diese Modelle scheinen mit Hilfe von Netzen angefertigt worden zu sein.

ALGEBRA

Der mittlere Teil des Geometrieschrankes (Abb. 10) dokumentiert ein ganz neues Hilfsmittel, das in der Frühen Neuzeit durch die bahnbrechende Leistung von René Descartes (1596–1650) möglich wurde: die Algebra. Unter Algebra versteht man, grob gesprochen, das Rechnen mit Ausdrücken der Form

$$p(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$$

Hierbei sind die Koeffizienten a_0, \dots, a_n konkrete Zahlen während aber x unbestimmt bleibt; man rechnet mit ihm genauso, als wäre es eine Zahl. Eine grundlegende Frage der Algebra ist, für welche x der obige Ausdruck $p(x)$, der Polynom genannt wird, gleich Null ist: $p(x)=0$. In Verallgemeinerung dessen kann man auch Polynome in drei Veränderlichen x, y und z betrachten, die dann folgende Form haben:

$$p(x,y,z) = a_{000} + a_{100}x + a_{010}y + a_{001}z + \dots + a_{ijk}x^i y^j z^k$$

Die höchste auftretende Summe $i+j+k$ der Exponenten der Summanden des Polynoms nennt man den Grad des Polynoms. Die Verbindung von Geometrie und Algebra erreichte Descartes durch eine geniale Idee, die wir heute nicht mehr richtig wertschätzen können, weil wir sie alle früh in der Schule lernen und somit für selbstverständlich halten. Man versieht nämlich den dreidimensionalen Raum mit einem cartesianischen Koordinatensystem, wodurch jeder Punkt des Raumes durch ein Tripel (x,y,z) reeller Zahlen beschrieben wird und umgekehrt. Nun kann man etwa Kurven in der Ebene durch die Nullstellen von Polynomen in zwei Veränderlichen oder, für uns interessanter, Flächen im Raum durch die Nullstellen eines Polynoms $p(x,y,z)$ in drei Veränderlichen beschreiben:

$$p(x,y,z) = 0.$$



Abb. 10
Mittlerer Teil der drei
Vitrinenschränke zur
Geometrie (Ausschnitt)



Abb. 11
Rudolf Diesel:
Hyperbolisches Paraboloid
mit Krümmungslinien,
Brill-Serie 3, Nr. 16, 1878,
MNF-Ma-Ae10

Das eröffnete in der Geometrie ein neues Zeitalter, weil nun neben der Synthetischen Geometrie, die bisher mit den Mitteln von Euklid von Alexandria (wohl 3. Jahrhundert v. Chr.) nur durch Axiomatik und Logik betrieben worden war, die Analytische Geometrie gefunden oder erfunden worden war. Mit ihr konnte man nun geometrischen Problemen mit Hilfe von algebraischen Rechnungen beikommen. Wahrhaft revolutionär.

Es ist naheliegend, dass die Komplexität dieser algebraischen Flächen, wie sie genannt werden, wenn sie durch eine solche polynomiale Gleichung gegeben sind, mit dem Grad des sie beschreibenden Polynoms ansteigt. Der einfachste Fall, bei dem der Grad gleich 1 ist, ist langweilig, weil dadurch genau die Ebenen beschrieben werden, die man nicht zu modellieren braucht. Die einfachsten, sagen wir nicht-trivialen, algebraischen Flächen, sind daher die sogenannten Quadriken, also Flächen, deren Polynom den Grad 2 hat. Wie viele wirklich verschiedene solcher Quadriken gibt es? Hier gilt es zu bedenken, dass ein Koordinatensystem für den Raum ja nun keineswegs eindeutig ist. Es gibt viele Möglichkei-

ten ein solches Dreibein im Raum zu platzieren und damit gibt es verschiedene Polynome, die das gleiche geometrische Objekt beschreiben. Anders ausgedrückt muss man Koordinatentransformationen für die Polynome zulassen und dann aus jeder Klasse von Polynomen, die alle das gleiche Objekt beschreiben, einen besonders einfachen Repräsentanten herausgreifen.

Für den Fall der Quadriken stellt sich dann heraus, dass bis auf gewisse entartete Fälle von Ebenen oder sogar nur Punkten, oder auch sogenannten singulären Flächen, wie wir sie für den Fall der Kubiken betrachten werden, es nur genau fünf solcher Quadriken gibt: das Ellipsoid, das einschalige Hyperboloid, das zweischalige Hyperboloid, das elliptische Paraboloid und das hyperbolische Paraboloid. Diese stehen in der ersten Reihe des mittleren Schrankes und wurden von keinem geringeren als von Rudolf Diesel (1858–1913) gefertigt. Alexander von Brill und Felix Klein hatten Ende der 1870er Jahre am damaligen Polytechnikum in München, der heutigen Technischen Universität, begonnen, eigene Mathematikvorlesungen für Ingenieurstudierende zu etablieren. Das war ein entscheidender Schritt in der Ausbil-



Abb. 12
Karl Friedrich Rodenberg:
Flächen dritter Ordnung:
Fläche mit B4 und zwei
imaginären C2, Brill-Serie 7,
Nr. 13, 1881,
MNF-Ma-A45

dung von Anwendern der Mathematik und ist in seiner Bedeutung kaum zu überschätzen. Hieraus sind die heute üblichen Vorlesungen „Höhere Mathematik für Ingenieure“ entstanden, die es an fast jeder deutschen Technischen Hochschule gibt. Außerdem richteten Brill und Klein ein Modellierkabinett für „wissenschaftlich gesinnte und geschickte junge Leute“ ein, die „sich einer selbständigen wissenschaftlichen Arbeit zu widmen vorhatten.“¹ Unter ihrer Anleitung wurden etliche Serien von Modellen angefertigt, deren Gips-Abgüsse bald die Mathematischen Institute der Welt eroberten sollten.² Unter diesen Studierenden befand sich der damals erst neunzehnjährige Diesel, der später wegen seiner genialen Erfindung eines selbstzündenden Verbrennungsmotors Weltruhm erlangte. Die Serie (Abb. 11) der Quadriken wurde von ihm gefertigt und für diese wurde er 1893 auf der Weltausstellung in Chicago geehrt. Es darf darüber spekuliert werden, welchen Einfluss sein profundes Wissen über quadratische Gleichungen ihm später bei der Konstruktion seines Motors bei der Anordnung der wesentlichen Teile unersetzliche Hilfe geleistet hat.

Ein ästhetischer Höhepunkt der Geometrievitri- ne befindet sich in der Mitte des mittleren Teiles: die sogenannte Rodenbergserie. Sie stellt gleichzeitig einen aktuellen Fortschritt des damaligen Wissens über Kubiken dar – das sind also algebraische Flächen vom Grad 3 –, der vermutlich Hand in Hand mit der Entwicklung der Modelle verlief. Hier ging es vor allem darum, wie viele sogenannte Singularitäten eine kubische Fläche haben kann und welche Art von Singularitäten vorkommen können. Eine Singularität ist technisch gesprochen ein Punkt (x,y,z) der Fläche, wo also das beschreibende Polynom p verschwindet, $p(x,y,z)=0$, wo aber zudem die drei partiellen Ableitungen nach x , nach y und nach z – so wie es in der Schule gelehrt wird – ebenfalls verschwinden,

$$p_x(x,y,z) = p_y(x,y,z) = p_z(x,y,z) = 0.$$

Eine Quadrik kann höchstens eine solche Singularität haben, die dann vom einfachsten Typ sein muss, einer Kegelsingularität. Singularitäten werden im Modell (Abb. 12) dadurch sichtbar, dass sich bei ihnen die Fläche zusammenschnürt. Sie sind vom handwerklichen Standpunkt aus be-

Abb. 13
Karl Rohn:
Modell der
Kummer'schen Flächen:
Vier Knotenpunkte reell,
Brill-Serie 2, Nr. 6c, 1877,
MNF-Ma-A268



Abb. 14
Ernst Eduard Kummer:
Die Römische
Fläche von Steiner,
Brill-Serie 9, Nr. 3, 1883,
MNF-Ma-A132



Abb. 15
Rechter Teil der drei
Vitrinenschränke zur
Geometrie (Ausschnitt)



Abb. 16
Isaak Bacharach:
Pseudosphäre,
Rotationsfläche der Traktrix,
Brill-Serie 1, Nr. 1, 1877,
MNF-Ma-A10



Abb. 17
J. Mack:
Fläche von constantem
negativen Krümmungsmaß
mit ebenen Krümmungs-
linien, nach Theodor Kuen,
Brill-Serie 8, Nr. 20, 1882,
MNF-Ma-A60

trachtet besonders schwer stabil zu fertigen. Oft wird ein kleiner Draht eingeführt, um den umgebenden Gips zu stabilisieren. Die Möglichkeiten, wie viele und genau welche Singularitäten bei Kubiken auftreten können, beschreibt die von Karl Friedrich Rodenberg (1851–1933) hergestellte Modellserie eindrucksvoll. Die ganze Serie kann auch heute noch als ein großartiges didaktisches Hilfsmittel betrachtet werden, das in die inzwischen weit ausgebaute Singularitätentheorie der Algebraischen Geometrie einführt. Es ist nicht ganz klar, wo genau die Urmodelle der Serie zum ersten Mal gefertigt wurden. Nachweislich wurde die Serie als Gipsabgüsse bei Ludwig Brill (1844–1940) in Darmstadt seit 1881 zum Verkauf angeboten.³ Rodenberg war zu jener Zeit Professor an der Darmstädter Technischen Hochschule und stand sicherlich in Kontakt mit seinen beiden Kollegen Brill und Klein in München. Erhöht man den Grad noch weiter, so stößt man mit den Quartiken auf eine auch heute noch unübersehbare Zahl von verschiedenen Möglichkeiten, bei welchen notgedrungen nur eine kleine Auswahl der möglichen Phänomene dargestellt werden kann. Dazu gehört, dass es bei Quartik-

ken zu maximal 16 Singularitäten kommen kann, und wenn eine solche Fläche diese Maximalzahl erreicht, so wird sie nach Ernst Eduard Kummer (1810–1893) heutzutage eine Kummerfläche genannt. Von diesen Kummerflächen (Abb. 13) befinden sich einige im untersten Regal des mittleren Schrankes, ebenso wie eine sehr schöne Serie von Quartiken mit Tetraedersymmetrie, die Kummer selbst damals in Berlin anfertigte. Dazu gehört auch die Steiner'sche Römerfläche (Abb. 14), die als ein Modell der projektiven Ebene Berühmtheit erlangen sollte.

ANALYSIS

Im rechten Schrankteil des großen Geometrieschrankes (Abb. 15) der Tübinger Ausstellung sind die Auswirkungen eines weiteren großen Durchbruchs zu bestaunen, der der Geometrie zu bis dahin ungeahnten Anwendungen in ganz neuen Bereichen der Mathematik und außerhalb derselben verhelfen sollte, etwa der Allgemeinen Relativitätstheorie in der Physik. Das ist der Einsatz der Differential- und Integralrechnung oder der Analysis, die von Gottfried Wilhelm Leibniz (1646–1716) und Isaac Newton (1643–1727) zu-

erst entwickelt worden war. Im 19. Jahrhundert wurde diese neue Theorie vor allem durch den deutschen Ausnahmehematiker Carl Friedrich Gauß (1777–1855) zum Studium von Flächen und anderen geometrischen Gebilden eingesetzt. Die von ihm auf den Weg gebrachte Theorie wird heute als ein völlig eigenständiges Gebiet mit Differentialgeometrie bezeichnet. Im Wesentlichen wird nun die Fläche im dreidimensionalen Raum nicht mehr synthetisch beschrieben, wie bei den Griechen, und auch nicht als Nullstellengebilde eines Polynoms in drei Veränderlichen wie in der Algebraischen Geometrie, sondern als Bild einer differenzierbaren Abbildung $f: D \rightarrow \mathbb{R}^3$ bei der D ein Gebiet in der Ebene ist. Das heißt, f besteht aus drei Funktionen $f_1, f_2, f_3: D \rightarrow \mathbb{R}$ die von zwei Veränderlichen (t_1, t_2) abhängen. Mit Hilfe der fundamentalen Idee der Ableitung kann man nun infinitesimale Konzepte wie Steigungen von Funktionsgraphen und mit der nochmaligen, dann zweiten, Ableitung Krümmungsphänomene beschreiben. Tatsächlich sind fast alle Flächen im rechten Teilschrank durch besondere Krümmungseigenschaften gekennzeichnet.

Der Krümmungsbegriff ist, wie bereits angedeutet, absolut zentral für die gesamte Differentialgeometrie. Liegt nur eine Kurve vor, so ist relativ klar, wie die Krümmung dieser Kurve in einem Punkt zu beschreiben ist. Man legt an die Kurve durch den betreffenden Punkt genau jenen Kreis an, der sich der Kurve in diesem Punkt am besten anschmiegt, den Schmiegekreis, und definiert dann das Reziproke des Radius' des Schmiegekreises als die Krümmung der Kurve in diesem Punkt. Zusätzlich gibt man der Krümmung noch ein Vorzeichen, je nachdem, ob der Schmiegekreis links von der Durchlaufrichtung liegt oder rechts. Eine Gerade etwa hat dann überall Krümmung Null, ein Kreis hat überall die gleiche Krümmung, nämlich das Reziproke seines Radius', da der Schmiegekreis in einem Punkt hier für alle Punkte mit der Kurve zusammenfällt – oder das Negative davon, je nachdem, in welche Richtung man den Kreis durchläuft. Bei einer Fläche ist der Krümmungs-

begriff komplexer. Hier muss man nicht nur den Punkt der Fläche fixieren, sondern auch noch eine Richtung tangential zur Fläche. Läuft man dann auf der Fläche von diesem Punkt in diese Richtung los, genauer: bleibt man in der Ebene, die durch die Richtung und die Normale an die Fläche gegeben ist, so erhält man eine Kurve auf der Fläche, einen sogenannten Normalenschnitt, deren Krümmung in dem Punkt man als die Krümmung der Fläche in dem Punkt in die gegebene Richtung bezeichnet. Dabei stellt sich heraus, dass für jeden Punkt zwei zueinander senkrechte Richtungen existieren, bei welchen diese Richtungskrümmungen jeweils maximal oder minimal sind, die sogenannten Hauptkrümmungen k_1 und k_2 . Es ist dem Genie von Gauß zu verdanken, dass er daraus zwei Krümmungsbegriffe geformt hat, die die ganze Fläche optimal beschreiben. Sie werden bis heute nach ihm mit H , der mittleren Krümmung, und K , der Gaußschen Krümmung – früher auch das Krümmungsmaß genannt – bezeichnet und sind durch k_1 und k_2 durch

$$H = \frac{1}{2}(k_1 + k_2), K = k_1 k_2$$

definiert.

Von besonderer Bedeutung sind nun solche Flächen, bei welchen die mittlere Krümmung oder die Gauß'sche Krümmung an jedem Punkt der Fläche gleich sind; sie sind konstant. Um solche zu finden, sucht man zunächst unter solchen Flächen, die eine Rotationssymmetrie haben, den sogenannten Rotationsflächen. Sind sie alle bestimmt, geht man zu den Schraubenflächen über, die bei einer beliebigen Drehung bei gleichzeitiger Verschiebung in Richtung der Rotationsachse in sich übergehen. Zudem gibt es noch die sogenannten Enneperflächen, die nach dem Mathematiker Alfred Enneper (1830–1885) benannt sind. Man sieht nun in der obersten Reihe des Schrankes die Flächen positiver konstanter Gaußkrümmung, die überall sphärenartig aussehen, weil sich die beiden Hauptkrümmungskurven

Abb. 18
Gottlieb Herting:
Catenoid,
Brill-Serie 8, Nr. 25c, 1882,
MNF-Ma-A65-2



Abb. 19
Anton von Braunmühl:
Die Rotationsflächen
constanter mittlerer
Krümmung nebst geo-
dätischen Linien, Onduloid,
Brill-Serie 2, Nr. 8, 1877,
MNF-Ma-A15a





Abb. 20
Anton von Braunmühl:
Nodoid, Brill-Serie 2,
Nr. 3b, 1877,
MNF-Ma-AF20



Abb. 21
Peter Vogel:
Dupin'sche Cyclide, Spindel-
zyklide 2. Art, Brill-Serie 5,
Nr. 16b, 1880,
MNF-Ma-A25-2

zur gleichen Seite hin krümmen, da die Hauptkrümmungen das gleiche Vorzeichen haben müssen, wenn ihr Produkt positiv ist. Von links nach rechts erkennt man zunächst die verschiedenen Möglichkeiten von Rotationsflächen, dann eine Schraubenfläche, schließlich eine Enneper'sche Fläche und weitere. Die zweite Reihe zeigt Flächen konstanter negativer Gaußkrümmung. Hier ist also jetzt die Fläche um jeden Punkt sattelförmig, weil die Hauptkrümmungskurven lokal um den Punkt herum in entgegengesetzten Halbräumen verlaufen. So findet man unter anderen die berühmte Pseudosphäre (Abb. 16), jene Rotationsfläche von konstanter Gaußkrümmung -1 , die viele Ähnlichkeiten mit der Sphäre hat.

In der Vitrine ganz rechts ist das vielleicht ästhetischste Modell zu bewundern, die sogenannte Kuen'sche Fläche (Abb. 17), die sogar in der Schmuck- und Designerindustrie ihren Platz gefunden hat. Sie ist benannt nach Theodor Kuen, einem Studenten, später, zwischen 1880–1884, Assistenten bei Brill in München. Diese Fläche wurde von Kuen erst im Rahmen seiner Tätigkeit im Münchner Modellierkabinett gefunden. Eigentlich hätte es sie gar nicht geben dürfen, weil sie in der Liste der Enneper'schen Flächen konstanter negativer Gaußkrümmung nicht auftaucht, was sich als ein Fehler in der Originalarbeit herausstellte.

Bei Flächen konstanter mittlerer Krümmung, wie man sie im dritten Regal des Schrankes findet, spielt das Vorzeichen keine geometrische Rolle wie bei der Gauß-Krümmung. Entsprechend unterscheiden sich nur die Fälle, bei welchen die mittlere Krümmung identisch Null ist und jene, bei denen sie ungleich Null ist. Jene, bei welchen sie verschwindet, spielen in der Differentialgeometrie bis heute eine besondere Rolle, weil sie sich einstellen, wenn man ein sehr naheliegendes Variationsproblem untersucht: Gegeben sei eine geschlossene Kurve im Raum. Man finde dann eine Fläche, die von der gegebenen Kurve berandet wird und unter allen solchen Flächen den minimalen Flächeninhalt aufweist – eine Mi-

nimalfläche. Solche Flächen müssen notwendig verschwindende mittlere Krümmung haben. Von links nach rechts sind die bekanntesten, angefangen mit der Rotationsfläche, die man Katenoid (Abb. 18) nennt, zu sehen. Rechts folgen dann die Rotationsflächen konstanter mittlerer Krümmung, das Onduloid (Abb. 19) und das Nodoid (Abb. 20). Im letzten Regal bilden die sogenannten Zykkliden (Abb. 21) den Abschluss. Bei ihnen sind alle Hauptkrümmungskurven Kreise, wobei eine Gerade auch als ein Kreis mit unendlichem Radius betrachtet wird.

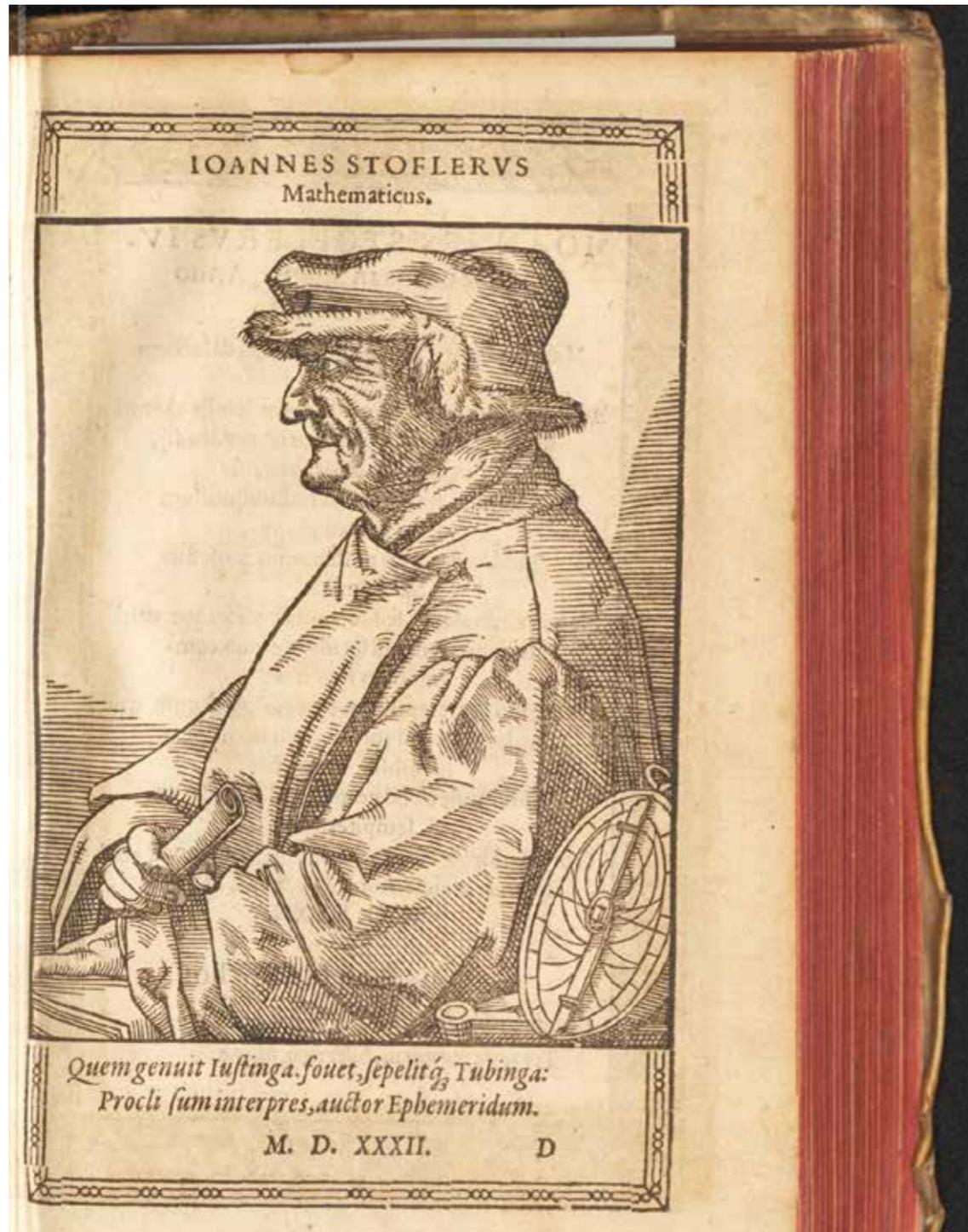
So bietet der Blick in die Geometrieschränke eine Reise durch die Geschichte der Geometrie. Angefangen bei den Symmetrieüberlegungen der alten Griechen über die Entdeckung der Algebra zur Erforschung der Geometrie bis hin zum Einsatz in der Analysis. Um auch systematisch das Krümmungsverhalten von Flächen studieren zu können, kann hier beobachtet werden, wie sich die großen Grunddisziplinen der Algebra und Analysis im Laufe der Zeit in den Dienst der Geometrie stellten und noch stellen. Und ganz nebenbei sind viele dieser mathematisch so interessanten Modelle auch lustvoll anzuschauen, weil sie einfach schön sind.

1 Die Zitate aus: Alexander von Brill: Über die Modellsammlung des mathematischen Seminars der Universität Tübingen [Vortrag gehalten 1886], in: Mathematisch-naturwissenschaftliche Mitteilungen, Hg. v. Otto Böklen, Bd. 2, 1887–1888, Tübingen 1889, S. 76.

2 Vgl. den gemeinsamen Beitrag von Edgar Bierende und Frank Loose in diesem Band.

3 Vgl. dazu auch die Objekttexte von Katharina Rohmeder und Angelina Schmidle in diesem Band.

Abb. 1
Tobias Stimmer, Christoph Murer (zugeschrieben): Johannes Stöffler, Holzschnitt (1532), aus: Nikolaus Reusner: *Icones sive imagines* [...], 1587



Zur Geschichte der Mathematischen Modelle

Von der Renaissance bis heute

Gerhard Betsch

Zunächst soll von „Vorformen“ der räumlichen mathematischen Modelle die Rede sein: Im Jahr 1482 erschien in der Offizin von Erhard Ratdolt (1447–vor 1528) in Venedig die erste Buchausgabe der „Elemente“ des Euklid. Es war das erste gedruckte Buch mit geometrischen Figuren. Diese Figuren waren von hervorragender Qualität; sie wurden mit großer Sorgfalt in den Text eingefügt. Der Text wiederum war die Übersetzung des Campanus von Novara aus dem Arabischen ins Lateinische, entstanden vor 1260.¹

Von Tübingen ging der Bestseller „*Elucidatio fabricae ususque astrolabii*“ aus, eine umfassende Darstellung von Bau und Anwendungen des Astrolabiums (Planisphaeriums) durch den Tübinger Professor Johannes Stöffler (1452–1531, Abb. 1). Stöffler, seit 1507 in der Tübinger Matrikel vermerkt, hatte das Buch schon 1510 abgeschlossen. Aus diesem Jahr datiert seine Vorrede an die Leser. Aber die unbedingt notwendigen Abbildungen waren offenbar in Tübingen nicht zu beschaffen. Daher übernahm der Drucker und Sachbuchautor Jakob Köbel (ca. 1462–1533) in

Oppenheim die Publikation des Werks. Das Buch erschien 1513 in Oppenheim – mit vorzüglichen Abbildungen, die sicher nach Vorzeichnungen von Stöffler gefertigt waren.² Es erlebte zwischen 1513 und 1619 mindestens 17 Auflagen. Dem modernen Leser, der keine ausreichenden Lateinkenntnisse besitzt, ist das Buch heute in englischer Übersetzung zugänglich mit ausführlichen Kommentaren. Die Autoren sind Alessandro Gunella und John Lamprey.³ Sie stützen sich auf die Pariser Ausgabe durch Guillaume Cavellat aus dem Jahr 1553.

DIE ANFÄNGE DER MODELLENTWICKLUNG

Die folgenden beiden Werke sind näher bei den Modellen, sie enthalten Abbildungen räumlicher mathematischer Modelle: Der gelehrte Minoritenpater Luca Pacioli (1445–1517) veröffentlichte 1509 in Venedig sein Werk „*Divina Proportione*“⁴. Die prächtigen Illustrationen stammen von Pacioli's Schüler Leonardo da Vinci (Abb. 2). Sie stellen Kantenmodelle von regulären, halbrekulären und weiteren Polyedern perspektivisch dar.⁵ Reguläre Polyeder sind konvexe Polyeder, deren sämtliche Seitenflächen kongruente reguläre Vielecke sind,

Abb. 2
Leonardo da Vinci:
Zeichnung XXII. Icoedron
Planus Vacuus [Ikosaeder,
Platonischer Körper], aus
Luca Pacioli: Divina Propo-
rtione, 1509 (Faksimile im
Fachbereich Mathematik)

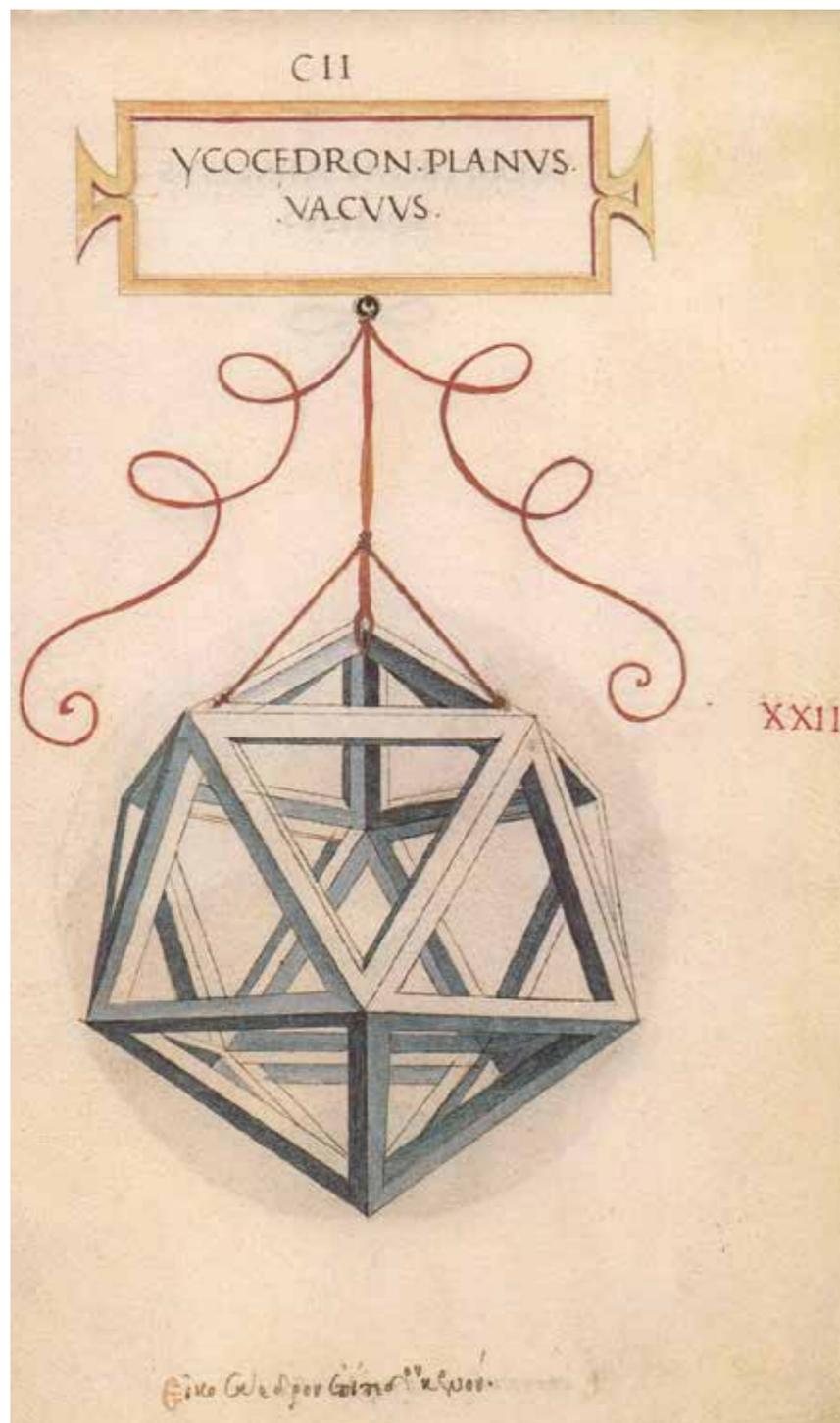
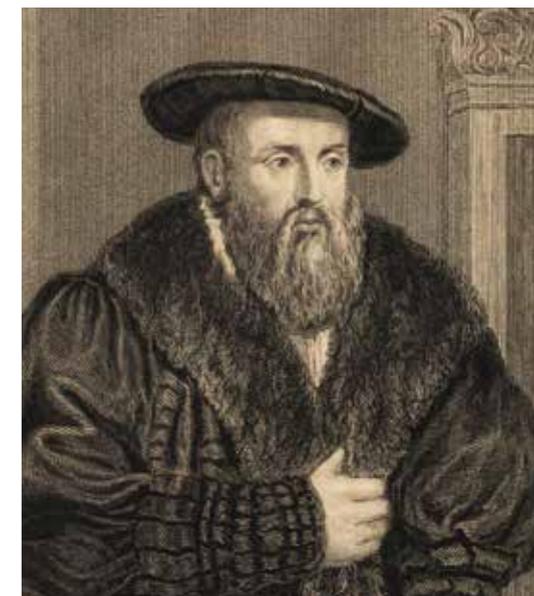


Abb. 3
Frederick Mackenzie:
Johannes Kepler,
Druckgraphik, um 1840,
MNF-Ma-A296



wobei an jeder Ecke gleich viele Flächen zusammenstoßen. Sie heißen Platonische Körper, da sie im Dialog „Timaios“ von Platon eine entscheidende Rolle spielen. Es gibt genau fünf reguläre Polyeder: das Tetraeder, das Hexaeder (Würfel), das Oktaeder, das Dodekaeder und das Ikosaeder, die vier, sechs, acht, zwölf, zwanzig Seitenflächen aufweisen. Jedes reguläre Polyeder P besitzt eine Umkugel, die durch sämtliche Ecken von P geht, und eine Inkugel, die sämtliche Seitenflächen von P von innen berührt. Verallgemeinerungen der regulären Polyeder sind die halbrekulären Polyeder, deren Seitenflächen in mindestens zwei Klassen kongruenter regulärer Polygone zerfallen, wobei jedoch wieder die Ecken kongruent sein müssen. Nach Pappos von Alexandrien schreibt man die Untersuchung der halbrekulären Polyeder Archimedes zu.

Johannes Kepler (1571–1630, Abb. 3), seit seinem Studium in Tübingen überzeugter Kopernikaner, stellte sich zu Beginn seiner wissenschaftlichen Arbeit die Frage: Warum gibt es genau die – damals bekannten – sechs Planeten, und wie bestimmt sich ihr relativer Abstand? Die spekulative Antwort, die Kepler in seinem Erstling „Mysterium Cosmographicum“⁶ darlegt, schildert ein Planetensystem, das wesentlich auf den fünf regulären Polyedern, den Platonischen Körpern, beruht. Jeder Planet läuft auf einem Großkreis einer Kugel, deren Mittelpunkt in der Sonne liegt. – Wir sprechen hier von der Kugel des Saturn, des Jupiter und so weiter. – Die Kugel des Saturn ist die Umkugel eines Würfels, dessen Inkugel die Kugel des Jupiter ist. Die Kugel des Jupiter ist wiederum die Umkugel eines Tetraeders, dessen Inkugel die Kugel des Mars ist und so weiter. Auf diese Weise entsteht ein System von sechs Kugeln mit gemeinsamem Mittelpunkt in der Sonne. Zwischen zwei aufeinanderfolgenden Kugeln ist ein bestimmter platonischer Körper eingeschaltet. Genauer gesagt: Kepler statuiert die Folge: Saturn – Würfel – Jupiter – Tetraeder – Mars – Dodekaeder – Erde – Ikosaeder – Venus – Oktaeder – Merkur.

Aus diesem Modell kann man zum Beispiel die Verhältnisse der mittleren Bahnradien der Planeten zur entsprechenden Bahngröße des Saturn berechnen. Die Ergebnisse stimmen überraschend gut überein mit Werten, die man mit astronomischen Methoden gewinnt.⁷ Kepler fand auch zwei Sternkörper, die entstehen, wenn man sich die Flächen des regulären Dodekaeders respektive des regulären Ikosaeders über die Kanten des Polyeders hinaus fortgesetzt denkt und den „Zacken“ oder „Strahl“ betrachtet, der von diesen Ebenen eingeschlossen wird. So entsteht ein zwölfzackiger Stern, dessen Symmetrien mit den Symmetrien des Dodekaeders übereinstimmen. Entsprechendes gilt für das Ikosaeder und den daraus entstehenden zwanzigzackigen Stern.⁸ Der französische Mathematiker Louis Poinsot (1717–1859) entdeckte die Keplerschen Sternkörper erneut und zwei weitere regelmäßige Sternkörper. Damit waren alle regelmäßigen Sternpolyeder bekannt.⁹

In Keplers naturphilosophischem Hauptwerk „Harmonice Mundi“¹⁰ aus dem Jahr 1619 handelt das zweite Buch von der „Kongruenz der harmonischen Figuren“. In diesem Zusammenhang

Abb. 4
Peter Schenck:
René Descartes, vor 1719,
Foto nach einem Kupferstich
von Siegfried Langbein,
um 1900, Geschenk
von Alexander von Brill,
MNF-Ma-A241

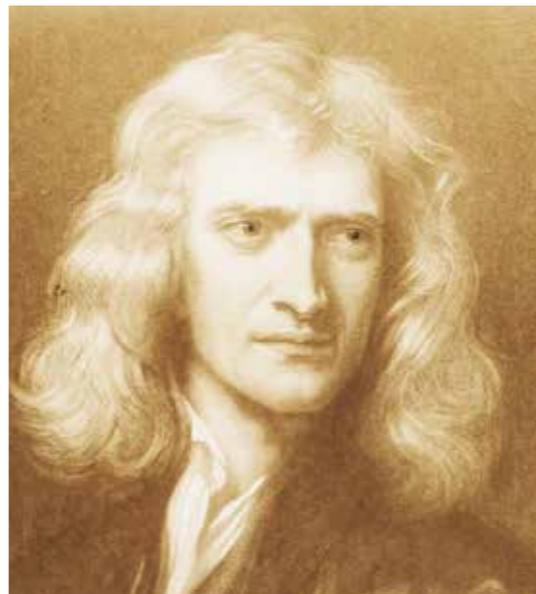


werden auch reguläre, halbbreguläre Polyeder, Sternkörper und so weiter behandelt. Sämtliche Figuren zur Weltharmonik, also auch die zum zweiten Buch, wurden von Keplers Freund und Korrespondenten Wilhelm Schickard (1592–1635) gezeichnet. Die Holzschnitte nach diesen Zeichnungen wurden jedoch nicht von Schickard, sondern von anderer Hand besorgt. Die Stiche der Einschalttafeln wurden dagegen von Schickard mit eigener Hand ausgeführt. Schickard wirkte von 1614 bis 1619 als Diaconus¹¹ in Nürtingen. 1619 wurde er Professor für Hebräisch in Tübingen.¹²

17. UND 18. JAHRHUNDERT

Die abendländische Mathematik erfuhr im 17. Jahrhundert zwei wesentliche Erweiterungen: Die Erfindung der Koordinatengeometrie und die Erfindung der Infinitesimalrechnung. Als entscheidender Quellentext für die Koordinatengeometrie – früher „analytische Geometrie“ genannt – gilt mit Recht das Buch „Géométrie“ aus dem Jahr 1637 von René Descartes (1596–1650, Abb. 4).¹³ Formal ist die „Géométrie“ ein Anhang zum Hauptwerk von Descartes' „Discours de la Mé-

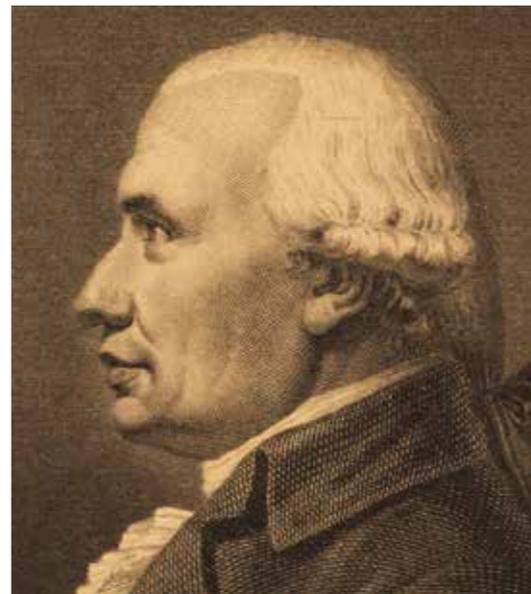
Abb. 5
Porträt von Isaac Newton,
Fotografie einer Druckgraphik
von L. Lange um 1900
nach einem Gemälde von
Godfrey Kneller, 1689,
MNF-Ma-A244



thode“. Wirksam wurde diese bedeutsame Veröffentlichung allerdings erst, nachdem der Cartesius-Schüler Frans van Schooten das Buch ins Lateinische übersetzte, kommentierte und mit Beispielen ergänzte.¹⁴ Diese 1649 erstmals publizierte „Geometria“ war das Lehr- und Handbuch der Mathematiker der Zeit. Auch das Mathematische Institut besitzt ein Exemplar der vierten Auflage von 1695. Es war das Handexemplar des Tübinger Professors Johann Conrad Creiling (1673–1752).

Mit der „Géométrie“ wurde nicht nur eine neue Methode – die Koordinatengeometrie – in die Geometrie eingeführt, es wurde vielmehr die Menge der geometrischen Objekte, die der Untersuchung zugänglich waren, unerhört ausgedehnt. Die antike ebene Geometrie kannte Geraden, Kreise und Kegelschnitte, die als ebene Schnitte von senkrechten Kreiskegeln definiert waren. Dazu noch einzelne Kurven, die man durch spezielle Konstruktionen oder auch kinematisch erzeugte und die heute noch durch ihre meist griechischen Namen, wie Kissoide oder Konchoide als antikes Erbe kenntlich sind. Nunmehr standen die „Graphen“ von wirklich unendlich vielen

Abb. 6
Melchior Tavernier:
Porträt von Gaspard Monge,
Druckgrafik, vor 1665,
Heliografie von Ludwig
Angerer, vor 1879,
MNF-Ma-A330



Gleichungen in x und y als Studienobjekte der ebenen Geometrie zur Verfügung. Dabei versteht man unter „Graph“ einer Gleichung $f(x, y) = 0$ die Menge der Punkte (x, y) in einem „cartesischen“ Koordinatensystem, welche die Gleichung $f(x, y) = 0$ erfüllen. Beispiel: Die ebene Kurve mit der Gleichung (*) $x^3 - y^2 = 0$ ist die Menge der Punkte (x, y) im Koordinatensystem, welche die Bedingung (*) erfüllen. Diese Kurve ist garantiert „nicht antik“. Eine besondere Pointe: Die Kissoide erwies sich als Kurve dritter Ordnung, die sich durch die einfache Gleichung $x^3 + xy^2 - ay^2 = 0$ beschreiben lässt. Die Kegelschnitte sind genau die Kurven, die durch Gleichungen zweiten Grades beschrieben werden. Es gibt bis auf Ausnahmefälle drei Typen von Kegelschnitten: Die Ellipse mit dem Sonderfall des Kreises, Parabel und Hyperbel. Auch dies sind griechische Namen. Isaac Newton (1642/43–1727, Abb. 5) schrieb eine „Enumeratio linearum tertii ordinis“¹⁵, eine Aufzählung und Klassifikation der ebenen algebraischen Kurven dritter Ordnung. Er fand 72 Typen. Um dieses Ergebnis überhaupt sinnvoll darstellen zu können, benötigte er Abbildungen, die meist als Kupferstiche ausgeführt und auf „Einschalttafeln“ der

Abb. 7
Rudolf Hoffmann:
Porträt von Julius Plücker,
Lithographie, 1856,
nach einer Fotografie
von Schafgans in Bonn



Abhandlung beigegebenen waren; die Einschalttafeln konnten ausgeklappt werden. Diese sehr praktische Abbildungsmethode wurde bis weit ins 19. Jahrhundert hinein angewendet. Noch die erste Veröffentlichung von Johann Gottlieb Friedrich (von) Bohnenberger (1765–1831), eine „Anleitung zur geographischen Ortsbestimmung“ aus dem Jahr 1795, enthält solche Abbildungsseiten.¹⁶

Um die Wende vom 18. zum 19. Jahrhundert entwickelte Gaspard Monge (1746–1818, Abb. 6), Professor an der École polytechnique, die Darstellende Geometrie, eine Zusammenfassung und Erweiterung bekannter Verfahren zur Darstellung eines dreidimensionalen Objekts durch eine oder mehrere zweidimensionale Zeichnungen. Dies war besonders für Techniker bedeutsam. Die Zeichnung(en) sollten es erlauben, sämtliche geometrischen Eigenschaften des dargestellten Objekts mit hinreichender Genauigkeit zu ermitteln. Schon etwas früher hatte Monge Anwendungen der Analysis auf die Geometrie studiert. Damit begründete er einen Zweig der Mathematik, den man heute Differentialgeometrie nennt. Wichtige Publikationen von Monge zur Darstel-

lenden Geometrie und zur Differentialgeometrie erschienen erstmals 1798 und 1795.¹⁷

MATHEMATISCHE MODELLE 1800 BIS 1875:
DAS MÜNCHNER MODELLIERKABINETT

Im 19. Jahrhundert bestand ein Gegensatz von „Anschaulicher Geometrie“ zu „Projektiver Geometrie“. Während die anschauliche Geometrie bestrebt war, das individuelle Objekt möglichst genau und anschaulich zu beschreiben und darzustellen, war die projektive Geometrie darauf ausgerichtet, Normalformen von geometrischen Objekten zu finden, denen möglichst große Klassen von Objekten jeweils „projektiv äquivalent“ sind.

So gibt es projektiv zum Beispiel nur einen Typ eines nicht ausgearteten Kegelschnitts. Dies führte zu einer beeindruckenden Systematik und großer begrifflicher Klarheit. Die mathematischen Modelle und ihre Entwicklung gehören in den Bereich der anschaulichen Geometrie. Mit der Zeit näherten sich die beiden Forschungsrichtungen an. Mitte des Jahrhunderts konnte die Darstellende Geometrie sich projektiver Verfahren bedienen.

Julius Plücker (1801–1868, Abb. 7) entwickelte eine – gegenüber Newton verbesserte – Klassifikation der Kurven dritter Ordnung, die er in seinem „System der analytischen Geometrie“ aus dem Jahr 1835 publizierte,¹⁸ wiederum mit mehreren Figurentafeln. Plücker war es auch, der als einer der ersten das Interesse auf die Gestalt krummer Oberflächen höherer als der zweiten Ordnung lenkte. Wichtig dabei ist: Die Mathematiker interessiert an den Modellen in aller Regel nicht der dreidimensionale Körper selbst, sondern seine Oberfläche und bestimmte Linien auf dieser Oberfläche. Krumme Flächen kann man durch dünne gebogene Bleche darstellen. Weit günstiger ist die Darstellung als Oberfläche eines geeigneten Körpers. Gewisse Flächen, bei denen durch jeden Punkt eine Gerade geht, die ganz in der Fläche liegt, sogenannte Regelflächen, lassen sich häufig durch Fadenmodelle darstellen. In der Tat, Fadenmodelle gehören oft zu den ältesten Modellen überhaupt. Eine weitere Methode krumme Flächen darzustellen benützt eine Serie von äquiparallelen ebenen Schnitten, die in geeigneter Weise in eine Halterung gesteckt und so im Raum fixiert werden.

Abb. 8
Julius Plücker:
Eine Ellipse
und eine Hyperbel
mit dem selben Zentrum,
Eigel & Lesemeister, 1880,
MNF-Ma-A70





Abb. 9
Ernst Milster:
Ernst Eduard Kummer,
Fotografie, um 1880

Relativ früh wurden wohl unter dem Einfluss von Gaspard Monge in Paris mathematische Modelle hergestellt. Das Pariser Conservatoire des Arts et Métiers besitzt eine eindrucksvolle Sammlung solcher Modelle. Eine Reihe dieser Stücke sind verbunden mit dem Namen Charles Muret, tätig zwischen 1850 und 1870 als „géomètre de la Ville de Paris“, also wohl als eine Art Stadt-Vermessungsdirektor. Auch die Tübinger Sammlung enthält Modelle von Muret.¹⁹

1863 präsentierte der Berliner Mathematiker Ernst Eduard Kummer (1810–1893, Abb. 9) eine Fläche vierter Ordnung mit 16 Doppelpunkten. Es handelte sich um die Fläche $(x^2 + y^2 + z^2 - a^2)^2 = pqr$. Dabei ist $(x^2 + y^2 + z^2 - a^2) = 0$ die Gleichung der Kugel um den Koordinatenursprung mit Radius a ; p , q , r , s sind „Linearformen“ mit der Eigenschaft, dass $p = 0$, $q = 0$, $r = 0$ und $s = 0$ die Gleichungen der Ebenen sind, die ein reguläres Tetraeder T in „Normallage“ begrenzen. Die Fläche hat 16 Doppelpunkte und weist die Symmetrie des Tetraeders T auf. Kummers Problemstellung stammte aus der theoretischen Optik. Zur Ergänzung der betreffenden Abhandlung deponierte Kummer damals ein Modell im Mathema-

tischen Seminar der Berliner Universität. In der Mathematischen Modellsammlung der Universität Tübingen hat sich ein Gipsabguss eines Modells mit acht Singularitäten (Abb. 10) erhalten.²⁰

In den 1860er Jahren wirkten an der Technischen Hochschule Karlsruhe die Mathematiker Alfred Clebsch (1833–1872, Abb. 11) und Christian Wiener (1826–1896, Abb. 12). Clebsch gehörte zu den Begründern der Algebraischen Geometrie. Er war Lehrer und Doktorvater von Alexander von Brill. Wiener war zu seiner Zeit der Doyen der Darstellenden Geometrie in Deutschland und ein Onkel von Alexander von Brill. Clebsch veranlasste seinen Kollegen Wiener, in der Tradition der Pariser Modellbauer einige Modelle herzustellen. Man hatte mit Mitteln der projektiven Geometrie erkannt, dass jede Fläche dritter Ordnung 27 Geraden enthalten muss, wobei der Fall, dass alle 27 Geraden im Reellen liegen, besonders interessant ist.²¹ Auf Anregung von Clebsch baute Wiener das Modell einer Fläche, deren sämtliche 27 Geraden sichtbar sind. Ein Exemplar (Abb. 13) mit ausführlichen Anmerkungen findet sich in der Tübinger Sammlung.²² Alle diese Bemühungen führten

Abb. 10
Karl Rohn:
Modell der Kummer'schen
Fläche; Fläche mit acht
reellen Doppelpunkten,
Brill-Serie 2, Nr. 6a, 1877,
MNF-Ma-A266



Abb. 11
Unbekannter Fotograf:
Alfred Clebsch,
vor 1872

Abb. 12
Adalbert Uetz:
Christian Wiener,
Fotografie, um 1875



dazu, die Wertschätzung der Modelle zu heben. Als 1873 eine Versammlung von Mathematikern in Göttingen stattfand, war das Treffen bereits von einer Modell-Ausstellung begleitet.²³ 1875 wurden die Mathematiker Felix Klein (1849–1925) und Alexander von Brill (1842–1935), als ordentliche Professoren der Mathematik an die Polytechnische Schule²⁴ nach München berufen. Sie leisteten dort Pionierarbeit bei der Reform der Mathematik-Ausbildung künftiger Ingenieure, sie etablierten ein eigenständiges Studium der Mathematik an einer Polytechnischen Schule und sie bauten in München eine Modellsammlung (Abb. 14) auf, die weit über München hinaus bedeutsam wurde. Viele Münchner Modelle wurden vervielfältigt und durch Verlage vertrieben. Klein wechselte 1880 auf ein Ordinariat in Leipzig. Brill wurde 1884 nach Tübingen berufen. Das Modellierkabinett in München wurde durch Walther von Dyck (1856–1934, Abb. 15) weitergeführt. Dyck war Doktorand von Klein und ein enger Freund von Brill. In einem Vortrag am 7. November 1886 sagte Brill rückblickend über die Münchner Zeit: „Ein Modellierkabinett, mit den nötigen Werkzeugen und Zeichenutensilien

ausgerüstet, wurde für die Mathematik-Studierenden erstellt, und alsbald entfalteten in dessen Räumen wissenschaftlich gesinnte und geschickte junge Leute eine rege Tätigkeit. Die Modellier-Übungen bildeten einen Zweig der Arbeiten im mathematischen Seminar [...]. Es entstanden so unter Kleins und unter meiner [Brills] Leitung zahlreiche Modelle [...]. Manche dieser Modelle durften vom wissenschaftlichen wie vom ästhetischen Standpunkt aus ein weitergehendes Interesse beanspruchen und wurden [durch Abguss vervielfältigt], in Serien, so wie sie gerade fertig waren, lose aneinander gereiht, durch Vermittlung einer Buchhandlung der Öffentlichkeit übergeben [...]. Es erschienen auf diese Weise in den Jahren 1877–1884 gegen 100 Modelle [...].“²⁵

Laut dem Tagebuch von Brill entstanden lediglich zehn dieser Modelle unter Kleins Anleitung, womit der größere Teil unter Brills Leitung gefertigt wurde.²⁶ Ein erheblicher Anteil der Tübinger Modelle stammen aus dem Verlag Ludwig Brill in Darmstadt. Ludwig Brill war ein Bruder von Alexander von Brill, der dem väterlichen Druckereibetrieb einen Modellverlag angliederte. Nach seiner Übersiedelung nach Tübingen kaufte Alexander von Brill wiederholt bei seinem Bruder Ludwig Modelle in Darmstadt, so dass im Tübinger Seminar viele der Münchner Modelle in Gipsabgüssen vorhanden sind. Aufgrund der Sammlungsbestände ist davon auszugehen, dass Alexander von Brill wohl einige Modelle (Abb. 16) und Graphiken (Abb. 17) aus München nach Tübingen mitbrachte.

Gewöhnlich gelten Modelle als didaktische Hilfsmittel, die der räumlichen Anschauung dienen sollen. Brill war aber immer wichtig zu betonen, dass die Modelle – jedenfalls die anspruchsvolleren – nicht nur Unterrichtsmaterial für Vorlesungen über Geometrie waren: „Die meisten dieser Modelle sind jedoch bestimmt zur Förderung geometrischer Spezialstudien.“ Anders ausgedrückt: Sie wenden sich „an den Forscher“²⁷.

Was dies heißen soll, kann das ausgestellte Modell (Abb. 18) der Kuen'schen Fläche zeigen. Ein

Abb. 13
Christian Wiener:
Modell einer Fläche Dritter
Ordnung mit 27 reellen
Geraden, 1868,
MNF-Ma-A391

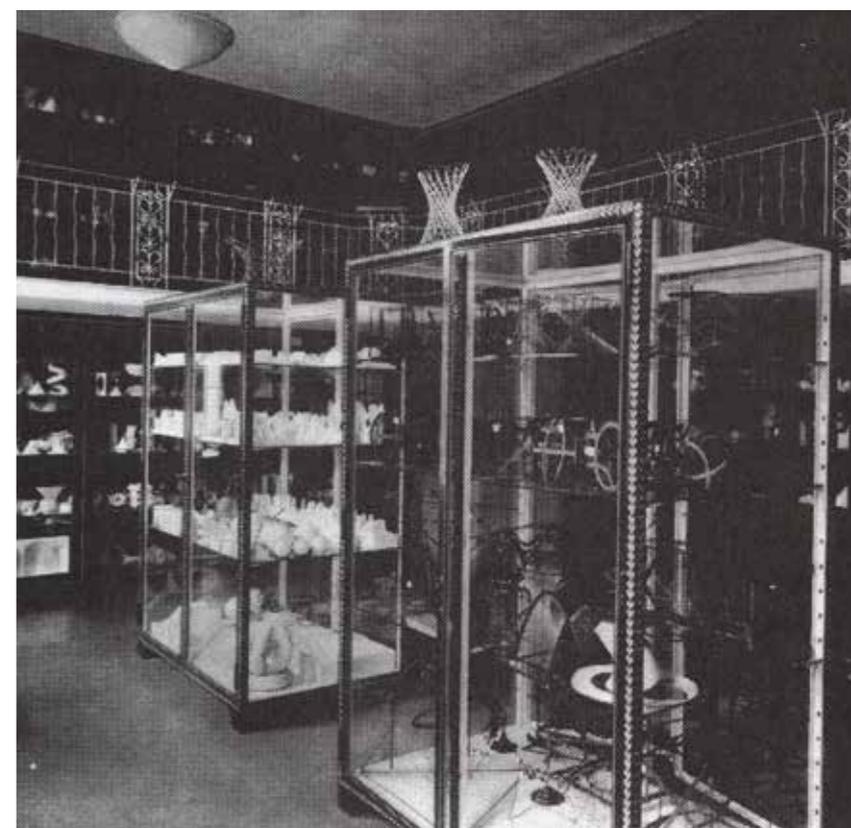
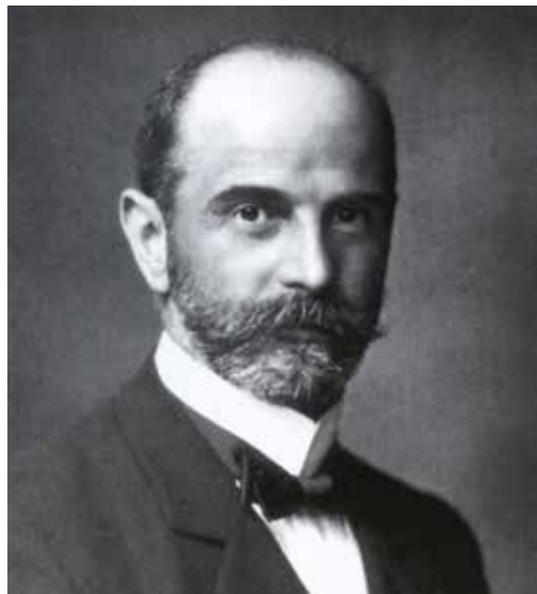


Abb. 14
Unbekannter Fotograf:
Blick in die Modellsammlung
der TU München,
um 1880

Abb. 15
Unbekannter Fotograf:
Walther von Dyck,
um 1896



gewisser cand. math. J. Mack modellierte im Rahmen des Modellierkabinetts eine Fläche mit konstanter negativer Gesamtkrümmung nach Luigi Bianchi.²⁸ Theodor Kuen, damals Assistent am Mathematischen Institut der TH München, vermutete aufgrund der äußeren Gestalt des Modells von Mack, dass diese Fläche eine Schar ebener Krümmungslinien besitzt und damit einer von Enneper untersuchten Familie von Flächen angehört. Kuen konnte seine Vermutung mit Hilfe der Gleichung der betreffenden Fläche beweisen. Die untersuchte, heute sogenannte Kuen-Fläche, war somit ein bisher übersehener Fall einer Enneper-Fläche. Erstmals veröffentlicht wurde die erläuternde mathematische Abhandlung von Kuen im Dezember 1881.²⁹ Kuen bearbeitete den zweiten, systematischen Teil des Catalogs der Verlagshandlung Ludwig Brill und wirkte bei der Herausgabe einzelner Modelle mit.³⁰ Auch die Prototypen der Diesel-Serie wurden im Münchner Modellierkabinett im Jahr 1878 modelliert. Sie stellen nicht ausgeartete Flächen 2. Ordnung dar. Es gab offenbar eine Ausführung für höhere Schulen und eine für Hochschulen. In den Serien für Hochschulen waren auf den Mit-

Abb. 16
Joseph Kreittmayr
(Hersteller):
Hyperbolisches Paraboloid,
um 1880,
MNF-Ma-AB11



telpunktsflächen und dem Paraboloid die Krümmungslinien aufgetragen.³¹ Diese Modelle kaufte Alexander von Brill für seine Tübinger Sammlung an, wie die Einträge im Verlagskatalog Ludwig Brill im persönlichen Sammelband von Alexander von Brill belegen.³² Studiosus Rudolf Diesel wurde 1892/93 der Erfinder des selbstzündenden Motors – dem nach ihm benannten Dieselmotor.³³ In lockerer Beziehung zum Modellierkabinett steht die Rodenberg-Serie (Abb. 19), bestehend aus Modellen der Flächen dritter Ordnung.³⁴ Diese Serie, zumeist in Gips, zeichnet sich durch eine besonders gut durchdachte Systematik aus. Im Wesentlichen sind alle Singularitätenkonfigurationen vertreten, die je auftreten können. Der Preis der Serie betrug im Ludwig-Brill-Verlag 300 Goldmark.³⁵ Alexander von Brill (Abb. 20) bekam – als eine Art wissenschaftlicher Direktor des Ludwig-Brill-Verlages – die Stücke wohl umsonst oder mit erheblichem Verlagsrabatt. Aus den Quellen gesichert ist, dass er anfänglich Modelle sowohl bei Joseph Kreittmayr in München und als auch bei seinem Bruder Ludwig in Darmstadt kaufte, wie die Kassensamtsbücher des Mathematisch-Physikalischen Seminars belegen.

Abb. 17
Sebastian Finsterwalder:
Fläche durch Übereinander-
lagerung der Brennlinien bei
Brechung an einem Kreise
entstanden, 1883,
MNF-Ma-A333

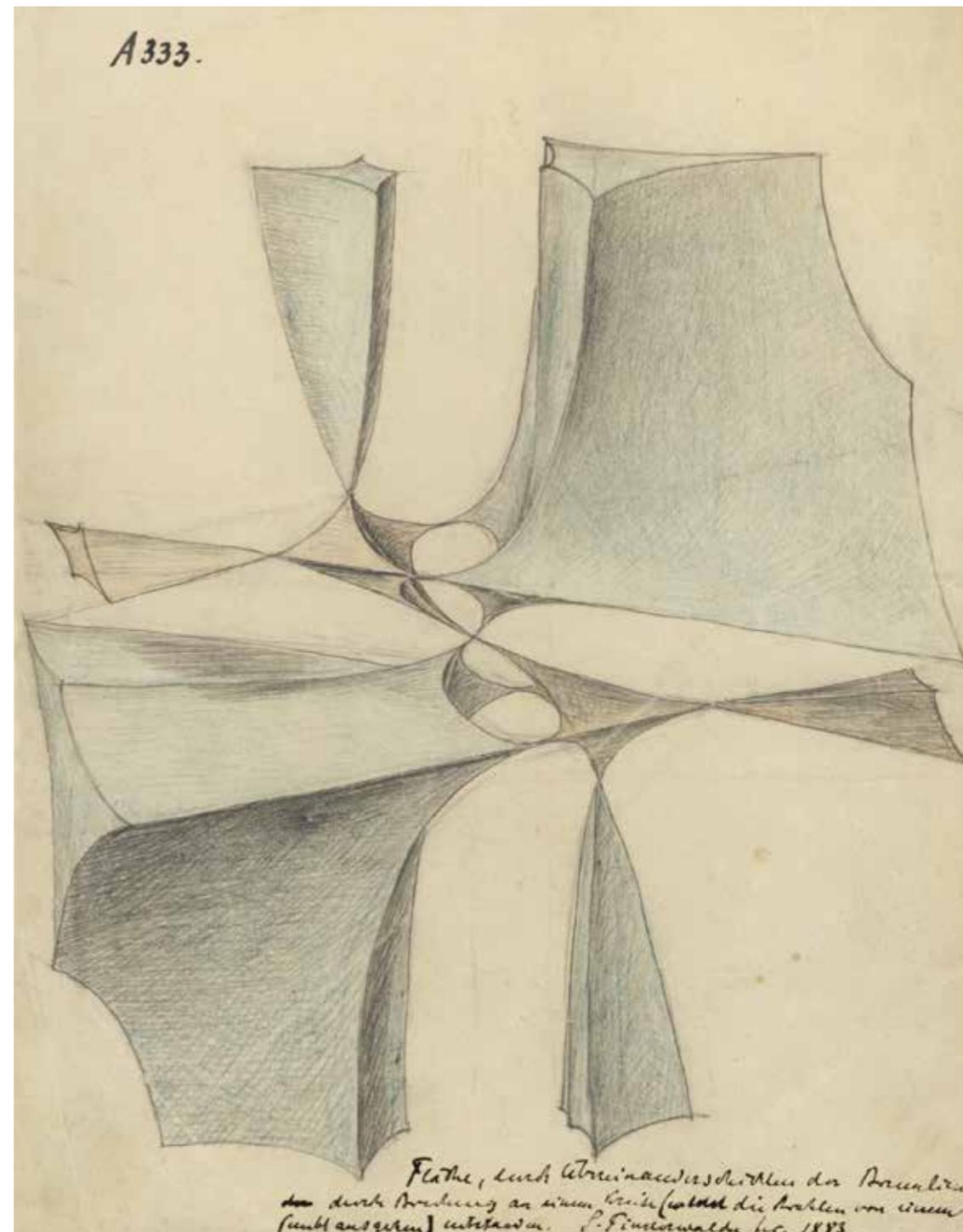


Abb. 18
J. Mack:
Fläche von constantem
negativen Krümmungsmaß
mit ebenen Krümmungs-
linien, nach Theodor Kuen,
Brill-Serie 8, Nr. 20, 1882,
MNF-Ma-A60



Abb. 19
Karl Friedrich Rodenberg:
Diagonalfäche mit
27 reellen Geraden,
Brill-Serie 7, Nr. 1, 1881,
MNF-Ma-AC12



DIE ZEIT SEIT 1884: ENDE UND NEUANFANG
Nach seiner Übersiedlung an den Neckar entfaltete Brill eine rege Forschungs- und Lehrtätigkeit, die natürlich die Benützung und Erforschung der Modelle einschloss. Wie die Liste der Ausstellungen und zwei gedruckte Beiträge³⁶ von Brill ausweisen, war er bemüht, die Tübinger Sammlung zu komplettieren.
Nach dem Abschluss der großen, gemeinsam mit Max Noether verfassten Abhandlung³⁷ wandte sich Brills Interesse mehr theoretischen Fragen der algebraischen Geometrie und der Mechanik zu. Er war somit vertraut mit den Problemen, die schließlich zur Entwicklung der speziellen Relativitätstheorie führten. Brill war einer der ersten Mathematiker oder Physiker, welche diese Theorie aufgriffen und für ihre Akzeptanz und Verbreitung sorgten. Die Monographie aus dem Jahr 1912 ist hier besonders zu nennen.³⁸ Im Sommersemester 1915 fand noch einmal ein Seminar Brills über die Krümmungstheorie von Flächen statt. Auf dieses Seminar geht ein Holzmodell zurück, das die Geodätischen auf einem einschaligen Rotationshyperboloid zeigt (Abb. 21). Es wurde angefertigt von cand. math. Christian Betsch.

Abb. 20
Unbekannter Zeichner:
Karikatur von Alexander von
Brill, um 1900,
aus Privatbesitz



1918 wurde Brill im Alter von 75 Jahren emeritiert, verspätet wegen des Krieges. Etwa gleichzeitig, aber ohne sachlichen Zusammenhang, begann das Interesse an Mathematischen Modellen zu erlahmen. Die Notsituation in der Nachkriegszeit war für die Anschaffung teurer Modelle sicher nicht zuträglich. Aber viel wichtiger war eine Neuorientierung der Forschung selbst, weg von der geduldigen, eingehenden Untersuchung des Spezialfalls, hin zu allgemeineren Gesichtspunkten. Hier spielt auch die Neuorientierung der Algebra in den 1920er und 1930er Jahren eine wichtige Rolle. Im Zentrum dieser Entwicklung stand übrigens Emmy Noether, die Tochter von Brills engem Freund Max Noether.
Die Bedeutung der Darstellenden Geometrie – und damit ihre Rolle als Pflichtfach – blieb dagegen bis nach dem Zweiten Weltkrieg erhalten. Die Mathematiklehrer hatten häufig künftige Techniker zu unterrichten oder auszubilden; und noch im Sommersemester 1955 konnte der Stuttgarter Professor für Geometrie Lothar Baier in einer Vorlesung sagen: „Gute (saubere) Zeichnungen sind die Visitenkarte des Ingenieurs.“³⁹ Daher rührt die auf Gaspar Monge zurückgehende hohe

Abb. 21
Christian Betsch:
Rotations-Hyperboloid,
Urmodell, um 1915,
aus Privatbesitz



Wertschätzung der Darstellenden Geometrie als Grundlagendisziplin der Technischen Fächer.

Für die Tübinger Modell- und Instrumenten-Sammlung hatte diese Entwicklung Folgen: Sie versanken in eine Art Winterschlaf. Lediglich die Geräte, die bei praktischen Übungen in Niederer Geodäsie benützt wurden, erfreuten sich weiterer Pflege, bis durch eine Änderung der Prüfungsordnung 1960 Niedere Geodäsie als Pflichtfach abgeschafft und dann sehr bald auch nicht mehr angeboten wurde. Da das Institut in den vergangenen Jahrzehnten häufig umziehen musste, wurde die systematische Ordnung der Sammlungen zerstört, Geräte wurden beschädigt oder gingen ganz verloren, und nicht wenige Modelle gingen zu Bruch (Abb. 22).

Seit Januar 2017 ist nun eine Auswahl der Modellsammlung in systematischer Anordnung im Foyer und in Schränken im Hörsaal N 14 des Gebäudes C „Auf der Morgenstelle“ ausgestellt. Eine große Zahl von weiteren Modellen ist in einem Modellschrank im 4. Obergeschoss dieses Gebäudes zu sehen.⁴⁰

Neuerdings können Mathematische Modelle mit den Mitteln der Computergraphik studiert werden.⁴¹ Hier schließt sich nun ein Kreis: Wir sahen, dass die Geschichte der Mathematischen Modelle im Grunde mit zweidimensionalen Bildern von dreidimensionalen Objekten begann. Heute erlaubt die Computergraphik, hervorragende Bilder dreidimensionaler Objekte zu entwerfen und darüber hinaus diese Bilder unbegrenzt mathematisch zu variieren – was aber nicht bedeutet, dass auf dreidimensionale, „begreifbare“, Modelle verzichtet werden kann.

Abb. 22
Johann Kleiber:
Realteil einer holomorphen Funktion mit einer wesentlichen Singularität (zerstört), Schilling-Serie 14, Nr. 6, 1886, MNF-Ma-A311



AUSSTELLUNGEN VON MATHEMATISCHEN MODELEN IN AUSWAHL

1873

Ausstellung von Modellen in Göttingen im Zusammenhang mit einem Treffen von Mathematikern.

1876

Ausstellung von „mathematischen Apparaten“ in London, einschließlich mathematischer Modelle.

1892

Die 1890 gegründete Deutsche Mathematiker-Vereinigung DMV veranstaltete bereits 1892 eine große Modell-Ausstellung. Diese Ausstellung war schon für das Folgejahr der Gründung, 1891, geplant, musste jedoch wegen einer Epidemie verschoben werden. Der zugehörige Ausstellungsband enthält Beiträge zahlreicher bekannter Mathematiker und wurde herausgegeben von Walther von Dyck.⁴²

1893

World Columbia Exposition in Chicago: Parallel zu dieser Weltausstellung organisierte Elijahakim Hastings Moore, Head des Mathematics Department der Universität Chicago, einen mathematischen Kongress in Evanston/Ill. Felix Klein wurde als offizieller Vertreter des Deutschen Reiches zum Kongress und zur Ausstellung nach Chicago delegiert. Im Anschluss an den Kongress unternahm Klein eine Vortragsreise in der weiteren Umgebung von Chicago.⁴³

2003

Ausstellung „Malerei als Denkmodell“ durch die Reutlinger Stiftung für konkrete Kunst SKK. Etwa 80 Stücke der Tübinger Modellsammlung wurden als Ergänzung zu Werken des Münchner Künstlers Ben Willikens präsentiert.

1 Über Erhard Ratdolt informiert der biographische Artikel von Hans-Jörg Künast, in: Otto zu Stolbger-Wernigerode (Hg.): Neue Deutsche Biographie, Bd. 21, 2003, S. 341–343. Informationen über die berühmte Ratdolt-Edition des Euklid findet man auf S. 39 des Werks. Vgl. auch: Max Steck, Bibliotheca Euclidean, Hildesheim 1981.

2 [Elucidatio fabricae ususque astrolabii] Elvcidatio Fabricae Vvsq[ue] Astrolabii / A Ioanne Stoflerino Iustingensi viro Germano ... nuper Ingeniose co[n]cinnata atq[ue] in lucem edita, Oppenheim 1513.

3 [Elucidatio] Stoeffler’s Elucidatio: the construction and use of the astrolabe (übers. und hg. von Alessandro Gunella und John Lamprey nach dem lat. Text, Paris 1553), Cheyenne/Wyo. 2007.

4 Luca Pacioli: Divina proportione, Venedig 1509.

5 Der Fachbereich Mathematik der Universität Tübingen besitzt eine wertvolle Faksimile-Ausgabe dieses Werks.

6 Johannes Kepler: [Prodromus Dissertationum Cosmographicarum, Continens Mysterium Cosmographicum, De Admirabili Proportione Orbium Coelestium] Prodromus Dissertationvm Cosmographicarvm, Continens Mysteri-vm Cosmographicvm, De Admirabili Proportione Orbivm Coelestivm: Deqve Cavis coelorum numeri, magnitudinis, motuumq[ue] periodicorum genuinis & proprijs / Demonstrat-vm, Per Qvinque regularia corpora Geometrica A ... Ioanne Keplero ..., Tübingen 1596.

7 Vgl. Judith Veronica Field: Kepler’s geometrical cosmology, London 1988, S. 63–70 ein Kapitel über das Mysterium Cosmographicum von 1596.

8 Bei Tetraeder, Hexaeder (Würfel) und Oktaeder funktioniert diese Konstruktion nicht.

9 Der Fachbereich Mathematik der Universität Tübingen besitzt Modelle der regulären und halbrekulären Polyeder und der regulären Sternpolyeder.

10 Johannes Kepler: [Harmonice Mundi] Ioannis Kepleri Harmonices Mvndi Libri V. Qvorum Primus Geometricvs ... Secundus Architectonicvs, seu ex Geometria Figvrata ... Tertius proprie Harmonicvs ... Quartus Metaphysicvs, Psychologicvs & Astrologicvs ... Quintus Astronomicvs & Metaphysicvs ... Appendix ... [Figurenzeichner: Wilhelm Schickard], Linz 1619.

11 Diaconus war vom 16. bis zum 19. Jahrhundert in der württembergischen evangelischen Kirche die Dienstbezeichnung eines Pfarrers, der in einer großen Gemeinde dem gemeindeleitenden ersten Pfarrer zur Unterstützung beigegeben war. Daher auch die deutsche Bezeichnung „Helfer“. Abgeleitete Bezeichnungen: Diakonat. Im 19. Jahrhundert sprach man vom „zweiten Stadtpfarrer“. Wichtig ist: Ein Diaconus ist kein Vikar, kein Pfarrer in Ausbildung, und kein Diakon im modernen Sinn.

12 Max Caspar: Bibliographia Kepleriana, München ²1968, S. 70; Friedrich Seck (Hg.): Wilhelm Schickard. Briefwechsel, Bd. 1 (1616–1632), Stuttgart 2002.

13 René Descartes: Discours De La Methode Pour bien conduire sa raison, & chercher la vérité dans les sciences. Plus La Dioptrique. Les Meteores. Et La Geometrie. Qui sont des essais de cete Methode, Leiden 1637.

14 Frans van Schooten: Geometria / à Renato Des Cartes Anno 1637 Gallicè edita; nunc autem Cum Notis Florimondi De Beavne ... In linguam Latinam versa, & commentariis illustrata, Operâ atque studio Francisci à Schooten ..., Leiden 1649.

15 Isaac Newton: Enumeratio linearum tertii ordinus, in: Isaac Newton: Opticks or a Treatise of the Reflexions, Refractions, Inflexions and Colours of Light also two Treatises of the Species and Magnitude of Curvilinear Figures, London 1704, S. 138–162. <http://doi.org/10.3931/e-rara-10834> (18.04.2018).

16 Johann Gottlieb Friedrich Bohnenberger: Anleitung zur geographischen Ortsbestimmung. Vorzüglich vermitteltst des Spiegelsextanten, Göttingen 1795.

17 Gaspard Monge: Géométrie descriptive. 5. éd., augmentée d’une Théorie des ombres et de la perspective, extraite des papiers de l’auteur, par Brisson, Paris 1827 (1798/99). Gaspard Monge: Application de l’analyse à la géométrie, à l’usage de l’école impériale polytechnique, Paris 1795.

18 Julius Plücker: System der analytischen Geometrie, auf neue Betrachtungsweisen gegründet und insbesondere eine ausführliche Theorie der Curven dritter Ordnung enthaltend, Berlin 1835.

19 Vgl. den Objekttext von Janine Lehleiter über die Modelle nach Muret in diesem Band.

20 Karl Rohn: Modell der Kummer’schen Fläche; alle sechzehn Knotenpunkte sind reell, Brill-Serie 2, Nr. 6a, 1877, MNF-Ma-A266.

21 Im allgemeinen können solche Geraden imaginär sein oder im Unendlichen liegen.

22 Vgl. den Objekttext von Rebecca Rapp in diesem Band.

23 Im letzten Teil dieses Beitrags kommen wir nochmals auf Modell-Ausstellungen zurück.

24 Die heutige Technische Universität München wurde 1868 durch König Ludwig II. von Bayern als Polytechnische Schule gegründet. Ab 1877 wurde sie als Königlich Bayerische Technische Hochschule München bezeichnet, nach 1919 als Technische Hochschule und seit 1970 heißt sie Technische Universität.

25 Alexander von Brill: Über die Modellsammlung des mathematischen Seminars der Universität Tübingen [Vortrag gehalten 1886], in: Mathematisch-naturwissenschaftliche Mitteilungen, hg. v. Otto Böklen, Bd. 2, 1887–1888, Tübingen 1889, S. 76.

26 Alexander von Brill: Aus meinem Leben, 3 Bde. (Bd. 1–2: Transkription in Typoskript durch Justine Panck im Auftrag von Alexander von Brill), Tübingen 1887–1928, Bd. 1, S. 27.

27 Brill 1889, S. 70.

28 Ludwig Brill: Catalog mathematischer Modelle [...], Darmstadt ³1885, S. 17, 8. Serie, Nr. 20, Tübinger Sammlung: Inv. Nr. MNF-Ma-A60, in: Alexander von Brill: Mathematische Modelle, o. J. [Sammelband], Fachbibliothek Mathematik und Physik, Bereich Mathematik, Inventarnummer 100/3. Online: <http://idb.ub.uni-tuebingen.de/diglit/BRILL> (25.03.2018).

29 Theodor Kuen: Fläche von constantem negativem Krümmungsmaass nach L. Bianchi, München 1881, in: Alexander von Brill: Mathematische Modelle, o. J. [Sammelband], S. 81–88. Fachbibliothek Mathematik und Physik, Bereich Mathematik, Inventarnummer: 100/3. Die heute üblicherweise zitierte Veröffentlichung erschien rund 3 Jahre später, die damals in der Akademie von Alexander von Brill vorgetragen wurde: Ueber Flächen von constantem Krümmungsmaass, München 1884, in: Sitzungsberichte der königlich bayerischen Akademie der Wissenschaften. Mathematisch-physikalische Classe, München 1885, Jahrgang 1884, Bd. XIV., S. 193–206. Link: <http://publikationen.badw.de/003394514.pdf> (07.01.2018).

30 Die Texte von Kuen sind sehr gründlich und sachkundig. Diese wichtige Arbeit Kuens wird meines Erachtens zu wenig beachtet. Vgl. im Vorwort der Dank an Kuen: L. Brill 1885, S. III.

31 Vgl. die Arbeiten von Rudolf Diesel: Die Krümmungslinien auf den Mittelpunktsflächen 2. Ordnung, Januar 1878, in: Alexander von Brill: Mathematische Modelle, o. J. [Sammelband], S. 127–131 und derselbe: Die Krümmungslinien auf dem Paraboloid, Februar 1878, in: Alexander von Brill: Mathematische Modelle, o. J. [Sammelband], S. 128–134.

32 L. Brill 1885, S. 7–8.

33 Vgl. hierzu den Objekttext von Sandra Müller in diesem Band.

34 Karl Friedrich Rodenberg (1853–1933) studierte in Karlsruhe und Göttingen. 1873 wurde er Gymnasiallehrer in Plauen, 1879 ordentlicher Professor der Mathematik an der TH Darmstadt, 1884–1921 Professor der Darstellenden Geometrie an der TH Hannover (Deutsche biographische Enzyklopädie). Brill und Rodenberg müssen sich gekannt haben. Über ihre Beziehungen ist nichts bekannt.

35 L. Brill 1885, S. 16. Zum Vergleich: 300 bis 400 Goldmark waren das Monatsgehalt von Beamten der Spitzengruppe.

36 Brill 1889, S. 69–80; Alexander von Brill: Das mathematisch-physikalische Seminar, in: Die unter der Regierung seiner Majestät des Königs Karl an der Universität Tübingen errichteten und erweiterten Institute der Naturwissenschaftlichen und der Medizinischen Fakultät, Sonderabdruck, Tübingen 1889.

37 Alexander von Brill, Max Noether: Die Entwicklung der Theorie der algebraischen Functionen in älterer und neuerer Zeit, in: Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung, 3. Bd. (1892–1893), 1894, S. I–XXII und 109–566.

38 Alexander von Brill: Das Relativitätsprinzip: eine Einführung in die Theorie, Leipzig 1912, ²1914, ³1918, ⁴1920.

39 Zitiert nach dem Gedächtnis. Der Verfasser hörte eine Reihe von Vorlesungen bei Baier.

40 Die Modelle sind zu den üblichen Öffnungszeiten des Fachbereichs zu besichtigen; die in Hörsaal N 14 ausgestellten allerdings nur, solange keine Vorlesung im Hörsaal stattfindet. Nötigenfalls bitte Schlüssel im Fakultätsbüro holen.

41 Vgl. dazu das Interview mit Carla Cederbaum in diesem Band.

42 Walther von Dyck: Katalog mathematischer und mathematisch-physikalischer Modelle, Apparate und Instrumente. Unter Mitwirkung zahlreicher Fachgenossen herausgegeben im Auftrag des Vorstands der Vereinigung von Walther Dyck. München 1892 (Nachdruck, nebst einem Nachtrag und einem Vorwort von Joachim Fischer, Zürich/Hildesheim 1994).

43 Details findet man in: Karen Hunger Parshall und David E. Rowe: The Emergence of the American Research Community, 1876–1900: J. J. Sylvester, Felix Klein, and E. H. Moore, Providence/RI u.a. 1994. Die Vorträge von Felix Klein waren sehr einflussreich; sie wurden z. B. publiziert unter dem Titel: Felix Klein, Alexander Ziwet: Lectures on Mathematics, delivered from August 28 to September 9, 1893 before[!] members of the Congress of Mathematicians, held in connection with the World’s fair in Chicago, at Northwestern University, Evanston/Ill. Republished by the American Mathematical Society, New York 1911.

Abb. 1
Franz Backofen:
Alexander von Brill,
Darmstadt, vor 1881



Abgüsse in Ausstellungen

Brills Modelle in München und Chicago

Edgar Bierende, Frank Loose

Tagungen und Kongresse von Fachverbänden und Wissenschaftlern dienen nicht nur dem Austausch neuer Erkenntnisse und kontroversen Diskussionen aktueller Forschungen. Sie sind auch Ausgangspunkte persönlicher Kooperationen und werden zudem zur strategischen Neuausrichtung eines Faches oder zur Durchsetzung und Darstellung neuer wissenschaftlicher Ziele genutzt. Aus diesem Grund kommen den Ausstellungen von Modellen auf Tagungen der Mathematik in der zweiten Hälfte des 19. Jahrhunderts zentrale Bedeutung zu. Erst durch die Präsentationen von Modellen erlangte die abstrakte, schwer verständliche und somit quasi unsichtbare Mathematik eine ebenso räumliche wie dauerhafte Sichtbarkeit, die in dieser Qualität einem Kunstwerk oder Denkmal vergleichbar ist. Solche Strategien der Sichtbarmachung und der öffentlichen Zurschaustellung sind charakteristisch für die Entstehungszeit der mathematischen Modelle. Im Historismus zahlte man für den Eintritt ins Atelier eines Ausstellungskünstlers, bestaunte das Publikum riesige Panoramabilder, ließen

die Eliten neue Gebäude im Stile der Gotik, der Renaissance und des Barocks erbauen, feierte die Gesellschaft die eigene Geschichte in Museen mit historisierenden Rauminszenierungen und zeigte jede Nation ihre Arbeiten und Leistungen auf der internationalen Bühne der Weltausstellungen. Scheinbar alles und jedes wurde hier ausgestellt. Gesellschaft und Kultur zelebrierten den Auftritt. Die deutschen Vertreter einer neuen Algebraischen Geometrie waren Alexander von Brill (Abb. 1) und Felix Klein sowie deren Schüler, wie etwa Walther von Dyck und Sebastian Finsterwalder. Als Lehrer und Vordenker der Algebraischen Geometrie und Differenzialgeometrie und in Bezug auf mathematische Modelle sind für Brill und Klein vor allem Alfred Clebsch, Julius Plücker und Christian Wiener zu nennen. Die wichtigsten Kollegen und Mitstreiter für Brill waren Rudolf Sturm, Max Noether, Hieronymus Georg Zeuthen und Paul Gordan. Besonders Brill, Dyck und Klein nutzten die Möglichkeit der Ausstellung, um ihre mathematischen Modelle auf Tagungen und Weltausstellungen zu präsentieren. Hierdurch erfuhr deren Mathematik eine konkrete und überzeitliche Präsenz sowie – im Kreise der

Abb. 2
Unbekannter Drucker:
Felix Klein,
um 1900, Offsetdruck
nach einer Fotografie von
Peter Matzen, Göttingen



Kollegen und der Öffentlichkeit – eine unübersehbare Dominanz. Durch das sinnliche Potential der dreidimensionalen Visualisierung erzielte die neue Richtung der Algebraischen Geometrie und Differenzialgeometrie ein öffentliches Interesse, das über die Kreise des Fachpublikums weit hinausging. Auf diese Weise konnten nun auch Laien die neuesten Leistungen der Mathematik anhand von Modellen in Ausstellungen bewundern. Öffentlichkeit und somit auch die Politik nahmen vermehrt Anteil an einer bis dahin ungesesehenen Wissenschaft und deren Ergebnisse. Ausgestellte Modelle leisteten einen wichtigen strategischen Beitrag zur Aufmerksamkeitsgenerierung und Durchsetzung der Algebraischen Geometrie und Differenzialgeometrie auf nationaler und internationaler Ebene.

MITGLIED UND VORSITZENDER DER DMV

Alexander von Brill war während seiner wissenschaftlichen Karriere aktiver Teilnehmer auf Fachtagungen. Anfänglich fand die Verbandstätigkeit der Mathematik in der Gesellschaft Deutscher Naturforscher und Ärzte (GdNÄ) statt. In einem längeren Prozess, der besonders von Alfred

Clebsch vorangetrieben wurde, löste sich die Mathematik von der GdNÄ ab. Auf der GdNÄ-Tagung in Bremen wurde 1890 die Deutsche Mathematiker-Vereinigung (DMV) gegründet.¹ In der Phase der Trennung von der GdNÄ fand vom 16. bis 18. April 1873 eine separate Versammlung der Mathematiker in Göttingen statt.² Parallel zur Tagung zeigte man eine Ausstellung mit mathematischen Modellen und Apparaten.³ Brills erster tiefergehender Kontakt zu Felix Klein (Abb. 2) kam auf der Tagung in Göttingen zustande. Die beiden jungen Mathematiker, Brill war 31 und Klein erst 24 Jahre alt, leiteten zusammen die Versammlung. Die Eröffnungsrede hielt Brill. Es war für ihn rückblickend, wie er selbst in seinen Tagebüchern konstatierte, die zentrale Tagung seines Lebens, „ohne die vielleicht mein ganzes Lebensschicksal sich anders gestaltet hätte“⁴. Aus diesem Treffen entwickelte sich eine Freundschaft,⁵ die Brill zu seiner Professur in München den Weg bahnte und dem mathematischen Modellbau im Kontext von Lehre und Forschung an deutschen Hochschulen die Tür öffnete. Brill besuchte verschiedene Tagungen und Kongresse, die er in seiner Funktion als Mitglied

Abb. 3
Unbekannter Fotograf:
Max Noether,
um 1910
MNF-Ma-Cb-Noether

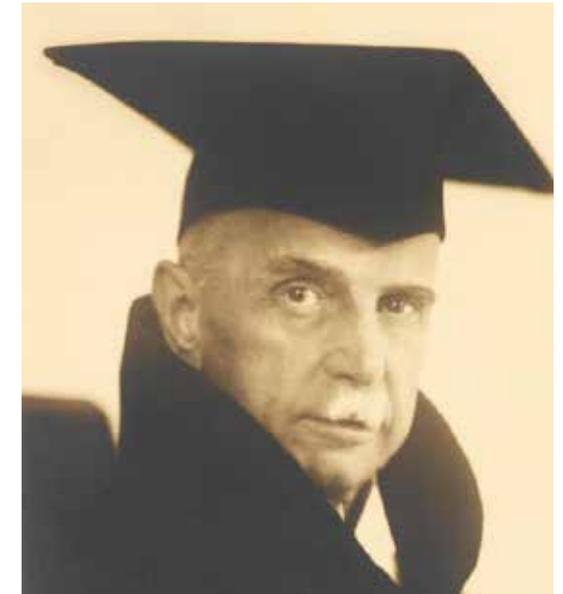


der Deutschen Mathematiker-Vereinigung⁶ wahrzunehmen hatte. 1895 wurde er in den Kreis des Vorstands⁷ und 1896 zum Vorsitzenden der DMV gewählt⁸ sowie ein zweites Mal 1907.⁹ Aus seinen Tagebüchern geht hervor, welche weiteren Tagungen er besuchte, wie etwa die mathematische Versammlung in München 1893, die Naturforscherversammlung in Lübeck und das Karl Weierstraß-Jubiläum mit Sitzung des mathematischen Vereins 1895 in Berlin, die Naturforscherversammlung in Frankfurt am Main 1896, den Internationalen Mathematiker-Kongress in Zürich 1897, den Internationalen Mathematiker-Kongress in Heidelberg 1904 und als Vorsitzender der Deutschen Mathematischen Vereinigung hielt er 1907 die einleitende Rede zur Eulerfeier auf der Tagung der DMV in Dresden.¹⁰

MODELLE AUF DER DMV-TAGUNG IN MÜNCHEN

Brill leitet seine Schilderung in den Tagebüchern über die vierte DMV-Tagung 1893 in München damit ein, dass er zusammen mit seinem Freund und Kollegen Max Noether (Abb. 3) einen Bericht über algebraische Funktionen vortrug. Zwar hatte

Abb. 4
Unbekannter Fotograf:
Walther von Dyck,
vor 1934



ihn sein eigener Beitrag nicht befriedigt, da seine Themen überwiegend historische Inhalte hatten, weshalb er bloß in wenigen Punkten den Fachmann ansprach. Trotzdem oder gerade deshalb erhielt Brill für seine gut verständlichen Ausführungen viel Beifall. Die Zuhörer, so merkt er in seinen Aufzeichnungen kritisch an, waren nur zum kleineren Teil universitäre Fachkollegen. Die größere Zahl der Teilnehmer war: „[...] mehrheitlich Interessenten der math. Ausstellung.“¹¹ Zu dieser Gruppe der Tagungsteilnehmer, die vor allem wegen der ausgestellten Modelle, Geräte und Graphiken kamen, zählte er Professoren der Technischen Hochschule und jüngere Dozenten sowie zahlreiche Mathematiker aus dem Ausland. In Brills Augen war die Münchner Fachtagung von einem Ort des internen wissenschaftlichen Diskurses zu einer Informationsveranstaltung für ein schaulustiges Publikum geworden. Am Ende spart Brill jedoch nicht an Lob über die Ausstellungsräume, „die Dyck vortrefflich hergerichtet hatte“. Walther von Dyck (Abb. 4) war seit 1884 Professor der Mathematik in München, seit 1890 Schriftführer des DMV und Ausrichter der Münchner DMV-Tagung zur Reinen und Angewandten



Abb. 5
Eingang zur Mathematischen Ausstellung in München, 1893

Mathematik. Mit welchen Mitteln er versuchte, Tagung und Ausstellung ins Bewusstsein der Öffentlichkeit zu bringen, lässt sich sowohl anhand seines ausführlichen Berichtes über die Ausstellung im Jahresbericht der DMV,¹² der zuerst in der „Beilage zur Allgemeinen Zeitung“ in München am 3. und 4. November 1893 abgedruckt wurde, und an einem eigens zu diesem Anlass entstandenen sehr umfangreichen Katalog¹³ als auch an einer hierfür speziell erstellten Fotoreihe nachvollziehen.¹⁴ Es war die bis dahin größte Fachausstellung ihrer Art auf deutschem Boden. Dies galt es öffentlich zu machen. Die gezielte Nutzung der Medien zur breitenwirksamen Berichterstattung über die Tagung samt Ausstellung, die einen ganzen Monat lang zu sehen war, erfolgte auch mittels Bilder. So fertigte man eine Fotoserie an, die in sieben quart-formatigen schwarzweißen Bildern in der technisch aufwendigen Form der Photolithographie publiziert wurde.

Durch den opulent dekorierten Eingang zu den vier Ausstellungsräumen, der von zwei Regentebüsten, links dem bayerischen Prinzregenten Luitpold und rechts dem deutschen Kaiser Wilhelm II., gerahmt war (Abb. 5), betrat der Inter-

sierte die Schau. Die Räume waren durch die an der Wand angebrachten Schilder bezeichnet und somit thematisch gegliedert in Analysis, Geometrie, Mechanik und Mathematische Physik.¹⁵ Jeweils ein Foto gibt einen Raum wieder (Abb. 6). Aufgrund ihrer großen Zahl nahmen die Modelle der Geometrie jedoch darüber hinaus auch ein Drittel des Mechaniksaales ein (Abb. 7). Diese Dominanz und Hervorhebung der Geometrie samt den zugehörigen Modellen weist auf die Bedeutung dieses Teils der Ausstellung hin. Viele Gips-Modelle des Darmstädter Verlags lassen sich auf der Aufnahme des Raumes zur Geometrie (Abb. 6) finden, wie etwa in einer leicht angeschnittenen Glasvitrine ganz links im Vordergrund und als singuläre Objekte auf den beiden rückwärtig an der Wand aufgestellten Glasvitrinen, die sie bekrönen.

Als historisches Vorbild der deutschen Mathematiker nennt Dyck für „die räumliche Gestaltung geometrischer Gebilde“ die Gelehrten Frankreichs. Dyck zählt Gaspard Monge zu den bedeutenden französischen Mathematikern der Geometrie, dessen Schüler und Nachfolger, wie etwa Théodore Olivier, Étienne Alexandre Bardin



Abb. 6
Geometrie-Saal der Mathematischen Ausstellung in München, 1893



Abb. 7
Mechanik-Saal der Mathematischen Ausstellung mit Geometrie-Abteilung, 1893



Abb. 8
Mechanik-Saal der Mathematischen Ausstellung in München, 1893

(1774–1840), Charles Muret und Barré de Saint-Venant (1797–1886) sowie als vorbildhafte Institution das Conservatoire des Arts et Métiers in Paris. Dass sich die deutschen Wissenschaftler, insbesondere der Kreis um Brill und Klein, auf diese Tradition beriefen, erklärt auch das Bestreben des Ausstellungsorganizers Dyck „wenigstens in einigen Beispielen diese Sammlungen zu charakterisieren.“ So verwundert es nicht, dass sich auf der Aufnahme des Raumes zur Mechanik (Abb. 8) gleich vorne rechts auf einem Tisch französische Gipsmodelle von de Saint-Venant und Muret finden lassen, die damals vom Pariser Verlag Librairie Ch. Delagrave zum Kauf angeboten wurden. Solche französischen Modelle (Abb. 9–10) finden sich auch heute noch in der von Alexander von Brill aufgebauten Tübinger Sammlung und sind in den Räumen des Instituts ausgestellt.¹⁶

Ausführlich zitiert Dyck in seinem Abschnitt zur Geometrie aus einem Beitrag von Alexander von Brill „Ueber die Modellsammlung des Mathematischen Seminars in Tübingen“ aus dem Jahr 1886.¹⁷ Hierdurch ehrt er seinen Tübinger Kollegen sowohl in dessen Funktion als Lehrender als auch als Forscher auf diesem Gebiet. Zudem

spricht Dyck dem Darmstädter Verlag von Ludwig Brill (Abb. 11), wenn auch nur in einer Fußnote, seine Hochachtung für dessen Leistungen aus: „[...] welche durch ihre rege Thätigkeit in der Zusammenstellung und Veröffentlichung von Modellen für den mathematischen Unterricht ein bleibendes Verdienst um die Entwicklung dieses Zweiges mathematischer Forschung sich erworben hat.“¹⁸ Sicherlich wurde das Verlagsprogramm der mathematischen Modelle durch Alexander von Brill bestimmt, wohingegen das tägliche Geschäft, wie Vermarktung, Vertrieb und Verkauf, durch seinen Bruder Ludwig organisiert wurde.

MODELLE AUF DER CHICAGOER WELTAUSSTELLUNG

Im selben Jahr wie die Münchner Ausstellung fand 1893 im Auftrag der Königlich Preussischen Unterrichtsverwaltung eine Präsentation der deutschen Mathematik auf der Weltausstellung (Abb. 12) in Chicago statt. Diese Schau stand unter dem Kommissariat von Felix Klein und wurde von Walther von Dyck organisiert. Grundlage für die Präsentation waren die Vorarbeiten von Dyck

Abb. 9
Charles Muret
(zugeschrieben):
Torsion eines Zylinders mit
elliptischer Basis, Charles
Delagrave, Collection Mu-
ret, Nr. 333, nach 1865,
MNF-Ma-A202



Abb. 10
Adhémar Jean Claude
Barré de Saint-Venant:
Torsion eines Prismas mit
quadratischer Basis, Charles
Delagrave, Collection
Muret, Nr. 328, nach 1865,
MNF-Ma-A197

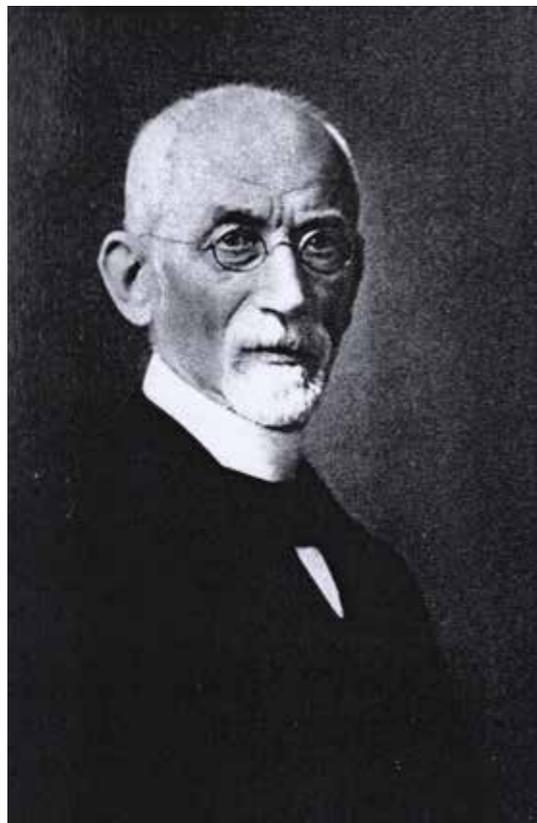


Abb. 11
Unbekannter Fotograf:
Ludwig Brill,
um 1920



Abb. 12
Unbekannter Fotograf:
Blick in die mathematische
Abteilung der Präsentation
der deutschen Universitäten
auf der Weltausstellung in
Chicago, 1893

zu der Münchner Ausstellung gewesen. Die deutschen Universitäten, darunter auch die Disziplin der Mathematik, zeigten sich in Chicago mit ihren neuesten Errungenschaften. Dyck dokumentierte auch dies, wie schon zuvor in München, mit einem Katalog, der unter dem Titel „Deutsche Unterrichts-Ausstellung in Chicago 1893“ erschienen war.¹⁹ Die Ausstellung zielte darauf ab, einen Überblick über die „gegenwärtigen Methoden und Hilfsmittel des höheren mathematischen Unterrichts [...] an deutschen Universitäten und Technischen Hochschulen [zu] geben.“ Auch in Amerika standen die mathematischen Modellen der Geometrie im Zentrum der Präsentation, da sie „im Anschluss an geometrische Untersuchungen in den mathematischen Seminaren an unseren Universitäten und technischen Hochschulen entstanden sind und [...] sie weiterhin nicht bloß rein geometrische, sondern auch functionen-theoretische Fragen und solche der Mechanik und mathematischen Physik umfasst haben.“ Folglich bildeten die Modelle sowohl im Katalog den umfangreichsten als auch in der Ausstellung den zahlenmäßig größten Teil. Unter den deutschen Herstellern dominierte der Darmstädter

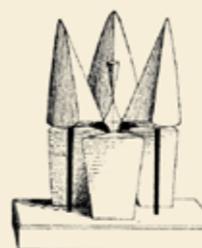
Verlag Ludwig Brill die Schau, da Dyck die Modelle fast ausschließlich aus dessen Verlagsprogramm auswählte.²⁰ Hierdurch wurden amerikanische Dozenten und Mathematiker fast zwangsläufig auf den Darmstädter Verlag aufmerksam. In die selbe Richtung zielten die Werbeanzeigen, die vom Darmstädter Verlag in der traditionsreichen und bis heute kontinuierlich erscheinenden amerikanischen Fachzeitschrift „American Journal of Mathematics“ geschaltet wurden. In sieben Inseraten hatte der Darmstädter Verlag für seine neuesten mathematischen Modelle geworben: Beginnend mit dem Jahr 1887 und dann zweimal 1890 (Abb. 13), 1891, zweimal 1892 und dann zuletzt noch einmal 1893 im Jahr der Weltausstellung.²¹ Diese Versuche des Darmstädter Verlages sich international zu positionieren blieben mit Blick auf die anderen deutschen Verlage konkurrenzlos und ohne Nachfolge. Weder der Teubner-, noch der spätere Schilling-Verlag schalteten Anzeigen im „American Journal of Mathematics“. Im Kampf um nationale und internationale Bekanntheit gingen die beiden Brüder Alexander und Ludwig Brill, der Wissenschaftler und der Verleger,

Abb. 13
Ludwig Brill:
[Werbeanzeige], in: American
Journal of Mathematics,
1890, Bd. 12, Nr. 3

CONTENTS.

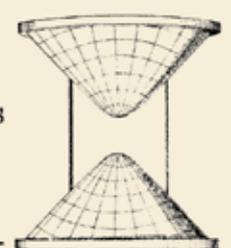
	PAGE
On Confocal Bicircular Quartics. By F. FRANKLIN,	323
On the Theory of Matrices. By HENRY TABER,	337

Models for the Higher Mathematical Instruction
PUBLISHED BY L. BRILL IN DARMSTADT (GERMANY).



MODELS

Of Plaster, constructed of Silk Threads
in Brass Frames of Wire,
Sheet-Brass, etc.



— 16 SERIES. —

The models of seven of those series are constructed after the originals in the Mathematical Institute of the Royal Polytechnicum in Munich, under the direction of Prof. Dr. BRILL, Prof. Dr. KLEIN and Prof. Dr. DYCK. Other series of Prof. Dr. KUMMER in Berlin, Prof. Dr. NEOVIUS in Helsingfors, Prof. Dr. RODENBERG in Hannover, Prof. Dr. ROHN in Dresden, Dr. SCHLEGEL in Hagen, Prof. Dr. WIENER in Karlsruhe, Privat-Dozent Dr. WIENER in Halle, etc.

Excepting two series, all the models can be obtained separately. An explanatory text accompanies most of them. The prices are exclusive of packing and transportation.

Prospectus furnished, if desired, gratis and postpaid. Of the whole 217 numbers of the collection, 158 are of plaster, 19 are constructed of silk threads, 40 of wire, etc. They refer to almost all the departments of mathematical knowledge: synthetical and analytical geometry, theory of curvature, mathematical physics, theory of functions, etc.

The subscription price of the Journal is \$5.00 a volume; single numbers \$1.50.

Subscriptions from countries included in the Postal Union may be sent by international money order, payable to *Nicholas Murray*.

N. B.—Persons wishing to dispose of complete sets of Vol. I will please communicate with the Editor.

It is requested that all scientific communications be addressed to the EDITOR of the American Journal of Mathematics, and all business or financial communications to the Publication Agency, Johns Hopkins University, Baltimore, Md., U. S. A.

PRESS OF ISAAC FRIEDENWALD, BALTIMORE.

ein Bündnis ein. Doch war es nicht von Dauer. In den Jahren 1898 und 1899 löste sich Ludwig von seinem Bruder und liquidierte das Familienunternehmen zunächst durch den Verkauf der Druckerei und etwas später des Modell-Verlages. Vor allem zwei Faktoren hatten zur beruflichen Trennung der Brüder geführt, die sich aus den Quellen herauslesen läßt. Während der erstgeborene Alexander seinen persönlichen Begabungen und Neigungen im Studium nachgehen durfte und so zu Ansehen und Erfolg kam, fand die berufliche Ausbildung des zweitgeborenen Ludwig stets unter der väterlichen Vorgabe statt, das Familienunternehmen, Druckerei und Verlag, fortführen zu müssen, wodurch seine individuellen Interessen zu kurz kamen. Erschwerend kam wohl der Standesunterschied zwischen den Brüdern hinzu. Der angesehene Akademiker gab den Ton vor, auf den der freudlose Unternehmer nur reagieren konnte.²²

1 Chronik der Deutschen Mathematiker-Vereinigung, in: Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung, Bd. 1, 1890–91 [S. 3].

2 Zur historischen Bedeutung der Mathematiker-Versammlung in Göttingen 1873, siehe: Chronik der Deutschen Mathematiker-Vereinigung, in: Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung, Bd. 1, 1890–91. Im selben Jahr fand auch ein Treffen der GdNÄ statt, siehe: Tagblatt der 46. Versammlung Deutscher Naturforscher und Aerzte in Wiesbaden, vom 18. bis 24. September 1873, Wiesbaden 1873.

3 August Gutzmer: Bericht über die Mathematiker-Versammlung zu Göttingen am 16., 17. und 18. April 1873, in: Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung, Bd. 10, Heft 1, Leipzig 1909, S. 19–24.

4 Alexander von Brill: Aus meinem Leben, 3 Bde. (Bd. 1–2, Transkription in Typoskript durch Justine Panck im Auftrag von Alexander von Brill), Tübingen 1887–1928, Bd. 1, S. 23K. Das Manuskript schrieb Alexander von Brill in den Jahren 1887 (Erinnerungen, Niedergeschrieben 1887 im Herbst, Bd. 1, S. 3) bis 1928 (siehe Bd. 2, S. 377, Anm. 1). Das hier zugrunde liegende Typoskript erstellte Justine Panck (Bd. 2, S. 378) im Auftrag von Alexander Brill. Das Manuskript ging im Zweiten Weltkrieg unter. Vom Typoskript hat sich eine Kopie im Archiv der TU München erhalten.

5 Brill: Aus meinem Leben, Bd. 1, S. 24: „Ich denke mit Schrecken an die Möglichkeit, daß ich als alternder Junggeselle in Darmstädtischen kleinen Verhältnissen wäre hängen geblieben, und bin unzweifelhaft Klein sehr verbunden, daß er mir den Weg nach München eröffnete.“ Die folgenden Nachweise passim im gleichen Band.

6 Mitglieder-Verzeichnis der Deutschen Mathematiker-Vereinigung nach dem Stande vom 1. Juni 1891 [...], in: Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung, Bd. 1, 1890–91, S. 15. „Brill, A., Professor an der Universität Tübingen.“

7 Geschäftlicher Bericht, in: Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung, 1894–95, Berlin 1897, Bd. 4, S. 6. „An Stelle der aus dem Vorstande statutengemäss ausscheidenden Herren Dyck, Lampe und Reye wurden in der Sitzung vom 28. September 1894 neu gewählt die Herren Brill, Gutzmer, Wangerin, welche sämtlich die auf sie gefallene Wahl annahmen.“

8 Geschäftlicher Bericht, in: Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung, 1894–95, Berlin 1897, Bd. 4, S. 11. Geschäftlicher Bericht: „Der Vorstand der Vereinigung besteht also für das Jahr 1896 aus folgenden Herren, wobei der Uebersichtlichkeit wegen durch die in Klammern beigefügten Zahlen das Jahr bezeichnet worden ist, an dessen Ende der Betreffende statutengemäss auszuscheiden hat: [...] A. Brill (97) [...]. Die Wahlen innerhalb des Vorstandes haben für das Jahr 1896 folgendes Resultat ergeben: A. Brill Vorsitzender [...].“

9 Brill: Aus meinem Leben, Bd. 1, S. 144. Und nochmals 1907 war Alexander von Brill Vorsitzender bzw. Präsident des DMV. Zudem wurde er 1927 zum Ehrenmitglied ernannt: Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung in Monatsheften, herausgegeben von A. Gutzmer in Halle (Saale), 1907, Bd. 16, nach dem Inhaltsverzeichnis und ohne Seitenangabe: „Vorstand der Deutschen Mathematiker-Vereinigung für das Jahr 1907. Vorsitzender: Brill, A. v., Professor a. d. Universität, Tübingen, Eugenstr. 3.“

10 Brill: Aus meinem Leben, Bd. 2, S. 250d. Die Rede ist abgedruckt in: Alexander von Brill: Zur Einleitung der Eulerfeier, in: Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung in Monatsheften, 1907, Bd. 16, S. 555–558.

11 Brill: Aus meinem Leben, Bd. 1, S. 115, sowie folgendes Zitat S. 116.

12 Walther von Dyck: Einleitender Bericht über die Mathematische Ausstellung in München, in: Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung, 1892–93, Berlin 1894, Bd. 3, S. 39–56.

13 Walther von Dyck: Katalog mathematischer und mathematisch-physikalischer Modelle, Apparate und Instrumente, München 1892, mit einem Nachtrag von 1893.

14 Mathematische Ausstellung bei Gelegenheit der Jahres-Versammlung der Deutschen Mathematiker-Vereinigung, abgehalten im September 1893 in den Räumen der K. Technischen Hochschule zu München, [o.O.] 1893, [Fotomappe: 1 Bl., 7 Tafeln in 1 Bd. Format quer-4°].

15 Dazu und zu Folgendem: Dyck 1894, Bd. 3, S. 42, 45–46, 52.

16 Im Vordergrund des Fotos steht ein Modell auf dem Tisch, das auch in der Tübinger Sammlung vorhanden ist: Torsion eines Zylinders, Charles Delagrave, MNF-Ma-A202. Im gleichen Foto und auf demselben Tisch liegt: Torsion eines Prismas, Charles Delagrave, MNF-Ma-A197. Vgl. auch den Objekttext von Janine Lehleiter in diesem Band.

17 Dyck 1894, Bd. 3, S. 47–50. Alexander von Brill: Über die Modellsammlung des mathematischen Seminars der Universität Tübingen [Vortrag gehalten 1886], in: Mathematisch-naturwissenschaftliche Mitteilungen, Hg. v. Otto Böklen, Bd. 2, 1887–1888, Tübingen 1889, S. 69–80.

18 Dyck 1894, Bd. 3, S. 48, siehe dort die Anmerkung.

19 Zu diesem und folgenden Zitaten: Walther von Dyck: Deutsche Unterrichts-Ausstellung in Chicago 1893. Special-Katalog der mathematischen Ausstellung, Gruppe X der Universitäts-Ausstellung, Berlin 1893, S. III und VIII.

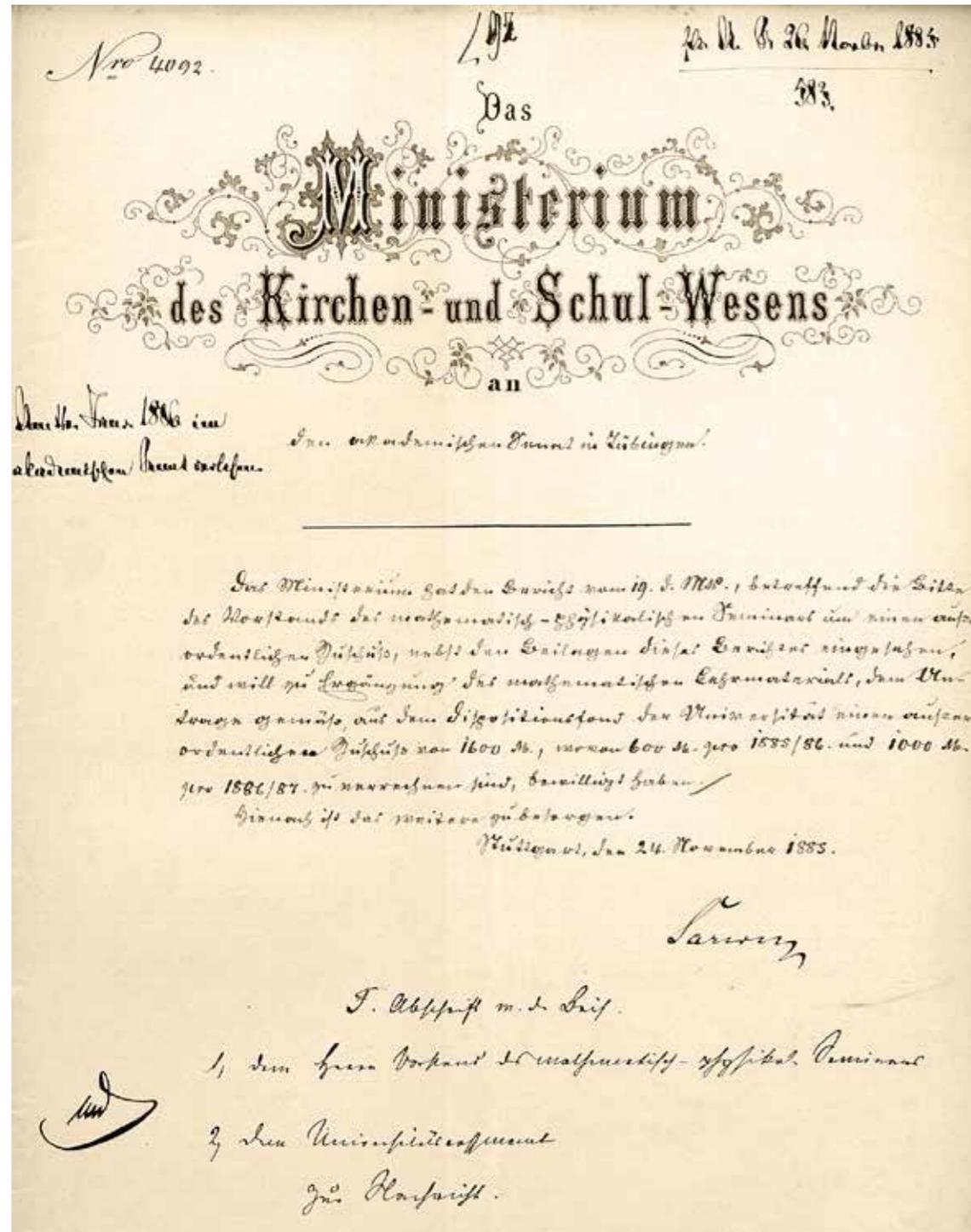
20 Dyck 1893, S. 27 mit Nr. 26; S. 28 mit Nr. 27–29; S. 34 mit Nr. 35; S. 36 mit Nr. 40; S. 38 mit Nr. 43; S. 40 mit Nr. 46; S. 41 mit Nr. 47–49; S. 42 mit Nr. 50–51; S. 45 mit Nr. 55–56; S. 46 mit Nr. 58; S. 47 mit Nr. 59–61; S. 48 mit Nr. 63–64; S. 51

mit Nr. 67–69; S. 52 mit Nr. 72; S. 53 mit Nr. 74–77; S. 54 mit Nr. 78–83; S. 55 mit Nr. 84; S. 56 mit Nr. 86–87; S. 57 mit Nr. 88–91; S. 58 mit Nr. 94–95; S. 62 mit Nr. 98–99 und S. 66 mit Nr. 102. Vgl. auch: Karen Hunger Parshall und David E. Rowe: The emergence of the American mathematical research community, 1876–1900: J. J. Sylvester, Felix Klein, and E. H. Moore. Providence/RI [u.a.] 1994 (History of mathematics, 8), S. 308–309.

21 American Journal of Mathematics, 1887, Bd. 9, Nr. 3; 1890, Bd. 12, Nr. 3–4; 1891, Bd. 13, Nr. 4; 1892, Bd. 12, Nr. 4; 1892, Bd. 14, Nr. 4; 1893, Bd. 15, Nr. 14.

22 Brill: Aus meinem Leben, Bd. 1, S. 86. 18. März 1890: „Mit Ludwig hatte ich heute eine Unterredung, die sich auf die Modelle bezog. – Er will sich von mir loslösen, und ich will ihm nicht entgegen sein, sondern auf einen Vergleich eingehen der ihn Verpflichtung gegen mich entledigt. [Anm.:] Mein Bruder Ludwig hat, als er sich der vom Vater übernommenen Buchdruckerei, an der er niemals Freude hatte, entledigte (im Jahre ...) auch den Modell-Verlag, den ich ihm s. Zt. von München aus zugewandt hatte, um ihm eine erfreulichere Tätigkeit zu schaffen, 1899 an die Leipziger Firma Martin Schilling verkauft. Dies hat mich damals und später noch oftmals geschmerzt (Anmerk. 1926).“

Abb. 1
Brief des Stuttgarter Ministeriums für Kirchen- und Schul-Wesen an den akademischen Senat in Tübingen, 24. November 1885



Geometrie gegossen in Gips

Alexander von Brill als Sammler, Ideengeber und Initiator von Modellen

Edgar Bierende

Es waren die mathematischen Modelle, wie Alexander von Brill in seinen Tagebüchern 1891 selbst resümierte, welchen er seine „Bekanntheit in weiten Kreisen verdank[t]e.“¹ Brill erhielt – wohl auch aufgrund seiner richtungsweisenden Modellbauten in München – im Juni 1884 einen Ruf an die Universität Tübingen als Professor für das Mathematisch-physikalische Seminar – dem heutigen Fachbereich Mathematik.² Er leitete es von 1885 an bis zu seiner Emeritierung im Jahr 1918.³ Damals war die Mathematik im „Universitätsgebäude“ an der Wilhelmstraße beheimatet, der Neuen Aula, wohingegen sich das Institut heute „Auf der Morgenstelle“ befindet.

Alexander von Brill bestimmte und dominierte 33 Jahre lang die Tübinger Mathematik sowohl in Bezug auf die Neuausrichtung der Lehre als auch in Fragen der Forschung.⁴ Aus München kommend, wo er mit Felix Klein an der Polytechnischen Schule ein „Modellierkabinett“ zum Bau von mathematischen Modellen und zur Ausbildung angehender Mathematiker begründet hatte, erhielt er im Zuge seiner Berufungsverhand-

lungen die Zusage vom Stuttgarter Ministerium (Abb. 1) – wie er rückblickend kommentierte – über „eine nicht unerhebliche Summe für die Gründung und Erhaltung einer mathematischen Bibliothek und Sammlung“⁵. Den beachtlichen Betrag in Höhe von 1600 Mark erhielt Brill für die Jahre 1885/86 und 1886/87 bewilligt.⁶ Die beiden Eingänge über 600 und 1000 Mark lassen sich in den Kassenamtsbüchern des Mathematisch-physikalischen Seminars nachweisen⁷ und ebenso die damit finanzierten Ankäufe von einzelnen Modellen und Modell-Serien bei unterschiedlichen Personen und Verlagen, etwa in Berlin, Darmstadt, Leipzig, München und Paris. Somit steht das Jahr 1885 nicht nur für den Ruf Brills an die Eberhard Karls Universität, sondern zugleich auch für den Beginn der heutigen mathematischen Modellsammlung in Tübingen.

DER SAMMLER

Über die Anfangszeit der Tübinger Sammlung gibt kein Inventar Auskunft. Anfänglich erfüllte diesen Zweck das persönliche Handexemplar eines Sammelbandes⁸ verschiedener Publikationen mit handschriftlichen Einträgen⁹ von Alexander

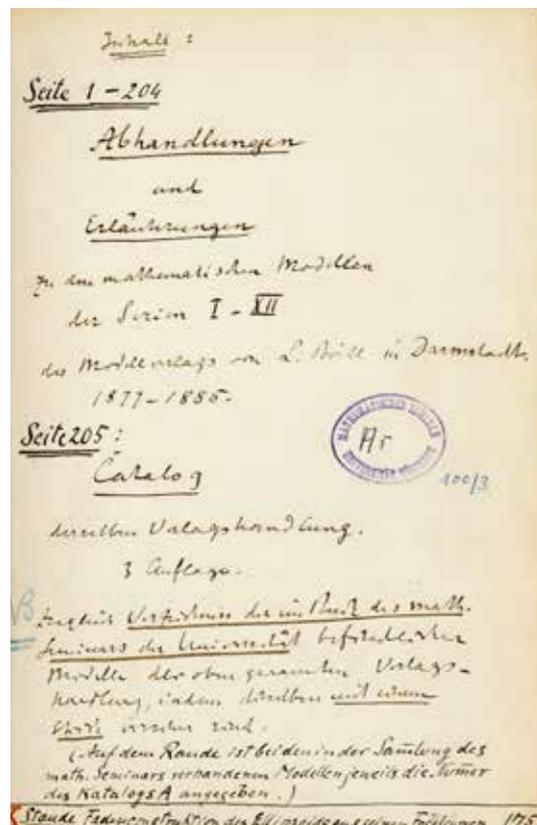


Abb. 2
Alexander von Brill:
[Sammelband], o. J.,
Leerseiten mit Handschrift
von Alexander von Brill

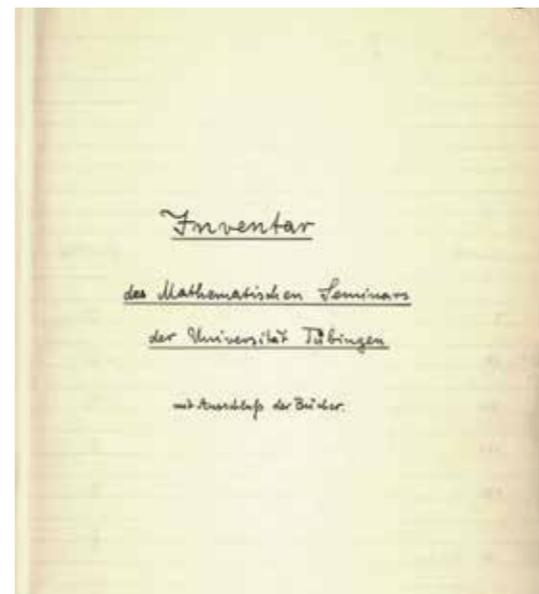


Abb. 3
Titelblatt des Inventarbuches
des Mathematischen
Seminars aus dem Jahr 1933

Abb. 4
Ernst Cantner:
Modell einer Minimal-
Doppelfläche, vor 1904,
MNF-Ma-A245



von Brill. In diesem Sammelband finden sich gedruckte Abhandlungen und Erläuterungen, die junge Mathematiker mehrheitlich unter Brills Leitung und nur einzelne unter Felix Klein in deren Münchner Zeit von 1877 bis 1885 verfassten.¹⁰ Das Ende des Sammelbandes bildet ein Modell-Katalog von Ludwig Brill aus dem Jahr 1885. Darin sind die mathematischen Modelle des Darmstädter Verlages verzeichnet. Alle Modelle des Verlages wurden auf Initiative von Alexander von Brill entweder konzipiert und projiziert oder, wenn von anderen Mathematikern stammend, für das Verlagsprogramm ausgewählt, da nur er als Mathematiker die dafür notwendigen Kompetenzen und Kontakte besaß. In der Rolle eines stillen Teilhabers und Verlegers agierte Alexander im Darmstädter Familien-Betrieb zusammen mit seinem Bruder Ludwig, der die Druckerei und den Verlag offiziell leitete, jedoch für den Spezialbereich der mathematischen Modelle vor allem die administrativen und kaufmännischen Geschäfte führte. Von Alexander von Brills Hand stammt auf den Vakant- oder Leerseiten gleich zu Beginn des Sammelbandes der Eintrag (Abb. 2): „Zugleich

Verzeichnis der im Besitz des math. Seminars der Universität befindlichen Modelle der oben genannten Verlagshandlung [Ludwig Brill in Darmstadt], indem dieselben mit einem Strich versehen sind.“¹¹ Grundlage für das erste Verzeichnis der Tübinger Modellsammlung ist somit der gedruckte Katalog des Bruders Ludwig aus dem Jahr 1885. Dem Verzeichnis sind noch drei weitere separate Anzeigenblätter zu weiteren Modellreihen von anderen Verlegern und Produzenten aus Köln und Bonn beigefügt. Im Katalog finden sich jeweils mit einem Strich – wohl von Alexander von Brill selbst ausgeführt – die Modelle bezeichnet, die für die Tübinger Sammlung anfänglich angekauft wurden. In Summe sind dies 74 Objekte, das heißt 43 % des ersten Teils des Darmstädter Verlagsprogramms aus dem Jahr 1885.¹² In einer späteren Phase der Tübinger Sammlung wurde eine große Zahl an Modell-Nummern im Modell-Katalog von 1885 und ebenso die hinten angefügten Verkaufsblätter mit einer handschriftlichen Inventarnummer bezeichnet. Diese Inventarnummern scheinen jedoch nicht mehr von Brill selbst eingetragen worden zu sein, da

sie in anderem Duktus ausgeführt sind. So vergrößerte sich die Tübinger Sammlung auf die Zahl von 183 Modellen. Die handschriftlichen Inventarnummern bestehen aus dem Buchstaben „A“ samt einer Zahl. Die wachsende Zahl von Modellen machte es notwendig, die Sammlungsobjekte einzeln zu kennzeichnen, da nur so ein gezielter Zugriff auf sie möglich war. Aus den anfänglich schnellen Strichen an der jeweiligen Katalognummer zur Vergewisserung über Ankauf und Anzahl des eigenen Bestandes wurde auf diese Weise – den sich verändernden Notwendigkeiten einer wachsenden Sammlung folgend – der Weg in Richtung Inventar beschritten. Dem persönlichen Sammelband von Brill folgte ein zweites, nun offizielles „Inventar des Mathematischen Seminars der Universität Tübingen“ (Abb. 3) aus dem Jahr 1933. In diesem ist die Sammlung der Modelle in zwölf inhaltliche Bereiche unterteilt.¹³ Im Inventarbuch aus dem Jahr 1933 werden insgesamt 416 Modelle aufgelistet. Die Zahl der Modelle aus dem Darmstädter Verlag ist auf 186 angewachsen. Ergänzt werden diese durch 22 Modelle aus dem Schilling-Verlag sowie durch weitere 90 Objekte aus anderen

Verlagen. Von Einzelpersonen, größtenteils von seinen Kollegen, Freunden und Schülern, kamen nochmals 63 Modelle in die Sammlung. 24 Stücke entstammten einer älteren Tübinger Sammlung. Sie wurden von der ehemaligen Sammlung der Sternwarte, die der Physiker Professor Friedrich E. Reusch (1812–1891) von 1873 bis 1884 leitete, mehrheitlich im Jahr 1878 erworben. 1931 gelangten nochmals einige Objekte mit dieser Provenienz in die Sammlung der Mathematik.¹⁴ Zu 31 Modellen fehlt jede Angabe zur Herkunft. Von besonderem Interesse sind die Objekte, die Brill als Geschenke erhielt, worunter sich auch Unikate befinden (Abb. 4–6).¹⁵ Die Ordnung des Tübinger Inventarbuches aus dem Jahr 1933 folgt nicht mehr der Katalog-Gliederung des Darmstädter Verlegers Ludwig Brill oder der von Alexander von Brill. Dort hatten die Brüder – nach den Vorgaben von Alexander – die Modelle, beginnend mit der ersten Auflage von 1881, zunächst in acht Serien, in der dritten Auflage von 1885 in zwölf Serien und in der vierten Auflage im Jahr 1888 schließlich in sechzehn Serien angeboten.¹⁶ Die Nummerierung der Serien folgte einerseits der zeitlichen Chronologie der



Abb. 5
Friedrich Kölmel:
Developpablenmodell:
Kegel dritter Ordnung,
vor 1886,
MNF-Ma-A261



Abb. 6
Gerhard Salomon:
Kartonmodell eines bogen-
förmigen Körpers, vor 1914,
MNF-Ma-A320

Abb. 7
Münchener Anzeiger,
Beilage zu „Neueste Nach-
richten“, Nr. 288, Montag,
7. November 1853, S. 2279

Einkauf von Juwelen und Gold
zu den höchst annehmbaren Preisen gegen baare Geld, Theatinerstraße Nr. 40 1 Etage. 50,400. (3c)

Anzeige u. Empfehlung.
50,960. (2b) Zur beginnenden Winter-Season empfiehlt sich Unterzeichneter mit einer reichhaltigen, nach den neuesten Moden gefertigten Auswahl von Seiden-, Atlas- und Tüchlein-Öfen, von 3 fl. bis 6 fl., Pauben von 1 fl. 48 Kr. bis 3 fl.
Um gütigen Zuspruch bittet
Katharina Steinhauser,
geb. Kriechbaum,
Windenmachersgasse Nr. 7 im Laden.

Ladeneröffnung.
51,355. (3b) Einem hohen Adel, verehrlichen Publikum und Künstlern mache ich die ergebenste Anzeige, daß ich mein wohlaffortirtes Oppofizuren-Lager und Postamente etc. in der Schützenstraße Nr. 4 eröffnet habe und bitte, unter Verankerung zuehrlicher Obhut, um geneigte Bestellung und Abnahme.
In gleicher Zeit empfehle ich mich allen Herren Bildhauern im Gai, so wie im Verlorenen Formen, Lohleimassen abnehmen und allen einschlägigen Artikeln, welche auf das Pünktlichste besorgt werden bei
J. Kreittmayr,
Oppoformaler,
Schützenstraße Nr. 4 Parterre.

51,026. (3b) Bierzig Zentner altes Blei sind zu verkaufen. Louisenstraße Nr. 5.

den können, auch Frauen im Ganzen gefür
Geor
Kunst, Weid
in der Werk
(Se) neben b

51,067. **Wepolker**
Schlafdivan, Kanape
Kab billig zu haben. W
51,086. (2b) Der U
sch den Litt. Herren
mern mit Holzschub
feln zu den billigsten
Riederlage bei Herrn
ler im Thal Nr. 25.

51,149. (3b) Zwei 1
der Nähe des Weges
beziehen.

Zimmerver
51,097. (3b) Ein ele
mer, mit eigenem
Ofen, ist an einen
gleich zu vermieten.
über 1 Etage.

51,110. (2b) Habe
ein schönes Haus, mit
Stall, stehendem Wa
Gwigard ruhen, um
sen. Baarlage nur 5

51,118. (2b) Ein frä
300 — 400 fl. baar
flucht dauernde, gute
Eintritt wählte gleich

51,134. (2b) Eine no
Krieger-Uniform ist
grube Nr. 12 eben

Studien der Nachwuchswissenschaftler und somit der Entstehungszeit der einzelnen Modelle, die unter der Leitung von Brill und Klein in München entstanden, und andererseits fassen diese Serien einzelne Gruppen von Modellen zusammen, die nur von einem Mathematiker erdacht und konzipiert werden konnten.

In Absetzung zum persönlichen Sammelband von Alexander von Brill und dem darin enthaltenen Darmstädter Modell-Katalog sind im Tübinger Inventarbuch aus dem Jahr 1933 zusätzlich zum Objekt-Titel und zur Inventarnummer oftmals noch weitere Angaben zum jeweiligen Modell verzeichnet. Die Einträge zum jeweiligen Objekt beginnen mit einer Inventarnummer, der eine ältere gegenübersteht.¹⁷ Zu den Modellen sind häufig Verlagsreferenzen vergleichbar einer Synopse angegeben, mit denen sie in den Verlagskatalogen – bestehend aus Serien-Nummer und Modell-Nummer – von Ludwig Brill und Martin Schilling (1866–1908) aufgeführt sind. Falls das Modell nicht aus einem der beiden Verlagsprogramme erworben wurde, dann ist in der Regel ein Hersteller oder Donator sowie das Jahr angegeben. Zudem findet sich sehr häufig zu den

Objekten die Angabe eines Preises. Darüber hinaus enthält das Inventar zu einigen Modellen die Angaben einer Provenienz, wie etwa „Von der Sternwarte übernommen (1878)“¹⁸. Auch Aussonderungen und Verluste sind verzeichnet und werden in einigen Fällen durch das Vieraugenprinzip also durch zwei Unterschriften formaljuristischen Regeln folgend dokumentiert.¹⁹ Aufgrund der genannten Merkmale erfüllte das Inventar aus dem Jahr 1933 fast alle Kriterien eines Museumsinventars.

Erst 14 Jahre nach der Emeritierung von Alexander von Brill kam es zu einer umfassenden Dokumentation der Tübinger Modellsammlung durch das Inventarbuch. Geschah dies aus reinem Ordnungssinn und zur Dokumentation des Besitzes oder war diese Inventur auch vom Verständnis getragen, dass diese Sammlung einen besonderen historischen Wert für das Institut und dessen Geschichte hat? Für die Ordnungs- und Besitzdokumentation spricht, dass in dem Tübinger Inventarbuch neben den Modellen das gesamte bewegliche Gut des Instituts erfasst wurde, wie etwa Mobiliar und Bilder (B), Zeichnungen und Photographien (D), Geräte und Werkzeuge (E)

Abb. 8
Ludwig Brill:
[Werbeanzeige], in:
Mathematische Annalen,
1877, Bd. 12, Heft 3

Im Verlag von L. Brill in Darmstadt sind soeben erschienen:
Math. Modelle angefertigt im math. Institut des k. Polytechnikums in München. Serie I. Ausgeführt unter Leitung von Prof. Dr. Brill. Form und Gypsabgüsse hervorgegangen aus dem Atelier von Kreittmayr, Formator des Nationalmuseums in München. Jedem Modell ist eine Erläuterung beigelegt. Preis der ganzen Serie (bestehend aus 9 Modellen) 60 Mk. excl. Emballage und Versandkosten. Prospekte sind durch jede Buchhandlung zu beziehen.

Soeben ist erschienen:

Jahrbuch
über die
Fortschritte der Mathematik
im Verein mit andern Mathematikern
herausgegeben von
Carl Ohrtmann, Felix Müller, Albert Wangerin.

oder mathematische Instrumente (F). Für ein aufkommendes historisches Verständnis und die besondere Wertschätzung der Modelle steht das Faktum, dass die Modelle mit dem Buchstaben „A“ versehen den Auftakt des Inventars markieren und mit den zwölf Untergliederungspunkten – „Aa“ bis „Am“ („Aj fehlt“) – die umfangreichste und somit inhaltlich strukturierteste Erfassung aufweisen. Falls das Tübinger Inventarbuch nicht nur einem Ordnungs- und Besitzdenken, sondern auch einem wissenschafts- und institutions-historischen Denken und Interesse verpflichtet gewesen sein sollte, dann liegt in diesem Inventarbuch der Ausgangspunkt zur Musealisierung der Modellsammlung also der Rettung und weiteren Nutzung für Forschung und Lehre.

DER IDEENGEBER

Die Modelle aus dem Münchner Modellierkabinett hatten in der Regel mehr als einen geistigen Vater. Die mathematischen Forschungen gründeten auf den akademischen Gesprächen zwischen Dozenten und Studenten. Diese gute akademische Tradition beschrieb Brill in seinen Tagebüchern.²⁰ Zugleich erkennt man dieses Prinzip der

Zusammenarbeit in den Überschriften der Beiträge der studentischen Autoren, welche die den Modellen zugehörigen Erläuterungen verfassten. Brill sammelte diese Texte in seinem persönlichen Sammelband. Er selbst merkte rückblickend in seinen Tagebüchern an: „Von den gegen 100 Modellen [...], sind etwa 10 unter Leitung von Klein entstanden, die übrigen auf meine Veranlassung.“²¹ Die damalige Zusammenarbeit und Hierarchie schreibt sich in die Struktur der Überschriften der studentischen Beiträge ein und ist an diesen noch heute ablesbar: Zuerst wird die Institution und die Leitung genannt – also das Mathematische Institut des königlichen Polytechnikums in München sowie der jeweilige Professor entweder Brill oder Klein.²² Erst danach folgt in der Regel die Nennung des Studenten der Mathematik, der den Text schrieb. Seine akademische Stellung geht aus dem Zusatz „stud. math.“ hervor. Eingeleitet wird der Name des Autors zumeist durch „Modellirt von [...]“ und einmal auch durch „Construirt durch [...]“ Dies hebt den historischen Tatbestand hervor, dass die Originale, die als Urmodelle anzusprechen sind, wohl zumeist von den Studenten selbst im Münchner Modellierka-

Abb. 9
Kassenamtsbuch des
Mathematisch-
physikalischen Seminars,
1885/86, S. 4,
Universitätsarchiv Tübingen

Kassenamtsbuch des Mathematisch-physikalischen Seminars	Polster	Soll	Sal		Haben	Bil.
			1885	1886		
10.10	10.10	10.10	10.10	10.10		
11.10	11.10	11.10	11.10	11.10		
12.10	12.10	12.10	12.10	12.10		
13.10	13.10	13.10	13.10	13.10		
14.10	14.10	14.10	14.10	14.10		
15.10	15.10	15.10	15.10	15.10		
16.10	16.10	16.10	16.10	16.10		
17.10	17.10	17.10	17.10	17.10		
18.10	18.10	18.10	18.10	18.10		
19.10	19.10	19.10	19.10	19.10		
20.10	20.10	20.10	20.10	20.10		
21.10	21.10	21.10	21.10	21.10		
22.10	22.10	22.10	22.10	22.10		
23.10	23.10	23.10	23.10	23.10		
24.10	24.10	24.10	24.10	24.10		
25.10	25.10	25.10	25.10	25.10		
26.10	26.10	26.10	26.10	26.10		
27.10	27.10	27.10	27.10	27.10		
28.10	28.10	28.10	28.10	28.10		
29.10	29.10	29.10	29.10	29.10		
30.10	30.10	30.10	30.10	30.10		
31.10	31.10	31.10	31.10	31.10		
32.10	32.10	32.10	32.10	32.10		
33.10	33.10	33.10	33.10	33.10		
34.10	34.10	34.10	34.10	34.10		
35.10	35.10	35.10	35.10	35.10		
36.10	36.10	36.10	36.10	36.10		
37.10	37.10	37.10	37.10	37.10		
38.10	38.10	38.10	38.10	38.10		
39.10	39.10	39.10	39.10	39.10		
40.10	40.10	40.10	40.10	40.10		
41.10	41.10	41.10	41.10	41.10		
42.10	42.10	42.10	42.10	42.10		
43.10	43.10	43.10	43.10	43.10		
44.10	44.10	44.10	44.10	44.10		
45.10	45.10	45.10	45.10	45.10		
46.10	46.10	46.10	46.10	46.10		
47.10	47.10	47.10	47.10	47.10		
48.10	48.10	48.10	48.10	48.10		
49.10	49.10	49.10	49.10	49.10		
50.10	50.10	50.10	50.10	50.10		
51.10	51.10	51.10	51.10	51.10		
52.10	52.10	52.10	52.10	52.10		
53.10	53.10	53.10	53.10	53.10		
54.10	54.10	54.10	54.10	54.10		
55.10	55.10	55.10	55.10	55.10		
56.10	56.10	56.10	56.10	56.10		
57.10	57.10	57.10	57.10	57.10		
58.10	58.10	58.10	58.10	58.10		
59.10	59.10	59.10	59.10	59.10		
60.10	60.10	60.10	60.10	60.10		
61.10	61.10	61.10	61.10	61.10		
62.10	62.10	62.10	62.10	62.10		
63.10	63.10	63.10	63.10	63.10		
64.10	64.10	64.10	64.10	64.10		
65.10	65.10	65.10	65.10	65.10		
66.10	66.10	66.10	66.10	66.10		
67.10	67.10	67.10	67.10	67.10		
68.10	68.10	68.10	68.10	68.10		
69.10	69.10	69.10	69.10	69.10		
70.10	70.10	70.10	70.10	70.10		
71.10	71.10	71.10	71.10	71.10		
72.10	72.10	72.10	72.10	72.10		
73.10	73.10	73.10	73.10	73.10		
74.10	74.10	74.10	74.10	74.10		
75.10	75.10	75.10	75.10	75.10		
76.10	76.10	76.10	76.10	76.10		
77.10	77.10	77.10	77.10	77.10		
78.10	78.10	78.10	78.10	78.10		
79.10	79.10	79.10	79.10	79.10		
80.10	80.10	80.10	80.10	80.10		
81.10	81.10	81.10	81.10	81.10		
82.10	82.10	82.10	82.10	82.10		
83.10	83.10	83.10	83.10	83.10		
84.10	84.10	84.10	84.10	84.10		
85.10	85.10	85.10	85.10	85.10		
86.10	86.10	86.10	86.10	86.10		
87.10	87.10	87.10	87.10	87.10		
88.10	88.10	88.10	88.10	88.10		
89.10	89.10	89.10	89.10	89.10		
90.10	90.10	90.10	90.10	90.10		
91.10	91.10	91.10	91.10	91.10		
92.10	92.10	92.10	92.10	92.10		
93.10	93.10	93.10	93.10	93.10		
94.10	94.10	94.10	94.10	94.10		
95.10	95.10	95.10	95.10	95.10		
96.10	96.10	96.10	96.10	96.10		
97.10	97.10	97.10	97.10	97.10		
98.10	98.10	98.10	98.10	98.10		
99.10	99.10	99.10	99.10	99.10		
100.10	100.10	100.10	100.10	100.10		

binett gefertigt wurden.²³ Von diesen Urmodellen wurden in einem zweiten Arbeitsschritt Negativformen für Gipsabgüsse hergestellt. Solche Negativformen und Gipsabgüsse produzierte der Formator und Gipsmodeller Joseph Kreittmayr für das Modellierkabinett – also im Auftrag von Brill und Klein in München.²⁴

1853 eröffnete Kreittmayr in der Münchner Schützenstraße 4 ein Geschäft mit Gipsfiguren und bot dazu seine Dienste in einer Geschäftsanzeige (Abb. 7) allen Künstlern an, um etwa verlorene Formen und Totenmasken abzunehmen.²⁵ Kreittmayr hatte zudem am Bayerischen Nationalmuseum die Stelle eines Gipsformators inne.²⁶ Dort vertiefte er über die Jahre hinweg sein technisches und materielles Know-how und betrieb in den Räumen des Museums einen Verkaufsraum. Kreittmayr besaß ein Patent respektive Privileg für „Guß- und Imprägnirmasse[n]“.²⁷ Sein Spezialwissen sammelte er nicht nur im musealen Bereich der Kunstproduktion, sondern auch auf dem Gebiet der Naturkunde, da er bereits 1862 in einem Verkaufskatalog Abgüsse von Fossilien aus öffentlichen Museen von München, Stuttgart und Tübingen anbot.²⁸ Seine Arbeiten erfreuten sich offensichtlich großer Beliebtheit und Bekanntheit, so dass ihm die Ehre zuteil wurde, seine Produkte 1867 in Paris und 1873 in Wien auf den Weltausstellungen zu zeigen.²⁹ Wohl aufgrund dieser privilegierten Teilnahmen kam es zu Ordensverleihungen an ihn.³⁰ Kreittmayrs wirtschaftlicher und sozialer Aufstieg wird auch an der Lage seines neuen Geschäfts ablesbar. Seine neuen Verkaufs- und Vertriebsräume für Gipsmodelle und -figuren bezog er in der Hildegardstraße 12.³¹ Kreittmayr war der Münchner Experte zur Herstellung von Gipsabgüssen und im Besitz einer von ihm erfundenen dauerhaften, da harten und zugleich festen Gipsrezeptur.³² Sein Sachverstand in Fragen von Materialität und Produktion gab sicherlich den Ausschlag, dass sich Alexander von Brill in seiner Münchner Zeit, zwischen 1875 und 1884, zu einer Zusammenarbeit (Abb. 8) mit Kreittmayr zum Zweck der seriellen Abgusser-

stellung von mathematischen Gipsmodellen entschloss.

Der Kontakt zwischen Mathematiker und Gipsformer blieb auch nach Brills Umzug von München nach Tübingen bestehen. Aus den Tübinger Kassenamtsbüchern lässt sich ersehen, dass Brill für seine im Aufbau befindliche Sammlung gleich zu Beginn des Jahres 1885 (Abb. 9) und auch in den nachfolgenden Jahren sowohl in München bei Kreittmayr als auch parallel dazu in Darmstadt bei seinem Bruder Ludwig Brill Abgüsse von Modellen bestellte.³³ Die Frage, die sich aufdrängt, ob Negativformen der mathematischen Modelle von München nach Darmstadt, also von Kreittmayr an Ludwig Brill, übersandt wurden, um die dortige, neue Produktion zu ermöglichen oder ob neue Negativformen in München für den Darmstädter Verlag angefertigt wurden, muss aufgrund fehlender Verlagsunterlagen offen bleiben. Genauso wie die Frage, ob der Darmstädter Verlag, der aus einer Druckerei hervorging, tatsächlich selbst die Gipsmodelle goss oder diese extern produzieren ließ.³⁴ Einen Einblick in die Abläufe, die der Herstellung von Abgüssen nach den Originalen vorangingen,

Abb. 10
Ernst Eduard Kummer:
Dupin'sche Cycliden,
Brill-Serie 9, Nr. 7, 1883,
MNF-Ma-A137

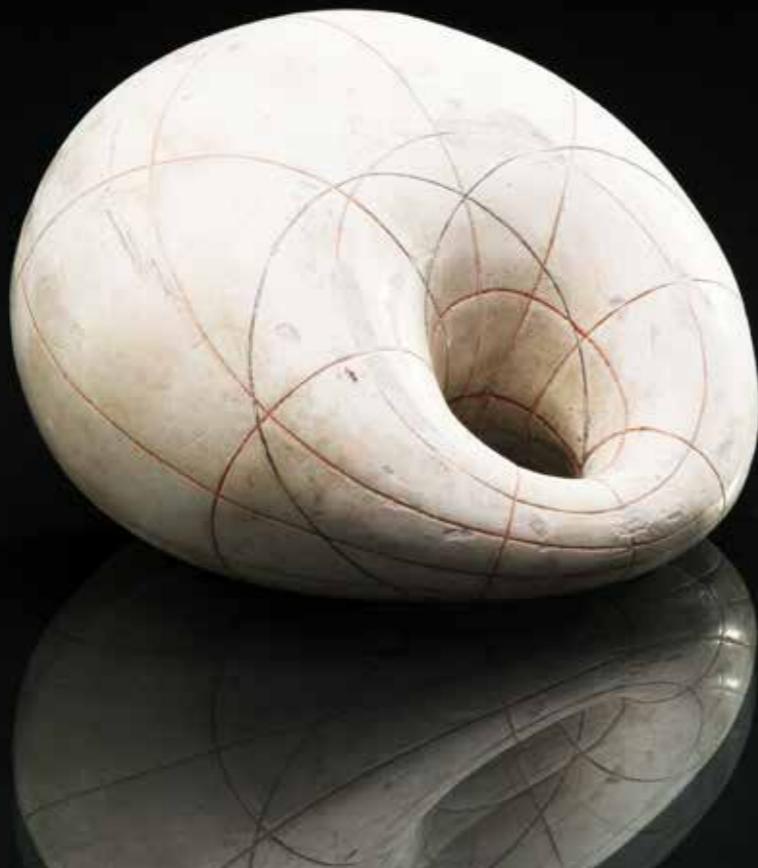
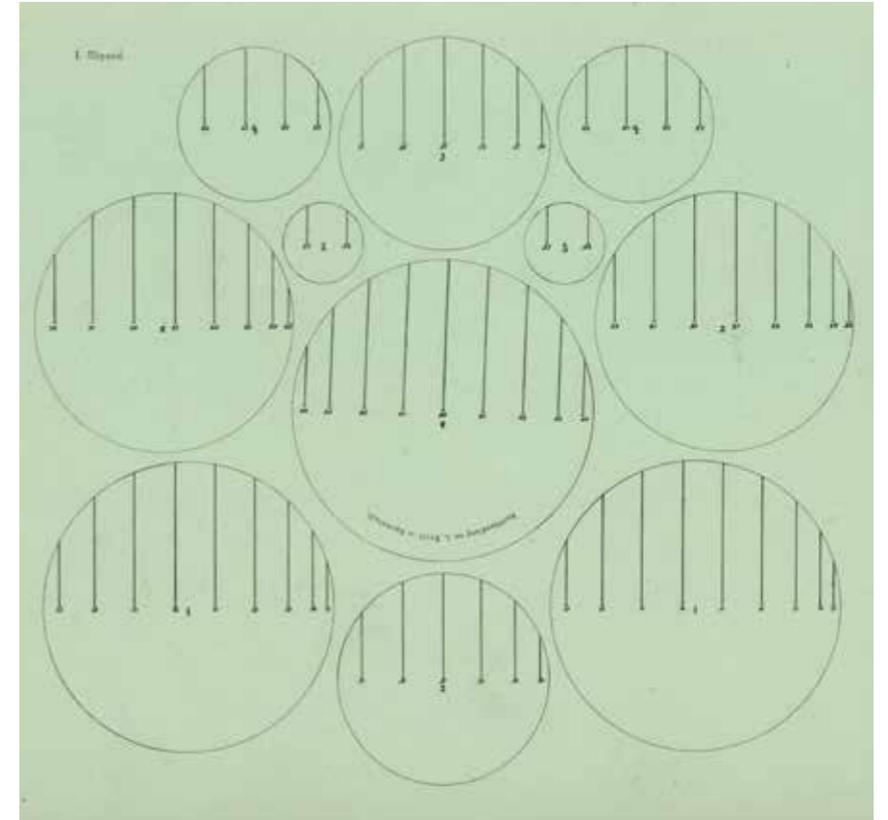


Abb. 11
Ludwig Brill:
Schnittbogen für
ein Papiermodell,
I. Ellipsoid, ohne Jahr,
MNF-Ma-A8a-5



erlaubt ein Brief von Alexander von Brill an Karl Weierstraß im Jahr 1883. In diesem bittet er den Kollegen, auch im Namen von Klein, um die Zusendung von Modellen des Mathematikers Ernst Eduard Kummer: „Ich erlaube mir den Vorschlag zu machen, dieser Arbeit, sowie die Herstellung von Abgüssen, in München von dem Formator des K.G. Nationalmuseums Herrn J. Kreittmayr, einem nur als geschickt bekannten Mann, unter meiner Aufsicht vornehmen zu lassen, sowie weiterhin gestatten zu wollen, dass die Modelle in Copien weiteren Kreisen zugänglich gemacht werden. Die Herstellung und Vertrieb der Copien könnte etwa der Buchhandlung von Ludwig Brill in Darmstadt, die einen ausgedehnten Verlag von Mathematischen Modellen bereits besitzt, durch meine Vermittlung übertragen werden.“ Statt Geld bot Brill an, dass man zusammen mit den Urmodellen je zwei Abgüsse (Abb. 10) derselben an das mathematische Seminar der Universität nach Berlin senden könnte. Generös stellte er in Aussicht, die Kosten für Versand und Verpackung der Modelle durch den Darmstädter Verlag Ludwig Brill übernehmen zu wollen. Er endet damit, dass durch eine solche „Veröffentlichung der Mo-

delle“ die Aufmerksamkeit an den Arbeiten von Kummer sich steigern ließen, da dessen Modelle noch aus einer Zeitebene stammten, in der „das Interesse an gestalterischen Untersuchungen noch ein äusserst geringes war“.³⁵

DER INITIATOR

Wohl ermutigt durch Alexander von Brill gründete dessen Vater Heinrich Brill im Jahr 1869 in Darmstadt den „Verlag für den höheren mathematischen Unterricht“.³⁶ Anfänglich wurden im Modell-Verlag nur Papier-Modelle hergestellt. Man druckte sie in der eigenen Druckerei auf teils farbigen Papierbögen (Abb. 11), die zum Ausschneiden und Zusammenstecken vorgesehen waren.³⁷ So entstand ein dreidimensionales Modell, das auf einem eigens dafür vorgesehenen Stativ (Abb. 12) präsentiert werden konnte.³⁸ Im Jahr 1872 wurde die Druckerei und der Verlag vom Vater Heinrich an den Sohn Ludwig Brill übergeben,³⁹ wenn auch der Vater im Sinne einer „Altersbeschäftigung“ noch weiterhin für die Herstellung der Kartonmodelle zuständig blieb.⁴⁰ Seit wann im Darmstädter Verlag zusätzlich zu den Papier-Modellen auch Gips-Modelle zum

Abb. 12
Alexander von Brill:
Ellipsoid,
Papiermodell auf Stativ,
MNF-Ma-A8a-5



Abb. 13
Ludwig Brill:
[Werbeanzeige], in: Archiv
der Mathematik und Physik,
1877, Bd. 61, nach S. 336

Verlag von Modellen für den höheren math. Unterricht.

Bei L. Brill in Darmstadt erschien soeben:

Math. Gips-Modelle

mod. nach den im math. Institut der k. technischen Hochschule in München unter Leitung der Proff. Dr. Brill und Dr. Klein angefertigten Originalen.

Formen und Abgüsse von J. Kreittmayr, Formator des Nationalmuseums in München.

Zweite Serie.

6) Drei Modelle der Kummer'schen Fläche (16, 8, 4 Knotenpunkte reell.)
7) Fläche 3ter Ordn. mit 4 reellen con. Knotenpunkten nebst Haupttangencurven. 8) Drei Rotationsflächen const. mittl. Krümmung nebst geodät. Linien. 9) Rotationsfläche von const. negat. Krümmungsmass (Kegel-Typus) nebst geodät. u. Asymptoten-Linien. 10) Desgl. (Hyperboloid-Typus) mit parallelen geodät. Linien u. geodät. Kreisen. 11) Bahncurve eines schweren Punktes auf einer Kugel.

Zu jeder Gruppe von zusammengehörigen Modellen ist ein erläuternder Text beigelegt.

Preis der ganzen Serie 120 Mark excl. Emballage u. Versandkosten.

Mod. u. Prosp. sind durch jede Buchhandlung, ferner durch Hrn. Kreittmayr in München, sowie direct durch die Verlagsbuchhandlung zu beziehen.

In unserm Verlag ist soeben erschienen:

Lehrbuch der Analysis

von
Rudolf Lipschitz.

Erster Band:

Grundlagen der Analysis.

38 Bogen gr. 8°. Geh. Preis 15 Mk.

Durch die neueren Fortschritte der Analysis haben auch die Elemente dieser Wissenschaft allmählig tiefgreifende Umgestaltungen erlitten. Die Grundbegriffe und Beweise haben an Schärfe der Fassung gewonnen; vieles hat sich vereinfacht, dagegen hat sich der Umfang der zum Verständniss der modernen Mathematik und namentlich auch ihrer physikalischen und technischen Anwendungen erforderlichen Kenntnisse bedeutend erweitert. Die mit den Anfangsgründen sich befassenden Lehrbücher haben aber, besonders in Deutschland, entsprechende Veränderungen gar nicht oder doch nur in beschränktem Maaße erfahren; die Kluft zwischen ihren Auffassungsweisen und denjenigen Anschauungen, welche dem Studenten in den Vorträgen der Universitäten und technischen Hochschulen jetzt meist entgegen treten, ist immer grösser geworden. Um diese Kluft auszufüllen, musste der Verfasser im vorliegenden Buche das ganze Gebäude der Analysis aus den Fundamenten vor dem Leser neu errichten und durfte bei ihm nichts voraussetzen, als diejenige Gewandtheit im Gebrauch der mathematischen Zeichensprache, welche auch ein mittelmässiger Schulunterricht immerhin gibt. Der zweite Band „Differential- und Integralrechnung“, womit das Werk abschliesst, ist in Vorbereitung.

Max Cohen & Sohn (Fr. Cohen) in Bonn.

Kauf angeboten wurden, lässt sich anhand der Quellen nur annähernd bestimmen. Im Jahr 1876 vertröstete Alexander von Brill in seinem Brief an den Kollegen und Mathematiker Rudolf Sturm diesen noch. Zwar habe er in München „Abgüsse zur Vervielfältigung anfertigen lassen“, jedoch seien diese Modelle bei seinem Bruder in Darmstadt erst später zu beziehen.⁴¹ Eine Anzeige im Jahr 1877 wirbt im „Archiv der Mathematik und Physik“ (Abb. 13) für die neuen „math. Gips-Modelle“, die zu jener Zeit noch allein durch Joseph Kreittmayr in „Formen und Abgüssen“ nach den Originalen der Technischen Hochschule hergestellt wurden.⁴² Auch im folgenden Jahr liest man in einer Anzeige der Zeitschrift „Mathematische Annalen“ von Gips-Modellen, die allein über Kreittmayr in München zu beziehen waren. An gleicher Stelle preist man auch die Serie der „Carton-Modelle“ (Abb. 14) an, jedoch ohne Nennung der Darmstädter Druckerei oder des Verlages.⁴³ 1879 wies eine Annonce auf die „soeben erschienenen“ Faden-Modelle der Verlagshandlung von Ludwig Brill hin.⁴⁴ Ein erster Beleg für die Herstellung von „Gyps-Modelle[n]“ im Darmstädter Verlag findet sich im gleichen Jahr 1879 in einer Anzeige (Abb. 15) abgedruckt in den „Mathematische[n] Annalen“. Darin wird die Serie von Rudolf Diesel bestehend aus 18 Modellen beworben.⁴⁵ Hieraus folgt, dass über einen Zeitraum von fünf bis sechs Jahren hinweg – nimmt man den Brief Alexanders von Brill an Sturm 1876 als Ausgangspunkt – Ludwig Brill auf Betreiben seines Bruders schrittweise, Modell für Modell, Serie für Serie, im Darmstädter Verlag eine Modell-Produktion etablierte, bis schließlich eine umfangreiche Modell-Palette vorhanden war, die den Anspruch und die Bezeichnung eines Verlagsprogramms verdiente. 1881 veröffentlichte Ludwig Brill erstmals unter seinem Namen einen gedruckten Katalog zum Verlagsprogramm der mathematischen Modelle in Darmstadt. Darin werden neben den Papier-Modellen nun hauptsächlich Gips-Modelle angeboten.⁴⁶ Spätestens seit diesem Zeitpunkt

verkaufte der Verlag die Mehrzahl seiner Modelle in der repräsentativen und dauerhafteren Gips-Ausführung. Doch währte diese Phase keine zwanzig Jahre. Im Jahr 1898 verkaufte Ludwig Brill zunächst Druckerei und Verlag an den Darmstädter Verlag Eduard Roether.⁴⁷ Ein Jahr später folgte dann auch die Veräußerung des Modell-Verlags zum Leidwesen und Verdruss seines Bruders Alexander an Martin Schilling nach Halle an der Saale.⁴⁸ Dies war das Ende des Brill'schen Modell-Vertriebs in Darmstadt. Seitdem bestellte und kaufte man aus Halle und später aus Leipzig über den Schilling-Verlag die von Alexander von Brill und seinen Schülern konzipierten mathematischen Modelle. Obgleich Martin Schilling schon früh, im Jahr 1908, verstarb, setzte der Verlag seine Arbeit fort. Schillings Frau Karoline leitete das Unternehmen bis ins Jahr 1929.⁴⁹ Auch wenn der Darmstädter Modell-Verlag an Martin Schilling verkauft wurde, stellt sich die Frage bei wem die Autoren- und Urheberrechte lagen? Alexander von Brill führt in seinen Tagebüchern zum Jahr 1924 aus, dass er plante, auf Veranlassung der Tübinger Studenten etwa 100 Serien zu je sieben Modellen also etwa 700 Papier-Modelle zur Herstellung freizugeben.⁵⁰ Dies bedeutet, dass wohl das gesamte Brill'sche Verlagsprogramm, das sich heute vor allem in Gips-Modellen in verschiedenen universitären Sammlungen erhalten hat, auch in der kostengünstigeren, aber vergänglicheren Papier-Form zu kaufen gewesen wäre. Doch dieses Vorhaben blieb unvollendet. Brills Ausführungen decken auf, dass nur er alleine an allen Modellen die Autorenrechte besaß und lediglich die urheberrechtlichen Nutzungsrechte, wie etwa Vervielfältigung, Verwertung und Verbreitung, an den Verlag Schilling abgetreten hatte. Dieses Faktum macht deutlich, dass er Zeit seines Lebens ein essentielles persönliches Interesse an den Modellen behielt. Auch nach dem Verkauf des Darmstädter Verlages an Martin Schilling entstanden unter Alexander von Brills Leitung neue Modelle. Doch musste man nun in Tübingen neue Wege zu

Abb. 14
Alexander von Brill:
Papiermodell-Serie,
Schachtel handschriftlich
bezeichnet, Math. phy.
Verein Tübingen 1885,
MNF-Ma-A8-1

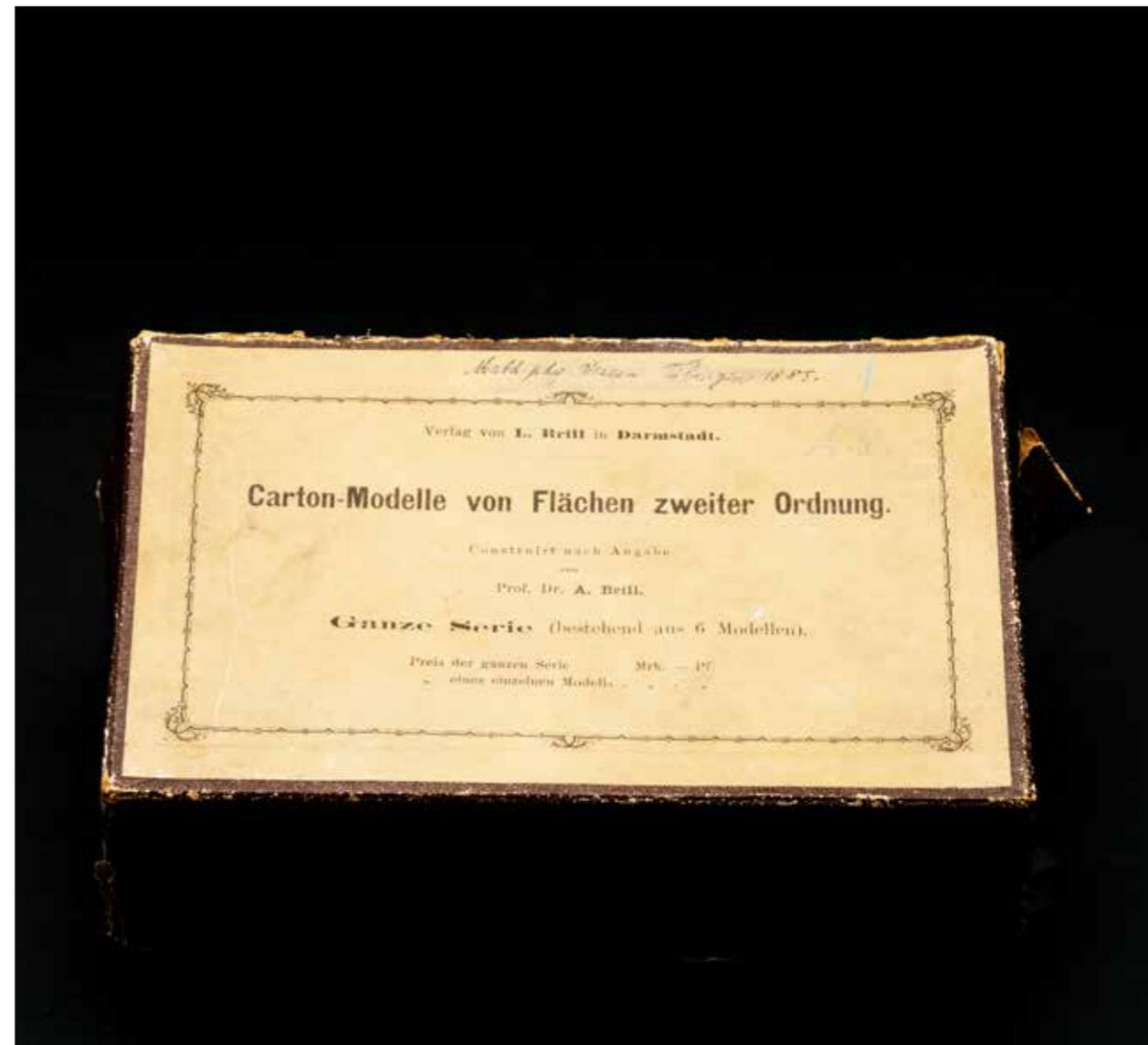
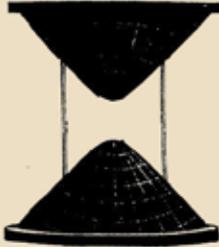


Abb. 15
Ludwig Brill:
[Werbeanzeige], in: Mathe-
matische Annalen, 1879,
Bd. 15, Heft 3 und Heft 4

Math. Modelle aus der Verlagshandlung von L. Brill in Darmstadt.

Dritte Serie.



Gyps-Modelle

von Flächen zweiter Ordnung
mit Darstellung der Krümmungslinien,
geradlinigen Erzeugenden etc.
von R. Diesel.

Ganze Serie, bestehend aus 18 Modellen
in 2 Gruppen.

1) Ellipsoid, grosse Halbaxe 5 cm. 2) Dasselbe mit Krümmungslinien. 3) Ellipsoid, gr. Haxe 9 cm. 4) Dass. m. Krl. 5) Einschäl. Hyperboloid. 6) Dass. m. geraden Erzeugenden. 7) Dass. m. Krl. 8) Zweischäl. Hyperboloid. 9) Dass. m. Krl. 10) Ellipt. Paraboloid. 11) Dass. m. Parallelschnitten. 12) Dass. m. Krl. 13) Hyp. Paraboloid. 14) Dass. mit Parallelschnitten. 15) Dass. m. geraden Erzeugenden. 16) Dass. m. Krl. 17) Ellipt. Kegel, Asympt.-Kegel zu (5) u. (8). 18) Ders. m. Krl.

Auf den Modellen der 1. Gruppe: Nr. 1. 3. 5. 8. 10. 13. 17 sind nur die Hauptschnitte angegeben. Den Modellen der 2. Gruppe sind 2 Abhandlgn. des Verf. über die Herstellung der Krümmungslinien beigelegt.

Preis der ganzen Serie 100 Mark exel. Emballage (15 M.) u. Versandkosten. I. Gruppe 35 Mark (Emb. 7 M.), II. Gruppe 75 Mark (Emb. 8 M.).

Vierte Serie.



Faden-Modelle

von Flächen zweiter Ordnung
dargestellt durch
Seidenfäden in Messinggestellen.

Ganze Serie bestehend aus 5 Modellen.

1) Unveränderl. Hyperboloid. 2) Bewegl. Hyperboloid, in der einen Grenzlage ein Cylinder, in der anderen ein Kegel. 3) Bewegl. Hyperboloid, in beiden Grenzlagen ein Kegel. 4) Unveränd. hyperbol. Paraboloid. 5) Bewegl. hyperbol. Paraboloid, in ein gleichseitiges windschiefes Viereck eingeschrieben. — Die Modelle sind sowohl mit messingfarbenen als auch schwarz geboizten Gestellen zu beziehen. — Preis der ganzen Serie 270 Mark. Bei Einzel-Bezug Mod. Nr. 1 30 M., Nr. 2 70 M. (mit Doppelfadensystem 75 M.), Nr. 3 75 M., Nr. 4 44 M., Nr. 5 70 M.

Prospecte gratis durch die Verlagshandlung zu beziehen.

Abb. 16
Plastische
Kunst-Anstalt F. Tognarelli
an Alexander von Brill,
Stuttgart, den 9. April 1913,
Universitätsarchiv Tübingen

deren Herstellung suchen, da die alten Geschäftsverbindungen zu Kreittmayr und zum Bildhauer Ludwig Lohde in Berlin nicht mehr bestanden. Ein Beispiel aus dem Jahr 1914 zeigt, wie kostspielig die Produktion von Urmodellen werden konnte. Eugen Beutel⁵¹, ein Student von Alexander von Brill, ließ seinen Prototyp von der Plastischen Kunst-Anstalt F. Tognarelli in Stuttgart (Abb. 16) modellieren. Für das Gipsmodell verlangte der Stuttgarter Betrieb, der sich selber auch den ambitionierten Zusatz eines „plastische[n] Museum[s]“ verlieh,⁵² die stolze Summe von 265 Mark. Dieser Betrag überraschte den jungen Beutel derart, dass er sich eigens in einem Brief an seinen in derartigen Angelegenheiten erfahrenen Professor wandte. Sein Schreiben verband Beutel mit dem Hinweis, dass die Stuttgarter Kunstanstalt aufgrund der „erhebliche[n] technische[n] Schwierigkeiten“ wohl gerne auf die Modellherstellung „verzichte[t]“ hätte.⁵³ Wie Brill auf den Brief von Beutel und die hohe Rechnung reagierte ist nicht überliefert. Anhand der Kassenamtsbüchern ist dokumentiert, dass das Mathematische Seminar die Forderung in voller Höhe beglich.⁵⁴ Zu neuen Aufträgen ist es – aufgrund der schlechten Erfahrungen – nicht mehr gekommen. Das Gipsmodell ist heute verschollen. Erhalten haben sich ein paar schwarz-weiß Fotos des Unikats (Abb. 17).⁵⁵ Angesichts der Höhe der Abrechnung lässt sich doppelsinnig resümieren, dass Mathematik als Kunst ihren Preis hat.



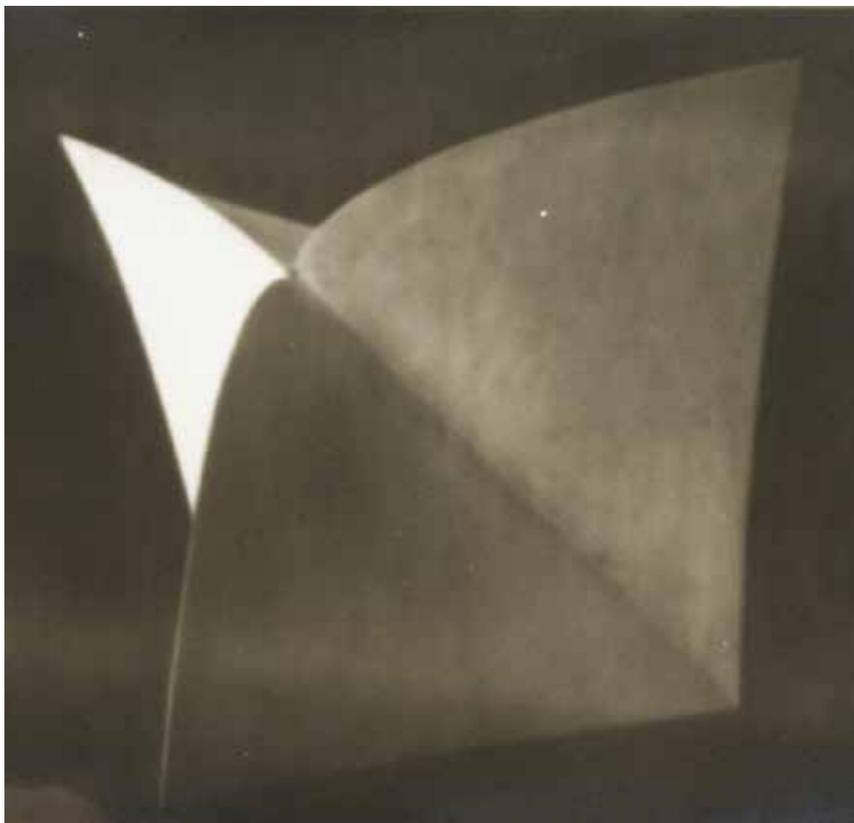


Abb. 17
Eugen Beutel:
Zentralfläche der Fläche
dritter Ordnung $xyz = a^3$,
Foto von R. Mehl 1912,
MNF-Ma-D2

1 Alexander von Brill: Aus meinem Leben, Bd. 1, S. 109–110. Das Manuskript schrieb Alexander von Brill in den Jahren 1887 (Erinnerungen, Niedergeschrieben 1887 im Herbst, Bd. 1, S. 3) bis 1928 (siehe Bd. 2, S. 377). Das hier zugrundeliegende Typoskript erstellte Justine Panck (Bd. 2, S. 378) im Auftrag des Sohnes von Alexander von Brill, Alexander Brill. Das Manuskript ging im Zweiten Weltkrieg unter. Vom Typoskript haben sich Kopien in den Archiven der TU München und der Universität Tübingen erhalten.

2 Brill: Aus meinem Leben, Bd. 1, S. 46.

3 Brill: Aus meinem Leben, Bd. 2, S. 311.

4 Gerhard Betsch: Alexander von Brill (1842–1935), in: Volker Schäfer (Hg.): Bausteine zur Tübinger Universitätsgeschichte, Folge 3, Tübingen 1987, S. 71–90.

5 Brill: Aus meinem Leben, Bd. 1, S. 27 und 48.

6 Schreiben des Ministeriums für Kirchen- und Schul-Wesen an den akademischen Senat der Universität Tübingen, Stuttgart, den 24. November 1885, Universitätsarchiv Tübingen UAT, Signatur: 117/892.

7 600 Mark: Kassenamtsbuch 1885, Universitätsarchiv Tübingen UAT, Signatur: 146/43,15; 1000 Mark: Kassenamtsbuch 1887, Universitätsarchiv Tübingen UAT, Signatur: 146/43,16.

8 Nachfolgend im Text als Sammelband bezeichnet: Alexander von Brill: Mathematische Modelle, o. J. Fachbibliothek Mathematik und Physik, Bereich Mathematik, Inventarnummer: 100/3. Dieser Sammelband enthält 28 Abhandlungen von 1877 bis 1885 von Studenten der Professoren Brill und

Klein sowie von Ludwig Brill, Catalog mathematischer Modelle [...], Darmstadt 1885.

9 Von Brills Hand stammt der Eintrag auf der Leerseite des Buches: „Abhandlungen | und | Erläuterungen | zu den mathematischen Modellen | der Serien I – XII | des Modellverlages von L. Brill in Darmstadt | 1877–1885. Catalog | derselben Verlagshandlung. | 3. Auflage.“ Alexander von Brill: Mathematische Modelle, o. J. [Sammelband], o. S., Fachbibliothek Mathematik und Physik, Bereich Mathematik, Inventarnummer: 100/3. Online: <http://idb.ub.uni-tuebingen.de/diglit/BRILL> (02.04.2018).

10 Brill: Aus meinem Leben, Bd. 1, S. 27.

11 Alexander von Brill: Mathematische Modelle, o. J. [Sammelband], o. S., Fachbibliothek Mathematik und Physik, Bereich Mathematik, Inventarnummer: 100/3.

12 Für die statistische Auswertung des Sammelbandes und die Daten aus dem Modell-Katalog danke ich Lea Schubert: Das Brillsche Verlagsprogramm im Jahr 1885 beinhaltet zwölf Serien (1. Teil: 170) und weitere Modelle (2. Teil: 13 – zusammen sind dies 183 Modelle). Im Modell-Katalog aus dem Jahr 1885 sind über 160 Modelle gelistet. Siehe: <https://www.zentralblatt-math.org/jahrbuch/?id=199608&type=pdf> (07.01.2018).

13 Gliederungspunkte des Inventars aus dem Jahr 1933 im Bereich „A“-Modelle: Aa Reguläre Körper; Ab Analytische Geometrie: Flächen zweiter Ordnung; Ac Algebraische Kurven und Flächen; Ad Differentialgeometrie: Raumkurven, Regelflächen, Schraubenflächen; Ae Differentialgeometrie: Krümmungseigenschaften; Af Differentialgeometrie:

Gaußsche und mittlere Krümmung, Geodätische Linien; Ag Besondere Flächen; Ah Darstellende Geometrie; Ai Analysis; Ak Kinematik; Al Mechanik und Physik; Am Verschiedenes.

14 Vgl.: Hundert Jahre Mathematisch-naturwissenschaftliche Fakultät [der Eberhard-Karls-Universität zu Tübingen]. Dokumente, Instrumente, Modelle; eine Ausstellung der Fakultät, Tübingen 1963, S. 23 und Faltplan. Von 1929 bis 1936 leitete der Physiker Professor Hans Geiger sowohl die Physik als auch die Astronomie in Tübingen.

15 Zum Brill-Schüler Ernst Cantner aus Esslingen, der von 1901 bis 1904 in Tübingen studierte, und dessen Modell, siehe: Inventar des Mathematischen Seminars der Universität Tübingen, 1933, S. 52–53. Zum Brill-Schüler Gerhard Salomon und dessen Modell siehe: Inventar des Mathematischen Seminars der Universität Tübingen, 1933, S. 62–63; vgl. auch: Gerhard Salomon: Über das Zerfallen von Systemen von Polynomen, in: Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung, Leipzig 1915, Bd. 24, Heft 4/6, S. 225–246, S. 225, Anm. 3; Brill stellt hier seinen Schüler kurz vor. Zum Brill-Schüler Friedrich Kölmel und dessen Modellserie siehe in diesem Band den Objekttext von Julian Günther. Vgl. auch: Alexander von Brill: Über die Modellsammlung des mathematischen Seminars der Universität Tübingen [Vortrag gehalten 1886], in: Mathematisch-naturwissenschaftliche Mitteilungen, Hg. v. Otto Böklen, Bd. 2, 1887–1888, Tübingen 1889, S. 79.

16 Vgl. Ludwig Brill: Catalog mathematischer Modelle [...], Darmstadt 1881; Ludwig Brill: Catalog mathematischer Modelle [...], Darmstadt 1885; Ludwig Brill: Catalog mathematischer Modelle [...], Darmstadt 1888.

17 Die alte Inventarnummer besteht aus dem Großbuchstaben „A“ und einer Zahl, die das einzelne Modell nummeriert.

18 Inventar des Mathematischen Seminars der Universität Tübingen, 1933, S. 7.

19 Zur Inventarnummer Ag3 bzw. A395: „Ausgeschieden, da unbrauchbar geworden 16.3.54 [Unterschrift von:] Stoll [Unterschrift von:] Kneser“. Inventar des Mathematischen Seminars der Universität Tübingen, 1933, S. 60–61.

20 Brill: Aus meinem Leben, Bd. 1, S. 26–28 und S. 41 b. 24. XI. 1875. „Mit Klein zusammen habe ich Übungen im Modellieren angezeigt; wir teilen uns die Teilnehmer. Jedem wird eine Aufgabe zur Behandlung übertragen, die einer von uns leitet.“

21 Brill: Aus meinem Leben, Bd. 1, S. 27; vgl. Ulf Hashagen: Walther von Dyck (1856–1934), Stuttgart 2003, S. 61, Anm. 100.

22 Zwölf Studenten arbeiteten unter Brill in München. Sie schrieben 21 Beiträge unter seiner Leitung: J. Bacharach (zwei Texte), L. Schleiermacher, W. Dyck (zwei Texte), K. Rohn, A. v. Braunmühl (zwei Texte), Th. Kuen (vier Texte) und Chr. Wolff, P. Vogel, G. Herting, Seb. Finsterwaldner (drei Tex-

te), R. Diesel (zwei Texte), O. Böklen. Dagegen studierten nur vier Studenten unter Felix Klein, die fünf Texte verfassten: K. Rohn, J. Bacharach, E. Lange, Otto Staude (zwei Texte). Als Quelle für diese Angaben dient: Alexander von Brill: Mathematische Modelle, o. J., o. S. [Sammelband], Fachbibliothek Mathematik und Physik, Bereich Mathematik, Inventarnummer: 100/3.

23 L. Brill 1885, Teil 1, S. 4, Anmerkung: „Die Modelle dieser Serie wie vieler folgenden, deren Originale dem mathematischen Institut der königl. Technischen Hochschule zu München entstammen [...]“, in: Alexander von Brill: Mathematische Modelle, o. J. [Sammelband], Fachbibliothek Mathematik und Physik, Bereich Mathematik, Inventarnummer: 100/3.

24 Ludwig Brill: Catalog mathematischer Modelle [...], Darmstadt 1881, S. 2. „Die Gips-Modelle sind hervorgegangen aus dem Atelier von J. Kreittmayr, Formator des k. Nationalmuseums in München.“

25 Münchener Anzeiger, Beilage zu den neuesten Nachrichten, Nr. 288, Montag den 7. November 1853, S. 2279. „Ladeneröffnung. [...] J. Kreittmayr, Gypsformator, Schützenstraße Nr. 4 Parterre.“

26 L. Brill 1885, Teil 2, S. 48. „Die Gips-Modelle sind hervorgegangen aus dem Atelier von J. Kreittmayr, Formator des k. Nationalmuseums in München“, in: Alexander von Brill: Mathematische Modelle, o. J. [Sammelband], Fachbibliothek Mathematik und Physik, Bereich Mathematik, Inventarnummer: 100/3.

27 Amtsblatt des k. Staatsministeriums des Innern. Hg. v. k. Staatsministerium des Innern, 1872/73, I. Jg., S. 274. Gewerbsprivilegien verliehen an: „Joseph Kreittmayr, Gypsformator am kg. Nationalmuseum zu München auf die von ihm erfundene Guß- und Imprägnirmasse für den Zeitraum von einem Jahre, von 4. Dezember 1872 anfangend.“ Und S. 605: „Verlängert wurden: daß dem Formator am k. Nationalmuseum Joseph Kreittmayr dahier unterm 4. Dezember 1872 verliehene und bis dahin 1873 laufende Privilegium auf eine neue Guß- und Imprägnirmasse, für den Zeitraum von zwei Jahren, von 4. Dezember 1873 anfangend [...]“. Bayerisches Hauptstaatsarchiv, BayHStA, Innenministerium (MI) 37548 (Laufzeit 1872–1879); BayHStA, Kultusministerium (MK) 14255 (Laufzeit 1874–1933).

28 Erstes Verzeichniss der Gypsabgüsse, welche von den ausgezeichnetsten urweltlichen Thierresten der kgl. Palaeontologischen Museen in München und Stuttgart und des kgl. Universitäts-Kabinetes in Tübingen abgeformt wurden durch Joseph Kreittmayr, Formator in München, München 1862. Zusatz und Werbung in eigener Sache auf dem Titelblatt: „Sämtliche Abgüsse sind mit der bestmöglichen Genauigkeit und Schärfe geformt und mit der grössten Wahrheit gemalt, so dass sie die Originale entbehrlich machen können.“

29 Industrie und Landwirtschaft Bayerns auf der internationalen Ausstellung zu Paris im Jahre 1867, München 1867, S. 28.

30 Bayerisches Hauptstaatsarchiv, BayHStA, Außenministerium Ordensakten (MA Ordensakten) 3647 (Laufzeit 1875); BayHStA, MA Ordensakten 7926 (1886); BayHStA, MA Ordensakten 9540 (Laufzeit 1870); BayHStA, Gesandtschaft Paris 1093 (Laufzeit 1886).

31 Führer durch das Bayerische Nationalmuseum in München, München 1908, S. 383.

32 Theodor Koller (Hg.): Neueste Erfindungen und Erfahrungen auf den Gebieten der praktischen Technik, Regensburg 1874, Bd. 1, S. 529–530: „Neue Gußmasse. [...] die Masse erlangt eine sehr große Härte und Festigkeit, haftet sehr gut sowohl auf Stein, Cement, Glas, Thonplatten als auch Papier und Holz und hat den Vorzug, daß sie blendend weiß ist.“ – Der Sammler. Belletristische Beilage zur „Augsburger Abendzeitung“. Sonnabend den 26. August 1876, Nr. 98, S. 2: „Es sind dies Arbeiten des rühmlich bekannten Abformers dieser Anstalt, J. Kreittmayr, und gehören zu den besten Erzeugnissen dieser Art. Die zierlichsten und wertvollsten Schätze des Nationalmuseums werden durch diese Vervielfältigungsmethode leicht zu erwerbendes Gemeingut. Kreittmayr hat überdies eine eigene wetterbeständige Abgußmasse erfunden, welche seinen Kopien durch unverwüstliche Haltbarkeit einen weiteren Vorzug gewährt.“

33 Kassenamtsbuch 1885/86, S. 4, Universitätsarchiv Tübingen UAT, Signatur: 146/43,15.

34 Im Landesarchiv und im Stadtarchiv Darmstadt haben sich keine Verlagsunterlagen erhalten.

35 Beide Zitate aus: Alexander von Brill an Karl Weierstraß, München, am 12. April 1883. Geheimes Staatsarchiv Preußischer Kulturbesitz, Berlin. Signatur: GStA PK, VI. HA Familienarchive und Nachlässe, NI Weierstraß Nr. 2.

36 Gesamt-Verlags-Katalog des Deutschen Buchhandels: ein Bild deutscher Geistesarbeit und Cultur, Münster 1881, Bd. 3, Sp. 775–776: „Gegründet am 1. August 1869. Auslieferung in Leipzig und Darmstadt.“

37 Von solch farbigen Papierbögen hat sich in der Tübinger Sammlung der „Prospectus“ zur Serie „Modelle von Flächen zweiter Ordnung“ von 1884 aus dem „Verlag von L. Brill in Darmstadt“ (Aufdruck auf den Papierbögen) erhalten. Die erste Ausgabe dieser Modelle erfolgte im Jahr 1874. Zu diesen Modellen zählen: I. Ellipsoid, II. Ellipsoid, III. Einschaliges Hyperboloid, IV. Zweischaliges Hyperboloid, V. Paraboloid, VI. Hyperbolisches Paraboloid, VII. Kegel. Vgl. auch: L. Brill ³1885, Teil 1, S. 1–2, in: Alexander von Brill: Mathematische Modelle, o. J. [Sammelband], Fachbibliothek Mathematik und Physik, Bereich Mathematik, Inventarnummer: 100/3.

38 L. Brill ³1885, Teil 2, S. 2, in: Alexander von Brill: Mathematische Modelle, o. J. [Sammelband], Fachbibliothek

Mathematik und Physik, Bereich Mathematik, Inventarnummer: 100/3.

39 E. Roether: Chronik der Buchdruckerei und des Verlages E. Roether in Darmstadt 1835–1960, Darmstadt 1960, S. 5.

40 Alexander von Brill: Aus meinem Leben, Bd. 2, S. 311–312. „Mein Vater hat sich schon viel Früher vom Amt zurückgezogen zu Gunsten meines Bruders Ludwig, und sich mit dem Herstellen meiner Kartonmodelle eine Altenbeschäftigung geschaffen, die ihm gewiß auch sauer geworden ist, wenn er den Sohn neben sich wirtschaften sah, ohne eingreifen zu können.“

41 Brill: Aus meinem Leben, Bd. 1, S. 41b.

42 Ludwig Brill: [Werbeanzeige], in: Archiv der Mathematik und Physik, 1877, Bd. 61, nach S. 336.

43 Ludwig Brill: [Werbeanzeige], in: Mathematische Annalen, 1878, Bd. 13, Heft 4, nach S. 575, Beilage 1.

44 Ludwig Brill: [Werbeanzeige], in: Mathematische Annalen, 1879, Bd. 14, Heft 3, nach S. 428, Beilage 1.

45 Ludwig Brill: [Werbeanzeige], in: Mathematische Annalen, 1879, Bd. 15, Heft 3 und Heft 4, vor S. 315.

46 1. Ausgabe Dezember 1881, 2. Auflage 1882, 3. Auflage 1885, 4. Auflage 1888, 5. Auflage 1892. Vgl. Karteikarte: <http://retro.hebis.de/hebisimg/vorschau/d124/d1240708.gif> (11.03.2018). Modell-Serien und Materialien werden aufgeführt in: Gesamt-Verlags-Katalog des Deutschen Buchhandels: ein Bild deutscher Geistesarbeit und Cultur, Münster 1881, Bd. 3, Sp. 775–780.

47 Chronik der Buchdruckerei und des Verlages Eduard Roether in Darmstadt 1835–1960, Darmstadt 1960, S. 5. Am 11. September 1944 brannte der Verlag in Folge von Kriegseinwirkung aus, so dass das Firmenarchiv verloren ging.

48 Brill: Aus meinem Leben, Bd. 1, S. 86. 18. März 1890: „Mit Ludwig hatte ich heute eine Unterredung, die sich auf die Modelle bezog. – Er will sich von mir loslösen, und ich will ihm nicht entgegen sein, sondern auf einen Vergleich eingehen der ihn Verpflichtung gegen mich entledigt. [Anm.:] Mein Bruder Ludwig hat, als er sich der vom Vater übernommenen Buchdruckerei, an der er niemals Freude hatte, entledigte (im Jahre ...) auch den Modell-Verlag, den ich ihm s. Zt. von München aus zugewandt hatte, um ihm eine erfreulichere Tätigkeit zu schaffen, 1899 an die Leipziger Firma Martin Schilling verkauft. Dies hat mich damals und später noch oftmals geschmerzt. (Anmerk. 1926).“ Und ebd., Bd. 1, S. 114–115. 6. April 1925 (Nachtrag zum Jahre 1899.): „Im Juli 1899 ging der Verlag der Modelle, die Klein und ich in München hatten herstellen und vervielfältigen lassen, und den daran anschließenden Serien von anderen Mathematikern wie Rodenberg, Kummer, Schwarz, Rohn, Dyck, Schlegel, Noevius u. a. aus dem Verlag meines Bruders Ludwig in den der Firma Martin Schilling, Leipzig, über.“

49 Karin Richter: Modelle wurden mir in den Vorlesungen unentbehrlich: zum 100. Todestag des Verlegers Martin Schilling der Modellfirma M. Schilling, in: Georg-Cantor-Vereinigung der Freunde und Förderer von Mathematik und Informatik an der Martin-Luther-Universität, Halle (Saale) 2008, Bd. 10, S. 37–40. Vom Verlag respektive der Firma Schilling haben sich aus der Zeit vor dem Zweiten Weltkrieg keine Unterlagen in den öffentlichen Archiven erhalten. Verwaltungsakte zum Martin-Schilling-Verlag, Leipzig N24, Taubestr. 17, Aug. 1945–Nov. 1946, Stadtarchiv Leipzig, Signatur: StVuR, Nr. 9079. Die Akte hat einen Umfang von sechs Blättern. Diese wurden im Zusammenhang mit der Wiederzulassung von Verlagen angelegt. Sie enthalten in der Regel Kurzangaben zur Verlagsgründung, Anzahl der Mitarbeiter und einige Angaben zum Antragsteller. Im Jahr 1960 sollte der Martin-Schilling-Verlag in Leipzig aufgelöst werden. Aus diesem Grund kaufte die Dresdner Universität in Person von Rudolf Bereits eine Vielzahl von Modellen, darunter auch einige Urm Modelle aus Holz, an. Vgl. Daniel Lordick: Die Sammlung Mathematischer Modelle, in: Sammlungen und Kunstbesitz. Technische Universität Dresden, Dresden 2015, S. 75.

50 Brill: Aus meinem Leben, Bd. 2, S. 378–379. 4. Juli 1924: „Meine Karton-Modelle wurden in 100 Serien (jede zu 7 Modellen) auf den im Ganzen 1400 [sic] Kartonblättern durch Vermittlung der hiesigen Studentenhilfe von dem Stuttgarter statistischen Landesamt (Abt. für Karten) reproduziert, nachdem ich der Studentenhilfe das Recht der Vervielfältigung für diese 100 Serien (aber nicht mehr!) abgetreten. Sie verhandeln wegen der Übernahme mit der Fa. Martin Schilling, Leipzig, Kaulstr. 12“.

51 Beutel, Eugen, geb. 15.8.1880, <http://d-nb.info/gnd/1055491090> (11.03.2018). Mitglied der Deutschen Mathematiker-Vereinigung, seit 1913, Professor am Reform-Realgymnasium Stuttgart, Kernerstr. 50. Zu Eugen Beutel, Universitätsarchiv Tübingen UAT, Signatur: 40/18,62: Studierendenakte 1900-1903: WS 1900/01 „Mechanik nicht starrer Systeme“ bei A. von Brill, SS 1901 „Krümmungstheorie“ bei A. v. Brill, WS 1901/02 „Theorie der algebraischen Kurven“ bei A. von Brill, SS 1902 „Analytische Mechanik“ bei A. v. Brill, „Theorie der Raumkurven und Flächen“ bei A. von Brill; UAT, Signatur: 5/41, 357-95: Matrikel, Studienfach Mathematik; UAT, Signatur: 5/33, 466-10.

52 „Modelle aus dem plastischen Museum von J. Tognarelli, Stuttgart“, zit. in: Illustrierte Preisliste der Gypsmodelle für den Unterricht im Freihandzeichnen, Projektionszeichnen und Modellieren, welche in der Modelliranstalt der K. W. Centralstelle für Gewerbe und Handel in Stuttgart gefertigt und von der K. Commission für die gewerblichen Fortbildungsschulen als Lehrmittel empfohlen werden, Stuttgart [ca. 1875], S. LXVI.

53 Eugen Beutel an Alexander von Brill in einem Brief, Vaihingen an der Enz, den 16. November 1912. Universitätsarchiv Tübingen UAT, Signatur: 815/12.

54 Kassenamtsbuch, 1912/13, S. 6, Universitätsarchiv Tübingen UAT, Signatur: 146/43,33.

55 Inventar des Mathematischen Seminars der Universität Tübingen, 1933, S. 116–117.

Abb. 1
Franz Fels:
Fotografie der Neuen Aula
an der Wilhelmstraße, 1932,
Universitätsarchiv Tübingen



Pedelle und Modelle

Eine Fußnote zur Geschichte der Modellsammlung

Sieghart Stangler

Auf telefonische Nachfrage des damaligen Oberpedellen der Neuen Aula, Herrn Rudolf Günther (1931–1977), hatte ich als neu angestellter Geschäftsführer der Einheitsverwaltung des Mathematischen Instituts und des Mathematischen Fachbereichs, später Mathematische Fakultät, im Frühjahr 1973 Gelegenheit, das zur Entsorgung angedachte „Gerümpel“ im (Kohlen-) Keller der Neuen Aula zu besichtigen.¹ Dabei erkannte ich die Schränke, Utensilien und Gerätschaften aus dem Lese- und Zeichensaal wieder, die zuvor im Gmelin-Flügel der Neuen Aula (Abb. 1–2) verwahrt worden waren.² Mit Hilfe des Akademischen Oberrates, Herrn Dr. Adolf Wolf (1934–1991)³, der sein Privatauto zur Verfügung stellte, war es uns möglich, die geschwärzten Gipsmodelle sicherzustellen und auf die Morgenstelle zu überführen.

Dort wurden die Modelle gesäubert. Die Fahrbereitschaft der Universität half, die mechanischen und elektronischen Rechenmaschinen in ihren Schränken ins neue Institut zu transportieren, wo sie Herr Wolf in seinem Dienstzimmer in der

zweiten Ebene des Gebäudes C der Morgenstelle pflegte und hütete. Nach der mühsamen Rein- und Weißwaschung der Modelle musste ein neuer Aufbewahrungsort für selbige gesucht werden. Dank der Unterstützung der Pedellen von der Hausverwaltung der Morgenstelle unter Leitung von Karl Dobler aus Dettenhausen, Meinrad Schmid und Erwin Holz – beide aus Poltringen – und Jakob Straub – aus Wachendorf – war es letztlich möglich einen der alten Schauschränke aus dem Bestand des Instituts, noch aus der Zeit als die Mathematik in der Neuen Aula ansässig war, zu retten und zu renovieren. Diese große Vitrine bestehend aus Glasscheiben und Metallrahmen wurde mit einer neuen Lackierung, neuer Schließung und grüner Filzauslegung versehen. In dieser Form fand der Glaskubus im Foyer vor der Fachbereichsbibliothek der Mathematik und Physik Aufstellung, wo er – wie ich finde – zu einer Zierde des nüchternen Betonbaus der „Morgenstelle C“ wurde und noch heute steht. Von 1973 bis 2002/3 fanden die vielen Gipsmodelle – präsentiert in der renovierten Vitrine – vielfach die Bewunderung von namhaften Gästen des Mathematischen Instituts, wie etwa Profes-

sor Hans Zassenhaus (University of Notre Dame, USA), Professor Garrett Birkhoff (Harvard University), Professor Marston Conder (University of Auckland, Neuseeland), Professor Georg Gunter Lorentz (University of Texas at Austin, USA), der im Jubiläumsjahr 1977 Ehrendoktor der Fakultät in Tübingen war, Professor Benoît B. Mandelbrot (Yale University) und Professor John G. Thompson (Fields Medalist, University of Cambridge) und Professor Efim Zelmanov (Fields Medalist, Yale University).

Bei der Eröffnung der Ausstellung „Mind and Shape“ im Januar 2017 war ich zugegen. Ich freue mich sehr, dass so viele Modelle in den neu aufgestellten Vitrinen so hervorragend präsentiert sind. Sie sind es wert gezeigt zu werden.

Sieghart Stangler, Jahrgang 1943, studierte in Tübingen Mathematik⁴ und schloss mit einem Diplom ab. Die Stelle eines Institutsverwalters der Mathematik trat er 1972 an. Diese hatte er bis 2002 inne. Von 2002 bis 2009 leitete er als Geschäftsführer die neugebildete Fakultät für Informations- und Kognitionswissenschaft und das Wilhelm-Schickard-Institut für Informatik. Im Jahr 2002 schied er aus dem Dienst aus; 2009 erfolgte die Ruhestandssetzung.

1 Während einer Übergangszeit – seit dem Jahr 1970 – befand sich das Institut der Mathematik in einer Baracke in der Brunnenstraße 27, bevor die Neubauten 1973 auf der Morgenstelle bezogen werden konnten. Wohl aus Raum- und Platzmangel verblieb die Modellsammlung in der Neuen Aula und wurde dort im Keller eingelagert und vergessen.

2 Hinweis von Gerhard Betsch: Im ersten Obergeschoss des Gmelinflügels der Neuen Aula befanden sich drei Professorenzimmer, Arbeitsplätze für die Assistenten sowie Räume für die Institutsverwaltung und die Institutsbibliothek. Es schloss sich das Lesezimmer für Studenten mit etwa 40 Plätzen und der Lehrbuchbibliothek, der Zeichensaal und die Hörsäle 11 und 12 an. Im Erdgeschoss des Gmelinflügels waren das Dienstzimmer von Professor Max Müller (1901–1968) und ein großer Arbeitsraum. In letzterem hatten die Arbeitsplätze der Hilfsassistenten und in der Mitte große Schauschränke Aufstellung gefunden, die einen Großteil der mathematischen Modelle enthielten. Höchst wahrscheinlich bestand diese Nutzung schon seit den 1930er Jahren.

3 Adolf Wolf studierte seit Sommersemester 1953 Mathematik und Physik an der Universität Tübingen; 1963 Promotion, seit 1964 Wissenschaftlicher Rat; Universitätsarchiv Tübingen UAT, Signatur: 603/1673.

4 Vgl.: Hundert Jahre Mathematisch-naturwissenschaftliche Fakultät [der Eberhard-Karls-Universität zu Tübingen]. Dokumente Instrumente, Modelle; eine Ausstellung der Fakultät, Tübingen 1963 (Tübinger Kataloge, 8). Die erste moderne Naturwissenschaftliche Fakultät in Deutschland wurde 1863 an der Eberhard Karls Universität Tübingen gegründet. Sie umfasste damals Mathematik, Physik, Geologie, Chemie, Botanik und Zoologie. 1970 wurde die Mathematisch-naturwissenschaftliche Fakultät in die Bereiche Mathematik, Physik, Chemie, Pharmazie, Biologie und Erdwissenschaften aufgliedert; 1970–1978 Fachbereich Mathematik (Fachbereich 12); 2002 Zusammenschluss mit der Fakultät für Physik zur Fakultät für Mathematik und Physik und ist seit 2010 in der (Neuen) Mathematisch-naturwissenschaftlichen Fakultät aufgegangen.



Abb. 1
Touchscreen mit Software
„Imaginary“ in der Ausstel-
lung „Mind and Shape“,
Tübingen 2018



Modelle in Lehre und Forschung heute

Carla Cederbaum im Gespräch

Interview von Edgar Bierende und Karina Dipold

Carla Cederbaum (Abb. 2), Jahrgang 1980, wurde in Heidelberg geboren. Sie studierte Mathematik und Physik an der Albert-Ludwigs-Universität Freiburg und in Cambridge. 2011 wurde sie an der Freien Universität Berlin promoviert, anschließend forschte sie in Amerika. Heute forscht und lehrt sie im Fachbereich Mathematik der Universität Tübingen.

Edgar Bierende/Karina Dipold: Frau Cederbaum, Sie vertreten in der Mathematik eine interessante Position. Wir würden gerne mehr über Ihre Art der Lehre und Ihren akademischen Werdegang erfahren. Könnten Sie diesen für uns skizzieren?

Carla Cederbaum: Ich fange vielleicht mit dem Heute an. Ich bin Juniorprofessorin für Differentialgeometrie und Mathematische Relativitätstheorie im Fachbereich Mathematik an der Universität Tübingen. Das bedeutet, dass ich sowohl in der Differentialgeometrie als auch in der Mathematischen Relativitätstheorie forsche. Was mich besonders reizt, ist Lehre und Ausbildung. Ich

habe letztes Jahr einen Kurs mit meinem Kollegen Stefan Keppeler gehalten, in dem Lehramtsstudierende Flüchtlingen Mathematik beigebracht haben. Dieses Jahr biete ich einen Kurs für Lehramtsstudierende an, in dem diese sich Aspekte der Differentialgeometrie selbst erschließen. Beispielsweise sind wir dabei mit Fahrrädern um Pylonen Slalom gefahren, um zu erforschen, wie die Krümmung einer Kurve sich mathematisch beschreiben lässt – bei solchen Aufgaben und Projekten gehen Schulstoff und Hochschulstoff ineinander über. Da zeigt sich, was beide gemeinsam haben.

Sie haben Ihren akademischen Weg gesucht und gefunden. Können Sie uns sagen, wie?

Ich habe mein Abitur in Heidelberg gemacht. Meine Leistungskurse waren Mathematik und Französisch, weil ich mich nicht allein auf die Mathematik festlegen wollte. Aber ohne Mathematik ging es damals auch nicht. Ich bin zuerst nach Freiburg gegangen, um Physik zu studieren. Im Grunde wollte ich etwas machen, mit dem man die Welt versteht. So bin ich dann auch zur

Abb. 2
Carla Cederbaum



Mathematik gewechselt. Jetzt mache ich Vorlesungen, die ziemlich dicht an der Physik sind. Mit meinen Übungsgruppen fing ich irgendwann an, mathematische Sachverhalte zu basteln. Dabei bemerkte ich, dass mir dies sehr viel Spaß macht. Der Funke sprang schnell auf die Studierenden über. Bei dieser Art der Lehre merkte ich, dass man Mathematik besser versteht, wenn man etwas zum Greifen hat und selbst etwas tun kann. Auf diese Weise geht das Tun in Denken über. Das würde ich nicht bei jeder Art der Mathematik und immerzu machen, aber immer mal wieder, um zu erleben, wie Mathematik auch aus Erfahrung entsteht.

Schon während der Promotion am Max-Planck-Institut für Gravitationsphysik habe ich mich immer wieder mit Visualisierungen von Mathematik und Mathematik zum Anfassen beschäftigt. Wir haben beispielsweise dort mit einer Kollegin eine Ausstellung organisiert, bei der Schülerinnen und Schüler sowie Studierende aus dem ersten Semester für die Öffentlichkeit Themen aus meiner Doktorarbeit erklärt haben. Mit einem großen Luftbett, mit einer fluoreszierenden Uhr, mit Daumenkino und lauter so komischen Dingen, die man in der Mathematik eigentlich nicht erwarten würde.

Für meinen Post-Doc wechselte ich an die Duke University nach Amerika. Auch da mussten sich meine Studierenden an eine Mathematik zum Anfassen erst einmal gewöhnen. Die meisten Studierenden waren Feuer und Flamme, auch mal etwas anzufassen und zu basteln. Da hatten wir Globen in der Differentialgeometrie und anderes mehr. Aus den USA bin ich direkt nach Tübingen gekommen. Ich fühle mich hier sehr wohl, weil meine Forschungsinteressen sehr gut in die hiesige Forschungslandschaft passen.

Sie haben sich bei der Neupräsentation der Mathematischen Sammlung auch eingebracht. Im Eingangsbereich haben Sie einen großen Bildschirm aufgestellt. Was hat es mit dem auf sich?

Auf diesem Touchscreen (Abb. 1) laufen verschiedene mathematische Computerprogramme der IMAGINARY gGmbH. Den Touchscreen haben wir in Kooperation mit dem Mathematischen Forschungsinstitut Oberwolfach (MFO), einem Institut der Leibniz-Gemeinschaft, aufgestellt. Der Ausstellungsbesucher kann selbstbestimmt auf dem Touchscreen spielen und sich so kreativ und experimentell mit Mathematik auseinandersetzen. Zum Beispiel gibt es eine Software zu meinem Spezialgebiet der Differentialgeometrie. Über den Vergleich von verschiedenen Weltkarten kann man interaktiv gut nachvollziehen und verstehen, welche Fehler mit dem einen oder anderen Modell der Kartographie einhergehen. Weil man ja weiß, dass der Globus rund ist und seine Oberfläche gekrümmt ist. Dank der Differentialgeometrie lernt man zu verstehen und zu beweisen, dass man die Welt nicht eins zu eins auf eine Papierweltkarte übertragen kann. Bei einer solchen Übertragung müssen zwangsläufig Fehler passieren. Diese Fehler kann man sich durch das Karten-Computerprogramm zeigen lassen. In einer meiner Lehrveranstaltungen sind wir einmal zum Touchscreen gegangen, wo wir

eine halbe Stunde vor dem Bildschirm standen, um mit dem Programm zu arbeiten.

Neben diesem Programm gibt es noch andere Programme, zum Beispiel zur Algebraischen Geometrie und zu Mustern, die es einem erlauben, selbst Fragen zu stellen, die sonst mathematisch einfach zu komplex wären. Vor allem für Schülerinnen und Schüler gilt dies, aber auch für unsere Studierenden und für die Kolleginnen und Kollegen, die sich mit dem Computerprogramm schnell ein Bild machen wollen, von dem, was sie gerade als mathematisches Problem durchdenken. Die Software erlaubt es, dass man Elemente einer Formel verändert und sogleich die Auswirkungen auf ihre 3D-Visualisierung sehen kann. All diese und weitere Software gibt es kostenlos zum Download auf der Webseite www.imaginary.org.

Heißt das, dass sich solche Programme nicht nur für die Lehre eignen, sondern auch zur Visualisierung neuer Forschungsfragen und -probleme?

Wie weit das im Einzelfall geht und genutzt wird, kann ich nicht einschätzen. Auf meinem Gebiet der Differentialgeometrie kann ich diese Software nicht verwenden. Es gibt aber durchaus Softwarepakete, die dann komplizierter sind und nur über Konsolenbefehle gesteuert werden, die einem bei der Visualisierung helfen können. Ich kann nicht einschätzen, wie oft meine Kolleginnen und Kollegen solche Optionen nutzen, aber in den Fällen, wenn man mal hängt, kann man eine neue Idee oder noch einmal ganz andere Ansätze bekommen, um neu nachzudenken.

Alexander von Brill hatte damals zu kämpfen, dass mathematischen Modelle, die er zusammen mit Felix Klein entwickelte und hier in der Tübinger Sammlung zusammentrug, nicht nur als Lehrmittel, sondern auch als Ausgangspunkte für Forschungen begriffen wurden. Sobald Gegenstände der Forschung dienen, sind diese nobilitiert, wogegen Objekte der Lehre zumeist schlechter angesehen sind. Ein Rang- und Richtungsstreit der

wohl bis heute besteht. Haben Sie sich die Modelle aus der Brillschen Zeit einmal angesehen oder ist das etwas, bei dem Sie sagen, das ist mir historisch zu weit weg, weil Mathematik immer gegenwarts- und zukunftsbezogen ist?

Die Naturwissenschaften haben einen sehr starken Zukunftsbezug. Gleiches gilt für die Mathematik. Im Gegensatz zu anderen naturwissenschaftlichen Fächern wird in der Mathematik jedoch nie etwas falsch. Was früher einmal bewiesen wurde, bleibt wahr. Alles, was heute gemacht wird, baut auf dem auf, was man einst bewiesen hat. So gesehen ist es in der Mathematik ein bisschen anders als in anderen Naturwissenschaften. Manches bleibt bei uns vielleicht nicht immer aktuell, doch trotzdem ist es stets richtig und relevant.

Ich habe aber in meiner Forschung noch nicht mit Modellen gearbeitet. In der Lehre binde ich sie durchaus ein. Auch die, die in der Ausstellung gezeigt werden. So habe ich etwa mit meiner Doktorandin Sophia Jahns zusammen einen Kurs für Studierende gehalten, in dem die Modelle mathematisch besprochen wurden: Was steckt da drin und was steckt dahinter? Um zu vermitteln, wie solche Objekte von der mathematischen Seite, nicht jedoch von der handwerklichen Seite, erzeugt werden. Auf diese Weise haben wir Studierende geschult, um Führungen durch die Ausstellung für Schulklassen anbieten zu können und das passiert jetzt auch. So haben die Studierenden etwas über die Modelle gelernt und auch über die Programme an dem Touchscreen, das sie nun an die Schulklassen weitergeben können. Studierende sind natürlich viel nahbarer als ein Professor oder eine Professorin. Die kann man alles fragen. Manche von denen werden vielleicht auch einmal Lehrerinnen oder Lehrer und können dann das Wissen, wie man etwas gut erklärt, mitnehmen.

Das ist, denke ich, ganz im Sinne von Alexander von Brill, der sich sehr in der Lehre engagierte.

Abb. 3
Großes Dodekaeder,
Kepler'scher Sternkörper



Besonders die Ausbildung von Lehrern war ihm wichtig. Interessant an Brills Wirken war, dass er laut seinen Tagebucheinträgen meist nur die eigenen Modelle heranzog, weil er mit deren Mathematik vertraut war. Dagegen blieben die Modelle der Kollegen oftmals in der Vitrine. Wenn Sie sagen, dass die alte Mathematik im Grunde nicht alt wird, da sie relevant bleibt, inwieweit können dann die alten Modelle aus der Ausstellung relevant bleiben und in die Lehre eingebunden werden?

Die Ausstellung ist ja ganz neu und wurde erst vor einem halben Jahr eröffnet. Ich weiß nicht, inwieweit meine Kolleginnen und Kollegen diese nutzen. Ich selbst schicke ab und zu meine Studierenden zu den Vitrinen, damit sie sich zu den von mir gestellten Hausaufgaben ein Modell anschauen. Sie sollen verstehen, wie solch ein Modell mathematisch charakterisiert ist. Wenn wir zum Beispiel in einer Vorlesung lernen, was die Gauß-Krümmung ist, dann gibt es in der Ausstellung gute Objekte, die konstante Gauß-Krümmungen zeigen oder auch andere, an denen die Gauß-Krümmung besonders groß oder

besonders klein wird. Direkt vor den Modellen zu stehen ist etwas ganz anderes, als wenn ich nur zweidimensionale Bilder an die Wand projiziere. Leider kann ich die Modelle nicht in die Vorlesung mitbringen, da sie zu zerbrechlich sind, aber das würde ich natürlich am liebsten machen. Wichtig ist mir das buchstäbliche Begreifen und die spielerische Erkenntnis.

Ich sehe in Ihrem Zimmer, dass an Ihrer Tür mathematische Modelle aus Papier hängen. Zudem finden sich hier noch weitere Modelle. Basteln Sie die selbst oder lassen Sie sie anfertigen?

Das ist ganz unterschiedlich. Die an der Tür (Abb. 3) stammen aus meinem eigenen Studium. Es sind Platonische Körper. Damals habe ich eine Anleitung im Internet gefunden, wie man diese ohne Kleber, nur aus Papierstreifen falten kann. Allerdings habe ich aus Versehen zwei Tetraeder gefaltet, so dass ein Platonischer Körper fehlt. Der hängt stattdessen hier oben (Abb. 4). Den habe ich von meiner Mentorin an der Duke University geschenkt bekommen. Sie forscht an der Grenze zwischen Mathematik und Kunst. Mein Modell hat sie für mich persönlich als Abschiedsgeschenk gebastelt.

Sie schätzen an den Modellen das Sinnliche, deren haptische Qualitäten, damit man etwas begreifen kann. Verstehe ich Sie recht, dass Sie für eine „Mathematik mit allen Sinnen“ plädieren, damit nicht nur der Kopf, sondern der Mensch im Ganzen gefordert ist?

Mir ist klar, dass das nicht allen Menschen weiter hilft, aber es gibt viele, gerade unter den Schülerinnen und Schülern, denen das sicherlich sehr hilft. Daher vertrete ich die Auffassung, dass eine anschauliche Mathematik in der Lehrerbildung ein wichtiger Aspekt sein sollte. Mich persönlich bringt das dazu, mich besser zu konzentrieren und den Spaß an der gestellten Aufgabe zu behalten, auch wenn es einmal schwieriger oder

Abb. 4
Dodekaeder,
Platonischer Körper



abstrakter wird. Schauen Sie, dieses Modell hat ein Student ins Seminar mitgebracht, um seinen Vortrag besser zu visualisieren. Das war seine Idee. Ich war sehr überrascht und zugleich sehr erfreut. Er meinte, nachdem er die vielen Modelle in meinem Büro gesehen hat, wollte er auch so etwas machen.

Ihre Modelle sind zwar klein, aber offensichtlich sind sie so beeindruckend, dass sie eine Vorbildfunktion haben. Verbinden Sie mit diesen ein zukunftssträchtiges, didaktisches Konzept?

Ob Modelle den Studierenden helfen, schneller komplizierte Gedanken zu erfassen oder vielleicht länger im Gedächtnis zu behalten, dazu kenne ich keine wissenschaftlichen Studien. Ich würde aber die These aufstellen, dass sinnliche Erfahrungen im Kontext der Mathematik länger im Gedächtnis behalten werden, weil es etwas Besonderes ist, wenn man etwas mit den Händen gemacht hat. Das bleibt sicher länger im Gedächtnis. Ob es auch zum schnelleren Begreifen des mathematischen Stoffs beiträgt – kann ich zwar nicht belegen – aber mein Gefühl sagt mir, dass das so ist.

Es gibt so viele unterschiedliche Lehr- und Lernformen. Welche halten Sie für besonders erfolgreich?

Ich bin davon überzeugt, dass alles, was man selbst entwickelt hat, gleichgültig ob als Student, Doktorand oder als Professor, besser in Erinnerung bleibt und das Verstehen befördert. Gerade besprechen wir mit Lehramtsstudierenden in einem Seminar, wie man mathematisch beschreiben kann, wo welche Kurve wie krumm ist. Hierzu müssen die Studierenden mit kleinen Spielzeugflugzeugen entlang einer Kurve fliegen. Auf den ersten Blick sieht dies vielleicht albern aus, aber die Lehramtsstudierenden waren sehr schnell darin, mithilfe dieser Flugzeuge zu verstehen, dass es nicht nur an jedem Punkt dieser Kurve eine Flugrichtung gibt, die wir die Tangente

nennen, sondern eben auch die Fliegebene, wie die Studierenden das genannt haben, also die Ebene in der die Flügel des Flugzeugs verlaufen und diese Ebene ist essentiell, um die Krümmung der Kurve zu verstehen. Dies hatte zur Folge, dass die Studierenden durch das einfache Experiment mit dem Flugzeug selbst rausfinden konnten, wie man mathematisch korrekt die Krümmung einer Kurve aufschreiben und in Art einer Formel überführt werden konnte. Ich möchte wetten, dass sie nicht mehr vergessen, wie diese Formel aussieht. Hätte ich mich jedoch an die Tafel gestellt und diese längere Formel mit Potenz drei und Wurzel und allem möglichen hingeschrieben, dann hätten sie wahrscheinlich gefragt: „Warum ist die Formel so kompliziert? So eine Krümmung ist doch etwas ganz einfaches.“ Aber nun, da sie die Formel selbst entwickeln mussten und selbstständig diese komplizierten Terme bildeten, um das Flugexperiment adäquat zu beschreiben, ist das jetzt „ihre Krümmungsformel“. Auf Englisch sagt man „they own it“ – sie haben es sich zu eigen gemacht. Diesen Lern-Effekt darf man nicht unterschätzen. Er scheint mir zentral.

Abb. 1
Gott, der Geometer, in:
Bible Moralisée, Codex
Vindobonensis, 2. Viertel
des 13. Jahrhunderts



Materialisierte Theorie – objektivierte Ästhetik

Die mathematischen Modelle als Phänomene der Kunst

Ernst Seidl

Wie sehr gerade Wissenschaftler aus den heute oft zitierten MINT-Fächern sich in ihren vermeintlich rational motivierten Forschungen auch von ästhetischen, emotionalen Kriterien befeuern lassen, ist seit langem bekannt.¹ Daher erscheint es nur folgerichtig, dass die materialisierte Veranschaulichung mathematischer Probleme, insbesondere im Lehrbetrieb, Erfolg haben würde. Schon ungewöhnlicher stellt sich die Beobachtung dar, wonach es relativ lange dauerte – bis weit ins 19. Jahrhundert hinein –, bis das mathematische Modell ins Zentrum des wissenschaftlichen Interesses trat.² Dies geschah vor allem in den Jahrzehnten zwischen 1870 und 1920 – einer Phase, in der nahezu alle wissenschaftlichen Objektsammlungen an den Hochschulen eine starke Wertschätzung erlebten. Zu den wohl bedeutendsten Vertretern der Nutzung von Modellen für die materialisierte, verräumlichte Veranschaulichung mathematischer Fragestellungen gehörte der am 20. September 1842 in Darmstadt geborene und am 18. Juni 1935 in Tübingen gestorbene langjährige Ordinarius für Mathematik

Alexander von Brill (Abb. 2–4). Für ihn war die Sammlung von Objekten in Hochschulen nahezu gleichwertig mit der Sammlung von Büchern in Bibliotheken.³ Denn die Objekte, hier die mathematischen Modelle, dienten für Brill nicht nur der Anschaulichkeit, was Bilder und Texte bis zu einem gewissen Punkt und für andere Zwecke auch leisten, sondern der Förderung des räumlichen Denkvermögens und buchstäblichen Begreifbarkeit von Mathematik.

WISSENSCHAFTLICHE SAMMLUNGEN,
MATHEMATISCHES DENKEN UND DIE KUNST
So rücken seit wenigen Jahren – ausgerechnet im Zeitalter der Virtualität – die lange unbeachteten, vernachlässigten, oft aber auch akut bedrohten Universitätssammlungen jeglicher disziplinären Provenienz mehr und mehr in den Fokus des wissenschaftlichen, pädagogischen, universitätspolitischen, aber auch öffentlichen Interesses. Das wurde auch Zeit. Denn in manchen Universitäten schlummern erstaunlich bedeutende Sammlungen und höchst wertvolle Bestände – und damit sind in erster Linie nicht die im engeren Sinn archäologisch oder kulturell relevanten Fund-

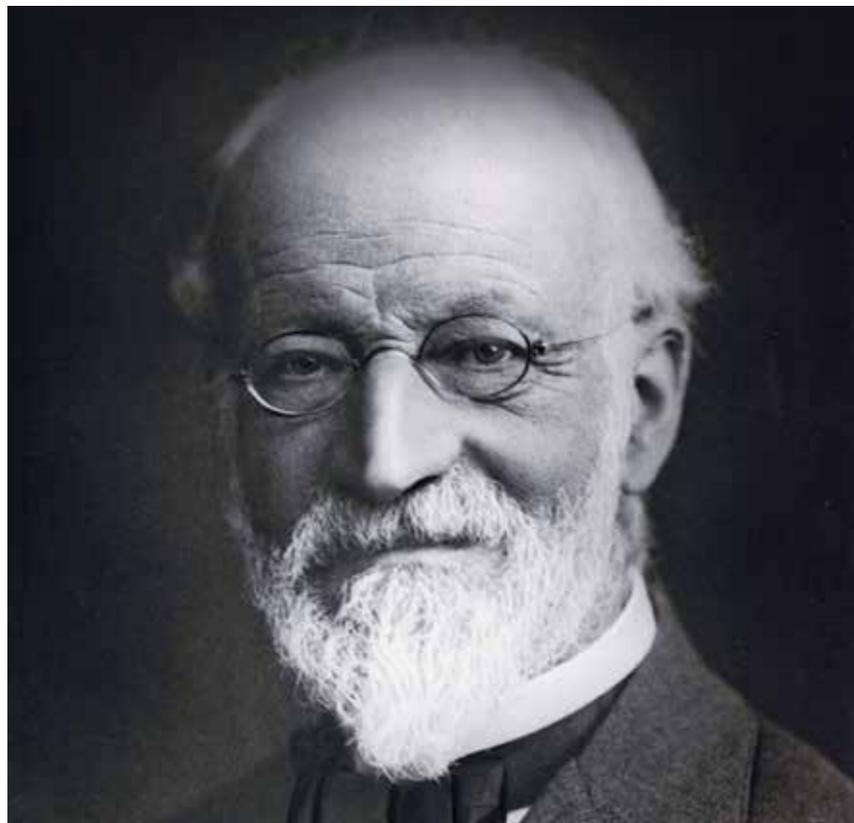


Abb. 2
Unbekannter Fotograf:
Porträt Alexanders von Brill,
um 1920

Kunst- oder Graphiksammlungen an den Universitäten gemeint, auch nicht die Archive und Bibliotheken mit ihren oft beeindruckenden historischen Beständen; sondern es sind die wissenschaftlichen Objektsammlungen – zu denen nicht zuletzt die mathematischen Modelle zählen.

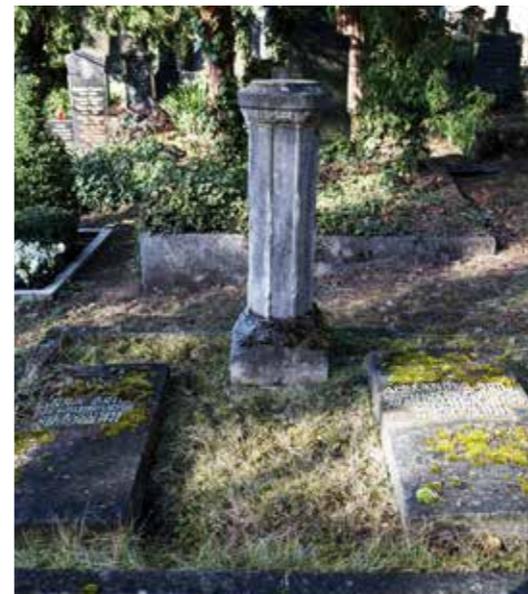
Wissenschaftliche Sammlungen an Universitäten bieten Möglichkeiten als materieller Wert an sich, als kulturelles Erbe der Universität, als direkte Quellen oder als Infrastruktur von Forschung, als Lehrmittel und Lehrinfrastruktur, zur Konkretion von fachlichen Inhalten, für überfachliche und praxisnahe Qualifizierungsmöglichkeiten, zur Profil- und Imagebildung der Universität, für eine optimierte bildungspolitische Wahrnehmung auf der Ebene des Trägers, also meist des Landes, zur verbesserten öffentlichen Sichtbarkeit und damit zur Öffnung und positiv veränderten Wahrnehmung einer von außen oft als hermetisch betrachteten Institution Universität – um nur die wichtigsten Potentiale anzuführen.

Seit Mitte des 20. Jahrhunderts etwa schienen jedoch sammlungsspezifische Aufgaben zu allerletzt an Universitäten auf der Tagesordnung zu stehen – in völliger Verkennung der dort la-

gernden Reserven als Forschungs- und Lehrinfrastrukturen. Hier erleben die Universitäten jedoch in jüngster Zeit einen erstaunlich dynamischen Prozess. Ein starkes Indiz für die beobachtete Veränderung der Wahrnehmung von Objektlagen an den Universitäten stellen beispielsweise die Empfehlungen des deutschen Wissenschaftsrates an die Hochschulrektoren aus dem Jahr 2011 zu wissenschaftlichen Sammlungen als Forschungsinfrastrukturen dar.⁴ In diesen hochschulpolitisch relevanten Empfehlungen wurde explizit herausgehoben und gefordert, die universitären Sammlungen wieder als Quellen des Wissens – mithin der Forschung, der Lehre und der Bildung – wahrzunehmen und entsprechend nutzbar zu machen.

Allerdings dürfte bis heute nicht einmal allen Mitgliedern der Universitäten bewusst sein, dass das in ihnen versammelte universelle Erbe sogar jenes großer Landesmuseen übersteigt. So lassen sich – und besonders in den vernachlässigten Sammlungen – immer wieder Objekte entdecken, die selbst die Fachkustoden und Institutsmitarbeiter in Staunen versetzen. Vor allem diese Sammlungen sind es, die es als Quellen der

Abb. 3
Grab Alexanders von Brill
und seiner Ehefrau Anna auf
dem Stadtfriedhof Tübingen



Forschung neu zu entdecken und zu nutzen gilt. Vielleicht wäre es daher weiterführender methodischer Überlegungen wert, über diese neue Notwendigkeit, das Objekt nicht nur ins Zentrum der Debatte zu stellen, sondern länger darüber nachzudenken, weshalb es in Zeiten immer dominanterer Präsenz von nur scheinbar immateriellen, immersiven und virtuellen Bildern wieder stärker notwendig sein könnte, sich dem räumlich präsenten, materiell definierten, abgegrenzten, unmittelbaren und widerständigen Objekt zuzuwenden? Und gerade materielle Modelle scheinen eine ideale Objektkategorie zur Grundlegung einer neuen Objektwissenschaft zu sein. Es sollten also alle disziplinären Methoden in die Waagschale des wissenschaftlichen Erkenntnisgewinns geworfen werden, nicht zuletzt jene der Kunstgeschichte mit ihren lange gewachsenen Kompetenzen der Objektanalyse. Aus eigenem Erkenntnisinteresse heraus und mit Blick auf die Verantwortung für das materielle Erbe – und die materiellen Modelle.

Abb. 4
Grab Alexanders
von Brill auf dem
Stadtfriedhof Tübingen



ANTIKE UND MITTELALTER

Das Rationale und das Schöne verbanden sich im Laufe der Geschichte der Kunst seit je. Hier nur an die ägyptischen Pyramiden von Giza zu denken – deren mathematische Rätsel bis heute nicht restlos gelöst sind, griffe zu kurz.⁵ Denn Modellbildung bedeutet immer Erklärung der und Orientierung an der Realität. Und die Realität, im engsten Sinn als die materielle Welt um den Menschen begriffen, war von Anbeginn an ein Referenzsystem für die Produktion von Kunst. Dies wird schon an den ältesten Kunstwerken des homo sapiens, den rund 40 000 Jahre alten Tierskulpturen aus Mammutelfenbein deutlich, etwa in den Sammlungen der Universität Tübingen auf Schloss Hohentübingen.

Kaum je wurde die Verbindung des Numinosen, von Göttlichkeit, Mythos, Glauben und Religion einerseits mit der Welt, Rationalität und Mathematik, hier der Geometrie, so pointiert dargestellt wie in einer ganzseitigen Illumination aus einer Bible Moralisée des zweiten Viertels des 13. Jahrhunderts, dem Codex Vindobonensis CV2554 der Österreichischen Nationalbibliothek (Abb. 1).⁶ Obgleich eine Reihe mittelalterlicher Buchillus-

trationen existiert, die den Schöpfergott bei der Erschaffung der Welt mit dem mathematischen Instrument des Zirkels zeigen,⁷ veranschaulicht diese Seite⁸ doch besondere, in unserem Zusammenhang höchst faszinierende Bezüge aus heutiger Sicht, welche die historischen Analysen und kunsthistorischen Untersuchungen ergänzen mögen: Der Schöpfer – hier als Christus mit Kreuznimbus dargestellt – beugt sich herab, um sich mit dem Zirkel an einer gelben amorphen oder biomorphen Masse, die an eine Zelle mit kleinerer Nachbarzelle erinnert, zu betätigen. Das heißt, er sticht mit dem Zirkel ins Zentrum dieser schwer zu definierenden Wolke. Rahmend um diese herum erscheinen nun jedoch konzentrisch angeordnete, voneinander deutlich getrennt gestaltete und höchst aufschlussreiche Mengen: Die gelbe wolkenartige Zelle wird von einer schwarzen Fläche umgeben, deren Rand wild in Schlingen und starken Kurven ausgreift. Sie erinnern verblüffend deutlich an die in den 1980er Jahren in der Mathematik aber auch weit darüber hinaus diskutierten mathematischen Fraktale und Strukturen, die den französisch-US-amerikanischen Mathematiker Benoît B. Mandelbrot weltweit zu

Ansehen verhalfen – höchst komplexe, aber dennoch rationale⁹ mathematische Formen. Und das in einer mittelalterlichen Darstellung. Diese schwarze Struktur wird nun ihrerseits umgeben von einer blauen Scheibe, deren Rand im Vergleich dazu in regelmäßigen Wellenlinien verläuft. Auch hier liegen mathematische Gesetzmäßigkeiten zugrunde. Eingefasst wird nun diese ganze konzentrische Figur aus gelber Masse im Zentrum, schwarzer fraktaler Menge, blauer Scheibe mit Wellenrand schließlich von der perfektesten aller geometrischen Formen, dem Kreis, der darüber hinaus noch in der Farbe Gold erscheint. Selbst wenn wir die genaue Intention des Künstlers nicht kennen oder nur darüber spekulieren können, so verblüfft doch hier das Konzept, mittels eines mathematischen Gerätes, dem Zirkel, von etwas „Ungeformtem“ ausgehend über höchst komplexe Strukturen, regelmäßig gestaltete Formen bis hin zur perfekten Idealform des Kreises die Schöpfung bildhaft zu definieren – und zu immer klareren und perfekteren mathematischen Formen zu gelangen. Der Zirkel ist Symbol des göttlichen Schöpfungsaktes, wodurch

Gott zum *deus geometra* oder *deus artifex* wird. Das Universum wird somit nach geometrischen und harmonischen Prinzipien geschaffen. Diese geometrische Sichtweise des Kosmos und seiner Herausbildung verbindet sich hier mit einer der eindrucklichsten bildkünstlerischen Formulierungen der Genesis. Um noch einen zeitlichen Schritt zurückzugehen und Beispiele für eine idealtypische Verbindung von Mathematik und Kunst aus der Antike anzusprechen: Hervorragende spätrömische Objekte aus dem 2. und 3. nachchristlichen Jahrhundert bilden die durchweg nördlich und nordwestlich der Alpen gefundenen Bronzedodekaeder in immer gleicher spezifischer Ausprägung (Abb. 5): Die rund 60 bekannten hohlen Bronzeformen sind auf ihren zehn Flächen stets von einer runden Öffnung in wechselnder Größe von 0,9 bis 2,6 cm durchbrochen und an den Ecken mit kleinen Kugeln versehen. Aufgrund der Verbreitung und Häufigkeit dieser Form kommt der noch immer ungelösten Frage nach ihrer Funktion anhaltendes starkes Interesse zu. Nicht unwahrscheinlich erscheint dabei die Nutzung der Dodekaeder als Maß oder Vermessungsgerät.

Weniger wahrscheinlich erscheint die Vermutung, dass es sich um ein Kultgerät oder aber um reine Dekoration handelt.¹⁰

RENAISSANCE

Spätestens seit Beginn der Renaissance schließlich existiert nun zudem eine neue Qualität in der Verknüpfung von antiker Mathematik und Kunst.¹¹ Gerade mit der nachmittelalterlichen Entdeckung¹² der mathematisch korrekt zu konstruierenden Linearperspektive durch Filippo Brunelleschi im Jahr 1410 und ihrer darauf folgenden nahezu unbegrenzt virtuos Anwendung im Laufe der italienischen Renaissance konnte nun auch in künstlerischen Darstellungen auf der zweidimensionalen Bildfläche der räumliche Realitätsgrad mathematischer Körper extrem gesteigert werden:

Umfasst von rotem Marmor erscheint die Bodenintarsie eines Dodekaedersterns im Eingang von San Marco in Venedig in fünf verschiedenen grauen Marmoren von nahezu weiß bis annähernd schwarz (Abb. 6).¹³ Mit dieser Paolo Uccello, einem der wichtigsten Pioniere in der künstlerischen Anwendung der Linearperspektive, zuge-

Abb. 5
Spätantiker bronzenener
Dodekaeder, 2./3. Jh. n.
Chr., Fundort Aventicum,
Römermuseum Avenches,
Westschweiz





Abb. 6
Paolo Uccello:
Dodekaederstern im
Eingang von San Marco,
Venedig, um 1430

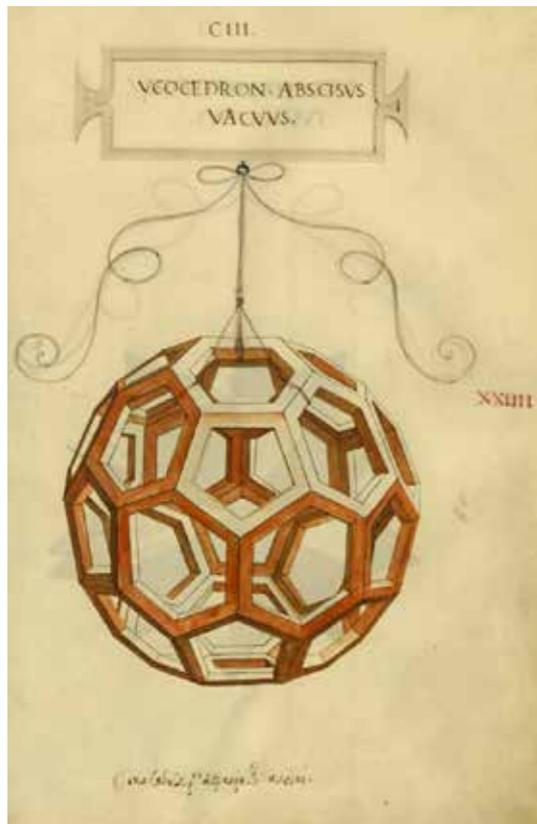


Abb. 7
Leonardo da Vinci:
Zeichnung XXIII. Icocedron
Absicisus Vacuus [abgest.
Ikosaeder] aus Luca Pacioli's
Divina proportione, 1509
(Faksimile-Ausgabe im Fach-
bereich Mathematik)



Abb. 8
Unbekannter Meister:
Polyeder, Elfenbein
um 1580, Schloss Ambras,
Innsbruck, PA 824



schriebenen Steinschneiderei aus dem Jahr 1430 wird eine verblüffend dreidimensionale Wirkung eines mathematischen Körpers auf der Bodenfläche erzeugt. Ohne die Erkenntnisse der Mathematik und der geometrischen Möglichkeiten der Linearperspektive wären solcherart Konstruktionen der Kunstgeschichte nicht denkbar.¹⁴ Dass sich in der Folge nicht zuletzt das Universalgenie Leonardo da Vinci mit diesen ebenso ästhetischen wie mathematisch hoch komplexen Formen geometrischer Körper auseinandersetzen musste, verwundert nicht. Beispielsweise zeichnete er eine ganze Reihe idealer mathematischer Körper (Abb. 7) für die Publikation „De divina proportione“ seines Freundes, des Mathematikers und Franziskanermönchs Luca Pacioli.¹⁵ Die Zeichnungen Leonardos sind ebenso dekorativ wie künstlerisch komplex und mathematisch exakt.

Die Meisterschaft und übersteigerte Lust an der Konstruktion geometrisch höchst komplexer Objekte und Räume wurde im Laufe der Renaissance und im Frühbarock auf die Spitze getrieben. Zahlreiche und feinste Elfenbeinschnitzereien (Abb.

8) in den Schatz- und Kunstkammern, etwa in Dresden, Florenz, Paris oder Wien, erinnern nicht ohne Grund an heutige mathematische Modelle, obgleich sie im ikonographischen Verständnis der damaligen Zeit als Sinnbilder des Kosmos dessen konzentrische Sphären zur Darstellung bringen sollten.¹⁶

Auch Wenzel Jamnitzers Publikation „Perspectiva corporum regularium“ (Abb. 9) aus dem Jahr 1568 beispielsweise enthält eine faszinierende Zusammenstellung einer Vielzahl von Abbildungen regelmäßiger geometrischer Körper, die nach den Lehren Platons die fünf Elemente Feuer (Ignis), Luft (Aer), Erde (Terra), Wasser (Aqua) und Himmel (Coelum) verkörpern sollten – wobei die Überschneidung zwischen Mathematik und Kunst auch hier überdeutlich wird und keine Grenzziehung mehr erlaubt (Abb. 10).

MODERNE

Dieses Phänomen der Renaissance, nämlich virtuose, künstlerisch ansprechende perspektivische Darstellungen idealer mathematischer Körper zu schaffen, beschäftigt die projektive Geometrie¹⁷ bis heute. Auch davon zeugt ein ma-

Abb. 9
Wenzel Jamnitzer:
„Perspectiva corporum
regularium“, 1568

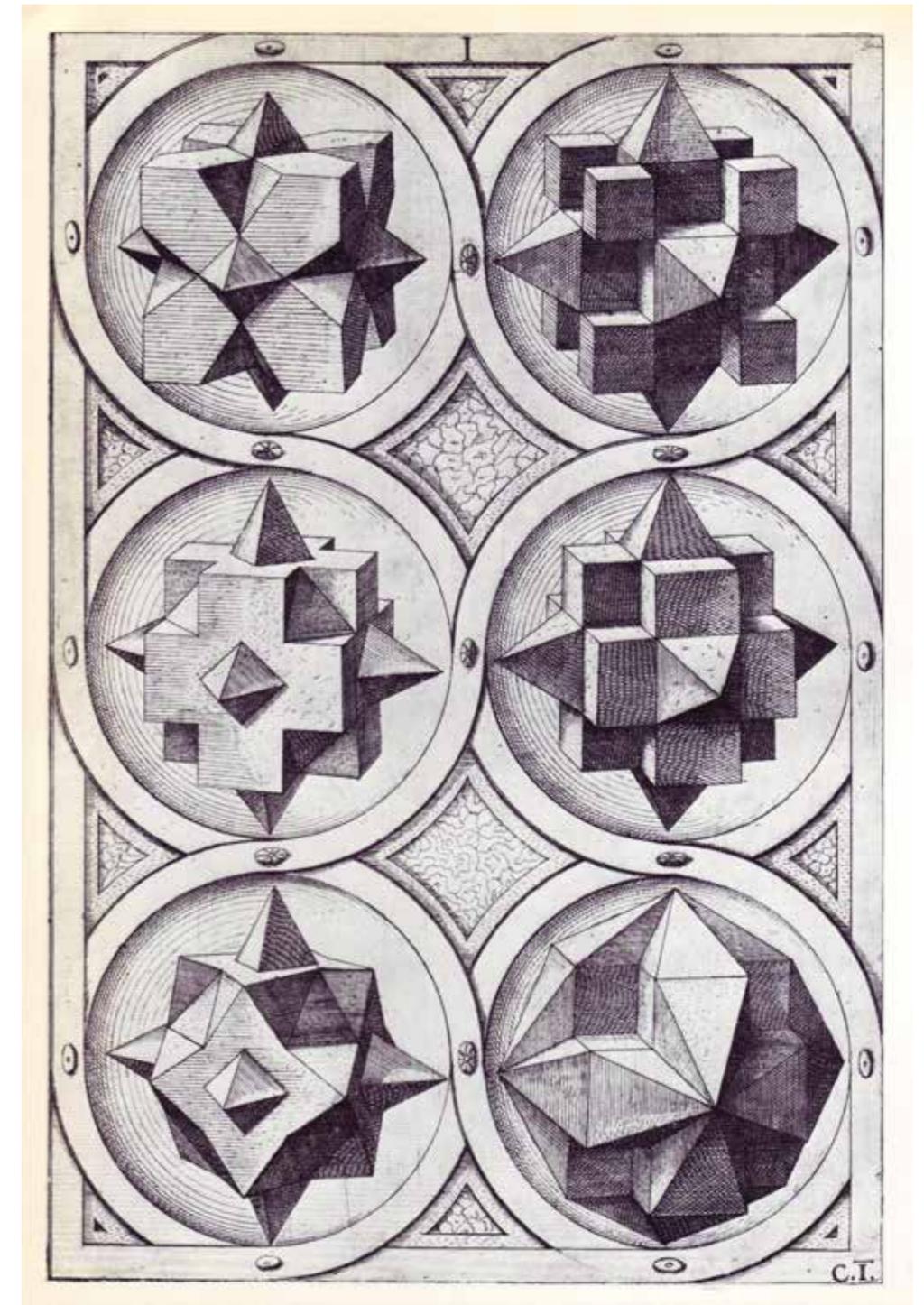


Abb. 10
Darstellung
geometrischer Polyeder aus
Wenzel Jamnitzer:
Perspectiva corporum
regularium, 1568



thematisches Modell in der Tübinger Sammlung (Abb. 11–12). Es verdeutlicht die starke perspektivische Verkürzung nicht auf der Fläche, sondern am dreidimensionalen Objekt: Kegel, Kubus, Kugel und Hohlzylinder erscheinen nur von einem einzigen Standpunkt wie die bekannten geometrischen Grundformen. Verändert der Betrachter seinen Standpunkt oder dreht man das Gipsmodell zur Seite, so lässt die Verzerrung der Objekte im Raum den Betrachter erstaunen. Das Modell stammt aus dem Darmstädter Verlag von Alexander von Brills Bruder Ludwig und findet sich verbreitet auch in anderen mathematischen Modell-sammlungen an Universitäten.

Nicht unähnlich verhält es sich mit den Künstlern der klassischen Moderne,¹⁸ wie Man Ray,¹⁹ Max Ernst oder Henri Moore,²⁰ vor allem jene des Konstruktivismus, des Surrealismus,²¹ der Op Art.

Herausragende Vertreter des Konstruktivismus, unter ihnen das russischstämmige Brüderpaar Antoine Pevsner und Naum Gabo,²² greifen in ihren Skulpturen deutlich die filigrane Eleganz etwa von mathematischen Fadenmodellen auf (Abb. 13–14). Die Künstler sahen ganz offensichtlich die ästhetischen Modelle als Vorbilder und

Abb. 11
H. Thoma:
Reliefperspektivische Dar-
stellung, Brill-Serie 8,
Nr. 23, 1882,
MNF-Ma-A63



Abb. 12
H. Thoma:
Reliefperspektivische Dar-
stellung, Brill-Serie 8,
Nr. 23, 1882,
MNF-Ma-A63

Abb. 13
Naum Gabo:
Lineare Konstruktion im
Raum, Nr. 2, 1959/60,
Privatbesitz MAGMA

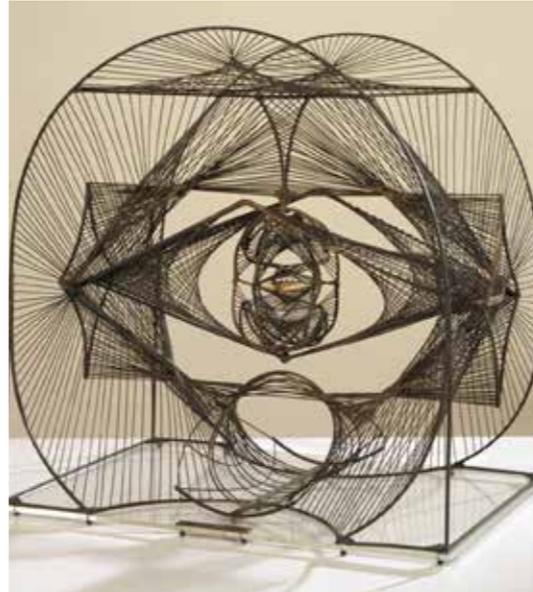


Anregungen; und sie taten dies lange nachdem Fadenmodelle bereits weite Verbreitung in mathematischen Modellsammlungen gefunden hatten, wie das Tübinger Modell einer Rohn'schen Regelfläche aus dem Jahr 1886 zeigt (Abb. 15). So studierte Naum Gabo vor dem Ersten Weltkrieg auch in München – unter anderem an der Technischen Universität, wo die Modelle Felix Kleins und Alexanders von Brill sowie ihrer Schüler – zumal nach dem Erfolg auf der Chicagoer Weltausstellung – ganz sicher nicht unbekannt geblieben waren.

Die Skulpturen von Gabo und Pewsner verändern zwar oft das Material, manchmal den Maßstab und immer den räumlichen und funktionalen Kontext – sie orientieren sich jedoch mehr als deutlich an der eleganten Abstraktion der Fadenmodelle.

Allerdings ist das ästhetische und künstlerische Interesse an mathematischen Modellen kein Phänomen nur vergangener Epochen. So wurde etwa eine Auswahl von 80 Modellen der Tübinger Sammlung im Jahr 2003 gemeinsam mit Gemälden des Künstlers Ben Willikens in der Stiftung für konkrete Kunst SKK in Reutlingen ausgestellt

Abb. 14
Antoine Pewsner:
Denkmal für den unbekann-
ten politischen Gefangen,
Entwurf 1953



(Abb. 16). Dieses Beispiel zeigt im Vergleich zu anderen künstlerischen Darstellungen oder Interpretationen mathematischer Formen und Formeln die direkte Übernahme der doch genuin mathematisch intendierten Objekte aus dem Fachbereich Mathematik in eine Kunstinstallation. Nur durch die Veränderung des Kontextes und des Raumes, in den die Modelle gestellt und in dem sie betrachtet wurden, veränderte sich der Charakter und die Wahrnehmung der Modelle als Objekte der Kunst.²³

Im staatlichen Museum für schwedische, nordische und internationale moderne und zeitgenössische Kunst, Moderna Museet, in Stockholm findet sich seit dem Jahr 2015 eine unübersehbare Installation des 1967 geborenen dänischen Künstlers Olafur Eliasson: Der „Model room“ aus dem Jahr 2003 besteht aus einem großen Glascontainer mit vielen Dutzend Modellen aus unterschiedlichsten Materialien und Formen sowie aus völlig unterschiedlichen Kontexten stammend (Abb. 17). Eliasson schuf diese Installation zusammen mit dem isländischen Mathematiker und Architekten Einar Thorsteinn. Sie bildet den

Abb. 15
Unbekannter Autor:
Fadenmodell einer
nichtabwickelbaren Schrau-
benfläche, Verlag Charles
Delagrave, Collection Muret
Nr. 321, Paris, nach 1865,
MNF-Ma-AD41

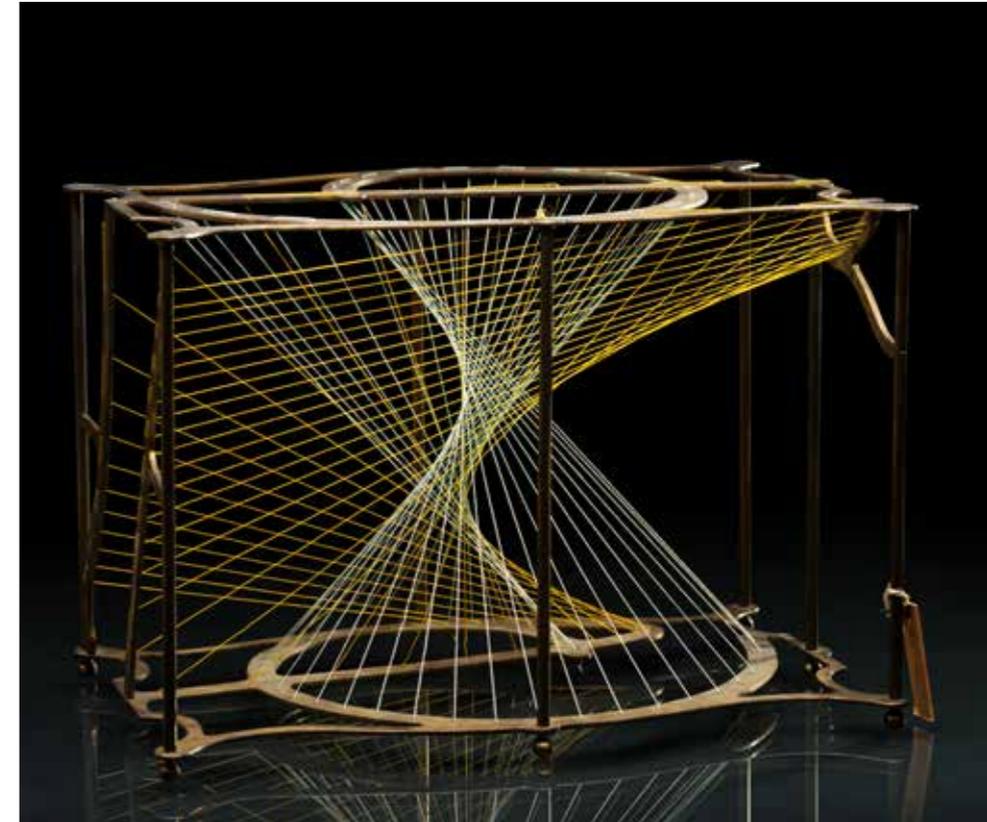


Abb. 16
Blick in die Ausstellung „Ben
Willikens: Malerei als Denk-
modell“ mit den Tübinger
mathematischen Modellen,
Stiftung für konkrete Kunst
SKK, Reutlingen, 2003



Abb. 17
Olafur Eliasson:
Model room, 2003,
Moderna Museet,
Stockholm



Abb. 18
Hiroshi Sugimoto:
Mathematical Form, Sur-
face, 0001, 2004, Helicoid:
Minimal Surface
gelatin silver print



Endpunkt einer über Jahre hinaus entstandenen und sukzessive angewachsenen großen Sammlung von vor allem geometrischen Modellen. Die Objekte sind Relikte, Spuren und Materialisierungen der Auseinandersetzung beider mit neuen Hypothesen, Theorien und Ideen. Eliasson bezeichnet diese Modelle als Zusammenfassung und objektivierte Essenz all seiner Gedanken und als Raumarchiv der DNA seines gesamten künstlerischen Werks.²⁴

Bei diesem Beispiel Eliassons verblüfft die nunmehr gänzlich unkenntlich gemachte disziplinäre Grenze zwischen Modellen jedweder Provenienz und ihrer sekundären Funktion als Teil einer Installation der zeitgenössischen Hochkunst. In ähnlicher Weise kann dies schließlich bei einem anderen Künstler, jedoch aus völlig anderer medialer Perspektive beobachtet werden: Die Kunst des japanischen Fotokünstlers Hiroshi Sugimotos nutzt insbesondere die Aura des Licht- und Schattenspiels von ausschließlich schwarzweiß fotografierten mathematischen Modellen. Sugimoto nähert sich dabei extrem stark den Modellen an und zieht die so entstandenen Fotografien sehr dunkel und auch überdimensional groß ab.

Die dadurch erreichte ausdrucksstarke Monumentalität erzeugt eine geheimnisvolle Präsenz der Modelle, die in den Fotografien für sich selbst wirkt. Sie üben eine nur schwer zu beschreibende ästhetische, ja fast bedrohliche und nahezu erhabene Faszination auf den Betrachter aus (Abb. 18–20)²⁵.

Trotz dieser hier skizzierten sich durch die Geschichte der Kunst ziehenden engen und vielschichtigen Verknüpfungen von wissenschaftlichen Sammlungen und Kunst – nicht nur mit mathematischen Modellsammlungen – ist doch eine erstaunlich divergente Perspektive auf Objekte seitens der Kunstgeschichte an Universitäten einerseits und der professionellen Beschäftigung mit dem Material und dem Objekt in Museen und in wissenschaftlichen Universitäts-sammlungen durch Kunsthistoriker andererseits zu beobachten. Dieser dichotomischen Wahrnehmung sind Fachvertreter ausgesetzt, die an wissenschaftlichen Sammlungen tätig sind. Nicht zuletzt die Kunstgeschichte sollte sich auch deshalb ihrer objektwissenschaftlichen, analytischen und interpretierenden Kernkompetenz besinnen.

Abb. 19
Hiroshi Sugimoto:
Mathematical Form,
Surface, 0012, 2004,
Diagonal Clebsch Surface,
Cubic with 27 Lines, gelatin
silver print

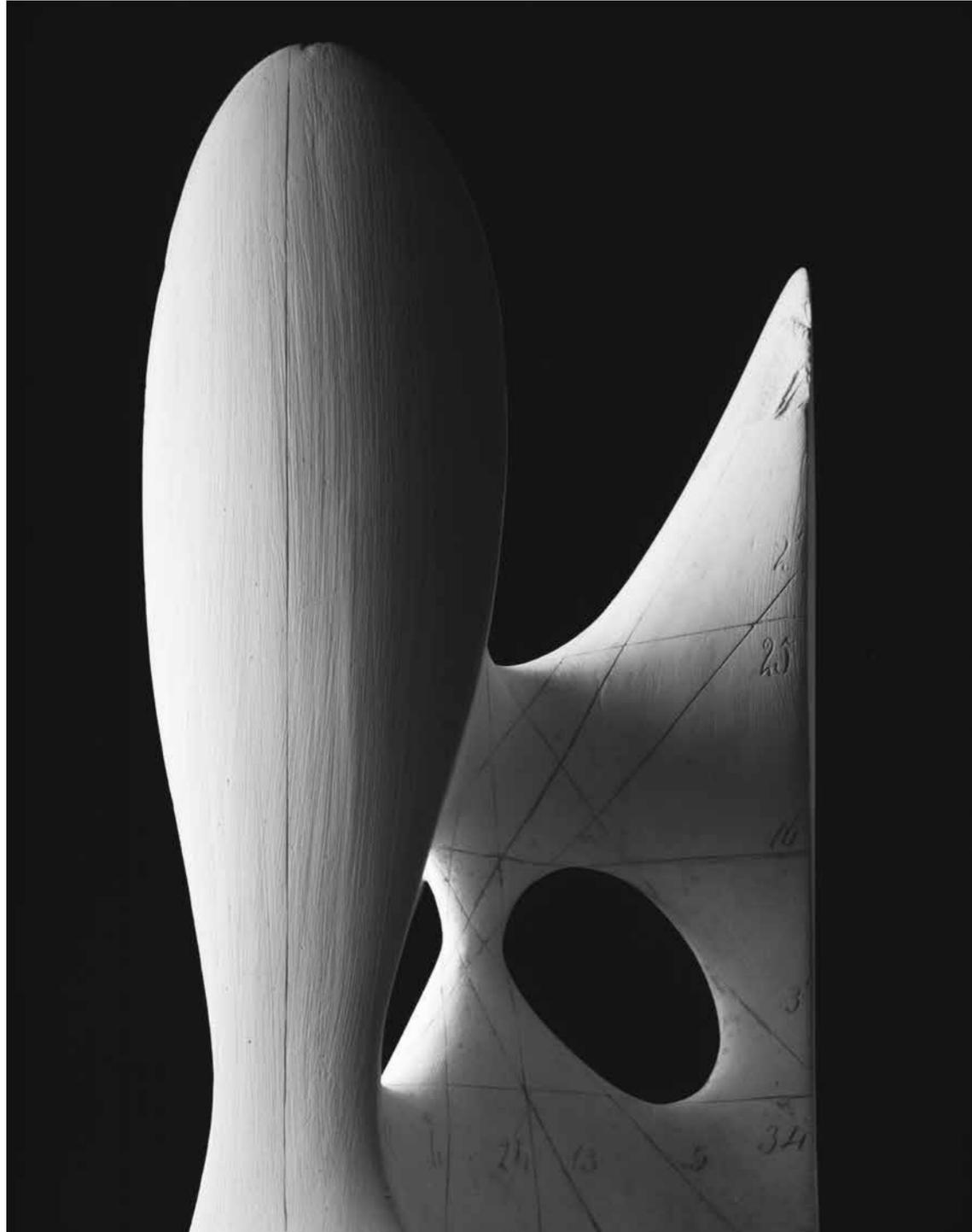


Abb. 20
Hiroshi Sugimoto:
Mathematical Form,
Surface, 0010, 2004, Surface
of Revolution With Constant
Negative Curvature, gelatin
silver print

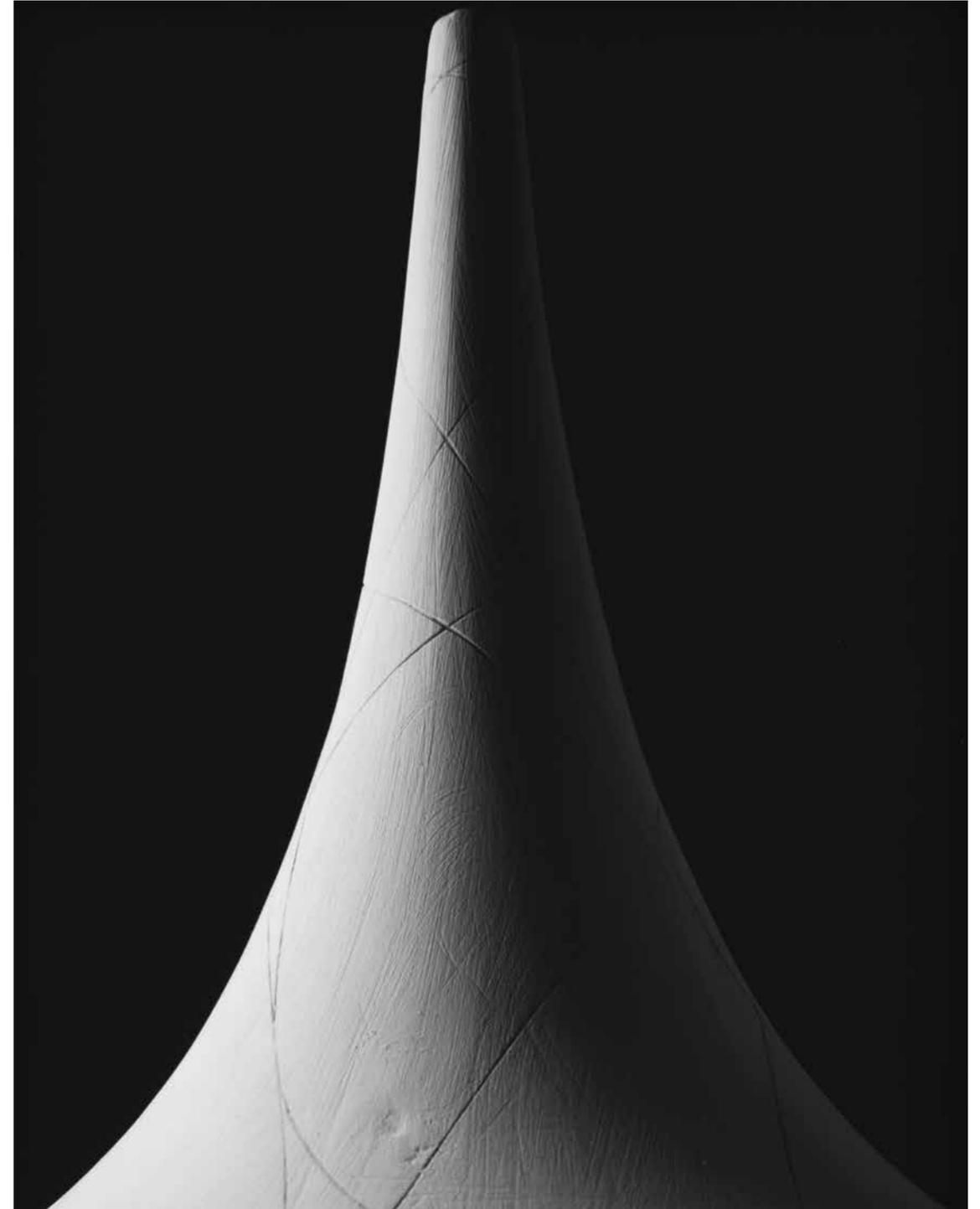


Abb. 21
Hiroshi Sugimoto:
Mathematical Form,
Surface, 0006, 2004, Kuen's
Surface: A Surface with
Constant Negative Curva-
ture, gelatin silver print



Abb. 22
J. Mack:
Fläche von constantem
negativen Krümmungsmaß
mit ebenen Krümmungslinien,
nach Theodor Kuen,
Brill-Serie 8, Nr. 20, 1882,
MNF-Ma-A60



Dabei hätte das Fach wie nur wenige andere Disziplinen methodischen Vorsprung im Umgang mit Objekten.

Die gezeigten Beispiele verdeutlichen die lange und überaus vielschichtige Beeinflussung und gegenseitige Abhängigkeit von Mathematik, Modell und Kunst (Abb. 21–22). Interessant wäre es, die Frage zu beantworten oder auch nur darüber zu spekulieren, ob Alexander von Brill oder seine Schüler bei der Entwicklung und Herstellung der Modelle sich nicht nur als Mathematiker verstanden, sondern sich vielleicht auch als Schöpfer im Sinne des modernen Künstlers wahrnahmen – gewissermaßen als „mathematical artists“²⁶ – oder ob sie ausschließlich aus mathematischem Interesse heraus agierten. Nichtsdestotrotz: Nach allem was wir aus der (Kunst-) Geschichte wissen, erscheint der eindimensionale Blick auf eine ausschließlich rational-theoretische Motivation zur Herstellung mathematischer Modelle nicht als der wahrscheinlichere.

1 So konnte das MUT diese Erkenntnis aus einem eigenen Projekt ziehen: Die Ausstellung und Publikation „Wie Schönes Wissen schafft“ zeigte im Jahr 2013 aufs Schönste, dass rational motivierte Forschung immer auch von der ästhetischen Affizierung des Wissenschaftlers abhängt. Dass dies auch für den Erfolg in der Lehre gilt, bedarf kaum einer weiteren Begründung. Auch Werner Heisenbergs zuspitzendem Diktum, wonach eine Theorie nicht wahr, sondern schön sein müsse, ist kaum etwas hinzuzufügen. Dazu: Ernst Seidl, Thomas Beck, Frank Dürr (Hg.): *Wie Schönes Wissen schafft*, Tübingen: MUT, 2013, darin Verf.: *Wie Schönes Wissen schafft und Wissen Schönes schafft*, S. 16–20, hier S. 16.

2 Selbstverständlich wurde auch bereits früher mit mathematischen Modellen gearbeitet, jedoch wesentlich weniger systematisch: Alexander von Brill: *Über die Modellsammlung des mathematischen Seminars der Universität Tübingen* [Vortrag gehalten 1886], in: *Mathematisch-naturwissenschaftliche Mitteilungen*, Hg. v. Otto Böklen, Bd. 2, 1887–1888, Tübingen 1889, S. 69–80. Vgl. dazu den Beitrag von Gerhard Betsch „Zur Geschichte der mathematischen Modelle“ in diesem Band, oder auch Gerd Fischer (Hg.): *Mathematische Modelle*, 2 Bde., Braunschweig/Wiesbaden 1986.

3 Interessanterweise entspricht diese Einstellung Alexander von Brills der erst in jüngster Zeit wieder wahrnehmbaren Neueinschätzung, wonach nicht nur die Bibliotheken und Archive, sondern auch die wissenschaftlichen Objektsammlungen der Hochschulen zur essentiellen Forschungsinfrastruktur von Universitäten gehören. Vgl. hier beispielsweise die Empfehlungen des deutschen Wissenschaftsrates aus dem Jahr 2011: <https://www.wissenschaftsrat.de/download/archiv/10464-11.pdf> (24.03.2018).

4 Vergleiche die maßgeblichen Empfehlungen des deutschen Wissenschaftsrates an die Hochschulrektorenkonferenz zu: „Wissenschaftlichen Sammlungen als Forschungsinfrastrukturen“ (Drs. 10464-11; Berlin 28.01.2011). Abrufbar unter: <http://www.wissenschaftsrat.de/download/archiv/10464-11.pdf> (31.12.2017).

5 Martin Kemp: *The Science of Art. Optical themes in western art from Brunelleschi to Seurat*, New Haven/London 1990.

6 „Gott, der Geometer“ aus einer Bible moralisée, Paris, 1225–1249, fol. 1 v., ÖNB, Signatur: Cod. 2554; <http://data.onb.ac.at/rec/AC14451079> (24.03.2018).

7 Dass dieses Motiv jedoch nicht allein „mittelalterlich“ ist, sondern sich bis in die Moderne zieht, zeigt beispielsweise William Blakes Farbmonotypie „Der Alte der Tage“, ein Titelbild zu „Europe: a Prophecy“ aus dem Jahr, 1794 (23 × 17 cm, Manchester, Whitworth Art Gallery).

8 Von den vielen Publikationen, die über das Bild Gottes als Weltenschöpfer handeln und somit auf die bekannteste Seite des Wiener Codex eingehen, hier eine Auswahl: Friedrich Ohly: *Deus Geometra*. Skizzen zur Geschichte einer Vorstel-

lung von Gott, in: Norbert Kamp, Joachim Wollasch (Hg.): *Tradition als historische Kraft. Interdisziplinäre Forschungen zur Geschichte des frühen Mittelalters*, Berlin/New York 1982, S. 1–42, Tafel 1; Johannes Zahlten: *Die Erschaffung von Raum und Zeit in Darstellungen zum Schöpfungsbericht von Genesis 1*, in: *Raum und Raumvorstellungen im Mittelalter* (Hg. Jan A. Aertsen, Andreas Speer), Berlin/New York 1997 (Miscellanea mediaevalia, 25), S. 621, Anm. 32. Reiner Hausscherr: *Beobachtungen an den Illustrationen zum Buche Genesis in der Bible moralisée*, in: Reiner Hausscherr: *Bible moralisée, Prachthandschriften des hohen Mittelalters, gesammelte Schriften von Reiner Hausscherr* (Hg. Eberhard König u.a.), Petersberg 2009, S. 51.

9 Wenn hier die Eigenschaft „rational“ angesprochen wird, so nicht im engeren, spezifisch mathematischen Sinn.

10 Bernhard A. Greiner: *Römische Dodekaeder. Untersuchungen zur Typologie, Herstellung, Verbreitung und Funktion*, in: *Carnuntum Jahrbuch*, 1995 (1996), S. 9–44.

11 Hierzu jüngst David Wade: *Geometrie und Kunst. Der Einfluss antiker Mathematik auf die Kunst der Renaissance*, Kerkdriel 2017.

12 Erstmals beschrieben im Traktat: Leon Battista Alberti: *Della Pittura*, 1435/36. Deutsch beispielsweise: Leon Battista Alberti: *Della Pittura – Über die Malkunst* (Hg. von Oskar Bätschmann und Sandra Gianfreda), Darmstadt 2002.

13 Dazu: Trudy Sammartini: *Steinböden in Venedig*, München 2000, S. 24.

14 Interessant hierbei: Diese Darstellung Paolo Uccellos liegt rund 200 Jahre vor der Beschreibung dieses Körpers durch den Tübinger Alumnus Johannes Kepler im Jahr 1619. Johannes Kepler: *Mathematische Schriften* (Hg. Franz Hammer), München 1955/2000.

15 Luca Pacioli: *Divina proportione*, Venedig 1509.

16 Zu Wunderkugeln, China-Kugeln und Contrefaitkugeln vgl. Martin Horsten: *Über Radiolaren und drehelnde Fürsten, Anmerkungen zum Verhältnis von Naturwissenschaft und Kunst*, in: *Regel und Ausnahme, Festschrift für Hans Holländer*, (Hg. Heinz Herbert Mann), Aachen [u.a.] 1995, S. 85–95; Sabine Haag: *Meisterwerke der Elfenbeinkunst*, Wien [u.a.] 2007, (Kurzführer durch das Kunsthistorische Museum, 8); Dorothea Diemer: *Gedrechselte Elfenbeine*, in: *Die Münchner Kunstammer (Philosophisch-Historische Klasse Abhandlungen, NF H. 129, Bd. 3, Aufsätze und Anhänge)*, hg. von der Bayerischen Akademie der Wissenschaften, München 2008, S. 269–272.

17 Vgl. zur Projektiven Geometrie: Harold Scott MacDonald Coxeter: *Projective Geometry*, Blaisdell 1964 (New York/Dordrecht/Heidelberg/London 1987) oder Albrecht Beutelspacher, Ute Rosenbaum: *Projektive Geometrie*, Wiesbaden 2004.

18 Aktuell: Kristóf Fenyvesi, Tuuli Lähdesmäki (Hg.): *Aesthetics of Interdisciplinarity: Art and Mathematics*, Basel 2017.

19 Man Ray – human equations, a journey from mathematics to Shakespeare [in conjunction with the exhibition ... the Phillips Collection, Washington, D.C. February 7 - May 10, 2015, Ny Carlsberg Glyptotek, Copenhagen, June 11 - September 20, 2015, The Israel Museum, Jerusalem, October 20, 2015 - January 23, 2016], Ostfildern 2015.

20 Dazu vor allem der Beitrag von Angela Vierling-Claassen: *Models of Surfaces and Abstract Art in the Early 20th Century*, in: Fenyvesi, Lähdesmäki 2017, S. 199–207.

21 Gabriele Werner: *Mathematik im Surrealismus*. Man Ray, Max Ernst, Dorothea Tanning, Marburg 2002, oder auch Ara H. Merjian: *Giorgio de Chirico and the Metaphysical City: Nietzsche, Modernism*, Paris, New Haven 2014.

22 Anton Abramowitsch Pevsner (auch Pevsner, 1884–1962) und Naum Abramowitsch Pevsner (1890–1977).

23 Ben Willikens: *Malerei als Denkmodell*, Stiftung für konkrete Kunst, Reutlingen, 16. März bis 27. Juli 2003. http://www.stiftungskonkretekunst.de/einzelseiten/0303_willikens.html (24.03.2018).

24 Gemäß der Informationen im Moderna Museet, Stockholm, zum „Model Room“.

25 MNF-Ma-A10; MNF-Ma-A34.

26 So könnte man die Modelle bauenden Studierenden um Brill und andere auch als „mathematical artists“ bezeichnen – ganz ähnlich wie die ebenfalls zu Beginn und in der Mitte des 20. Jahrhunderts tätigen „medical artists“, die kunsthandwerklich perfekte, überaus ausdrucksstarke und visuell frappierende medizinische Moulagen schufen. Zu ihnen gehörte beispielsweise die Tübinger Mouleurin Elsbeth Stoiber. Siehe dazu Julian Windmüller: *Elsbeth Stoiber. Medical Artist*, in: Edgar Bierende, Peter Moos, Ernst Seidl (Hg.): *Krankheit als Kunst(form). Moulagen der Medizin*, Tübingen 2016, hier: S. 42–45.



Modelle und Modellserien

Alexander von Brill:
Hyperboloid,
einschaliges, 1874,
MNF-Ma-A8a-8
Hintergrund: Schnittbogen
für das Papiermodell



Modelle und Modellserien

Objekt- und Serienbiographien

Die Tübinger Modellsammlung umfasst etwa 400 Objekte. Für den Katalog wurde eine repräsentative Auswahl daraus getroffen. Ausgangspunkt waren zunächst die Modelle, die in der Ausstellung „Mind and Shape“ im Fachbereich Mathematik am Universitätsstandort auf der sogenannten „Morgenstelle“ öffentlich zugänglich sind. Erweitert wurde diese Auswahl zum einen durch solche Modelle, die die Ausstellungsobjekte komplettieren, da sie nicht selten aus Autoren-Reihen und Verlags-Serien stammen. Zum anderen wurden Unikate, also sogenannte „Urmodelle“, berücksichtigt.

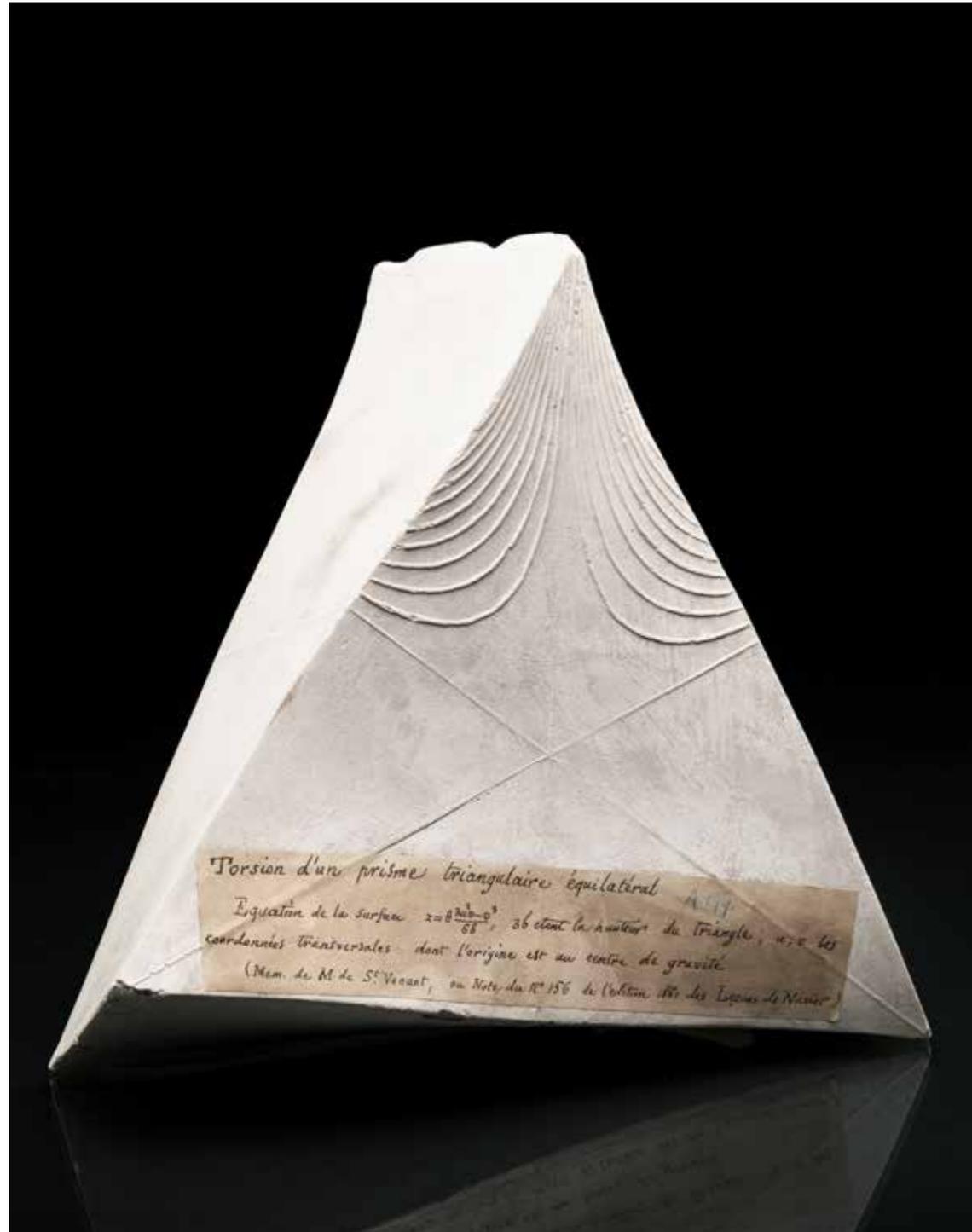
Die Titel der Modelle orientieren sich an jenen aus den Katalogen der Verlage Brill und Schilling sowie am Tübinger Inventar aus dem Jahr 1933. Die Bezeichnungen folgen also weitestgehend den ursprünglichen Titeln. Geringfügige Aktualisierungen in der Schreibweise und Korrekturen wurden jedoch stillschweigend vorgenommen.

Die Reihung der Objekttexte folgt einer chronologischen Ordnung. Grundlage hierfür ist die Datierung der Modelle aufgrund ihres Herstellungsdatums. Darunter ist der Zeitpunkt der Modellierung der Urmodelle durch den jeweiligen

Mathematiker zu verstehen, der sich als Autor und Erfinder anhand der Quellen erschließen ließ. Die erste Jahresangabe gibt somit in der Regel das Herstellungsdatum an. An seiner Stelle oder auch als Zusatz kann eine zweite Jahresangabe folgen. Bei dieser handelt es sich meist um die Angabe aus den Verlagskatalogen. Dieses Datum bezeichnet den ersten Veröffentlichungstermin der Modellreproduktion – zumeist in Form eines Gips-Abgusses – oder aber es handelt sich um eine Zeitangabe aus Inventarbüchern und Kassenamtsbüchern, die den Modell-Erwerb für die Tübinger Sammlung dokumentieren. In wenigen Fällen erfolgte die Datierung unter Zuhilfenahme der Sekundärliteratur.

Die Texte wurden von Studierenden des Praxisseminars „Mind and Shape“ im Rahmen des Masterprofils „Museum & Sammlungen“ im Sommersemester 2017 und Wintersemester 2017/18 verfasst.

Abb. 1
 Adhémar J. C. B.
 de Saint-Venant:
 Torsion eines Prismas mit
 dreieckiger Basis, Charles
 Delagrave, Collection Mu-
 ret, Nr. 330, nach 1865,
 MNF-Ma-A199



Charles Muret

Collection Muret, Verlag Delagrave, Paris, 1861 und nach 1865

Janine Lehleiter

Die Forderung nach einer „Géométrie descriptive“¹, die der französische Mathematiker Gaspard Monge schriftlich fixierte, dürfte als Inspiration und Anstoß für die Modelle der Collection Muret gedient haben.² Dies, obwohl ihnen von Seiten der französischen Mathematiker, wie es auch Alexander von Brill kommentierte, „eine nähere Beachtung nicht zu Teil“ wurde, „wie denn auch neuere Erzeugnisse auf diesem Gebiet [der Geometrie] dort nicht zu verzeichnen sind.“³

Doch es ist ein langer Weg von Paris nach Tübingen, den diese Modelle von ihrer Herstellung bis zur Anwendung im Unterricht zurückgelegt haben.

Ein Großteil der Gips-Modelle aus Paris versucht die Betrachtungen des Physikers Claude Louis Marie Henri Naviers (1785–1836) zur Biegung und Drehung von prismatischen Formen⁴ aus den 1820er Jahren darzustellen. Rund 40 Jahre nach Navier behandelte Adhémar Jean Claude Barré de Saint-Venant dessen Theorien zur Elastizität von Körpern noch genauer,⁵ so dass diese als Ausgangspunkt für die Modelle fungieren konnten.

Die Beschriftungen einiger Objekte in der Tübinger Sammlung der Mathematik erinnern an diese beiden Persönlichkeiten und bezeichnen die Modelle immer wieder als deren „Mémoire“.

Exemplarisch hierfür steht ein Modell, welches die Torsion eines Prismas mit dreieckiger Basis veranschaulicht (Abb. 1). Der letzte, in Klammern gehaltene Teil der Beschriftung lautet hier: „Mem.[oire] de M.[onsieur] de St. Venant, ou Note du No. 156 de l’édition 1861 des Leçons de Navier.“ (Abb. 2) Er verweist sowohl auf die beiden Urheber als auch auf die ursprüngliche Produktionsserie. Der dreidimensionale Aufbau des Gipsobjektes zeigt, dass das Modell an beiden Grundflächen in unterschiedliche Richtungen gedreht ist. Dabei verändert sich die ursprüngliche Form so, als ob der Körper aus elastischem Material bestehen würde.

Schon um 1855 griff Étienne Alexandre Bardin auf modellierte Schauobjekte zurück. Er ließ solche Modelle aus Gips und anderen Materialien für sich herstellen und machte sich für deren Verbreitung und Einsatz im Unterricht stark. Charles Muret, der 13 Jahre lang Schüler und später Mitarbeiter von Bardin in Paris gewesen

Abb. 2 und 3
 Catalogue des Modèles
 Géométriques des plans-Reliefs
 et des planches [...]
 construits par Ch. Muret,
 Paris 1890, Titelseite und
 S. 36, Collection Muret,
 Modell Nr. 331

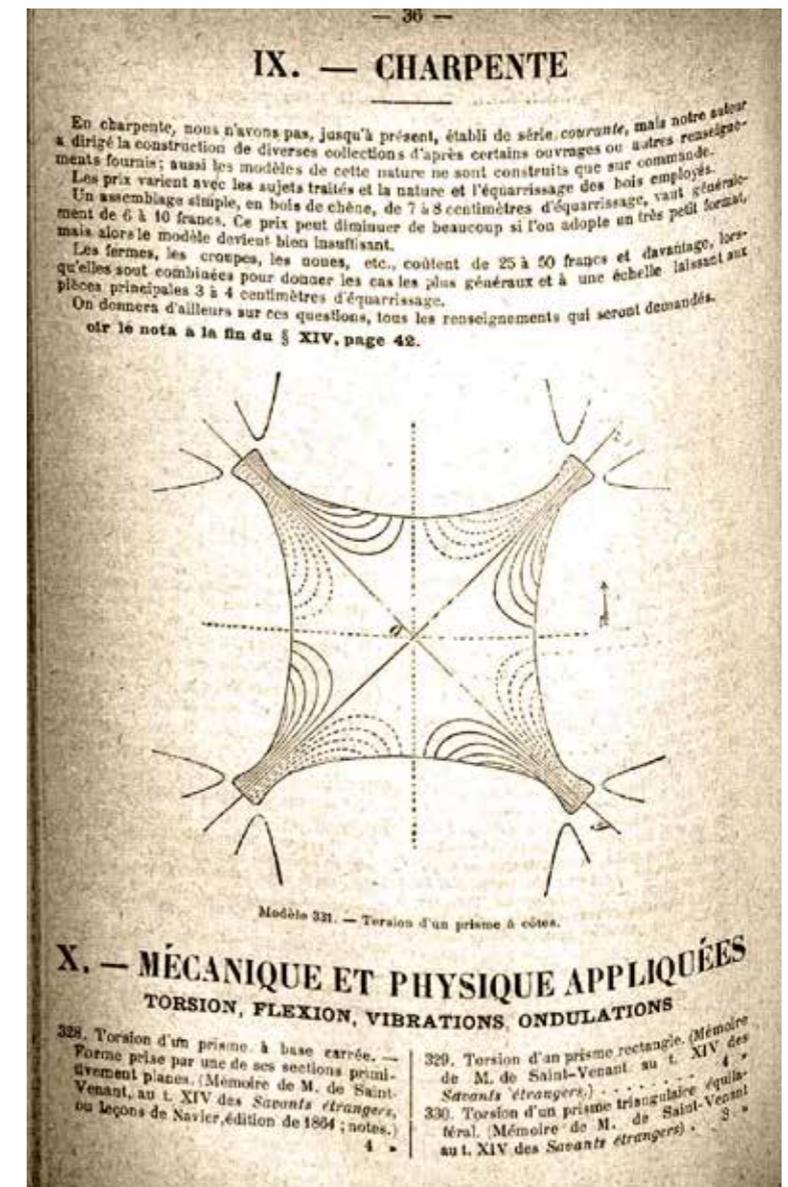


Abb. 3

Abb. 4
Adhémar J. C. B.
de Saint-Venant:
Torsion eines Prismas mit
quadratischer Basis, Charles
Delagrave, Collection Muret
Nr. 328, nach 1865,
MNF-Ma-A197



Abb. 5
Adhémar J. C. B.
de Saint-Venant:
Torsion eines Prismas mit
rechteckiger Basis, Charles
Delagrave, Collection Mu-
ret, Nr. 329, nach 1865,
MNF-Ma-A198



Abb. 6
Charles Muret
(zugeschrieben):
Torsion eines Prismas,
Charles Delagrave,
Collection Muret,
Nr. 331, nach 1865,
MNF-Ma-A200



war, erweiterte nach dessen Tod seine Sammlung um Modelle, die nach Saint-Venants Ausführungen angefertigt wurden. Letztendlich vertrieb der von Charles Delagrave (1842–1934) 1865 in Paris gegründete Kartenverlag – die Éditions Delagrave – die Modelle der Collection Muret (Abb. 3).⁶ Damit handelt es sich bei diesen Modellen wohl um die ältesten durch einen Verlag seriell hergestellten und vertriebenen Gipsmodelle überhaupt.⁷ Nach Deutschland bestellte 1873 das Komitee der Mathematiker-Versammlung zu Göttingen offenbar erstmals Modelle aus der Muret'schen Reihe. „Leider hatte sich eine der wichtigsten zugesagten Sendungen, eine Auswahl von Gipsmodellen aus dem Institute von Herrn Delagrave (Muret) in Paris, beim Transport verspätet, und nur Photographien derselben, welche Herr Delagrave, in einem Album vereinigt, geschickt hatte, konnten zur Ansicht gebracht werden“⁸, heißt es im Bericht. Die enge Zusammenarbeit von Alexander von Brill und Felix Klein auf der Göttinger Tagung fand eine erfolgreiche Fortsetzung. So verwendete sich Klein nach seinem Ruf an die Technische Hochschule München für Brill, der daraufhin auch eine Professur in München erhielt.⁹ In den

beiden Katalogen des dortigen Modellierkabinetts sind erstmals die Muret'schen Modelle im Inventar aufgelistet.¹⁰ Brill war also schon die Modellgruppe aus Paris bekannt, bevor er um 1890 einige Modelle der Collection Muret für seine Tübinger Sammlung kaufte.¹¹ Er folgte damit seinem ehemaligen Kollegen Klein, der bereits zehn Jahre zuvor diese Serie nach Deutschland holte.¹² Neben den acht Modellen zur Torsion und Biegung (Abb. 4–10) finden sich noch weitere Modelle aus der Collection Muret in der Mathematischen Modellsammlung. Diese dienen der Veranschaulichung von transversalen Schwingungen, also Schubwellen. Solche Verformungen wurden in zwei Fällen am Beispiel von schwingenden Saiten (Abb. 11–12),¹³ sowie eines elastischen Stabs (Abb. 13) modelliert. Die Muret-Serien¹⁴ dürfen somit aufgrund ihrer frühen Datierung als älteste Gruppe der Tübinger Modellsammlung zur Visualisierung von Mathematik bezeichnet werden.

Abb. 7
Adhémar J. C. B.
de Saint-Venant:
Torsion eines Prismas,
Charles Delagrave,
Collection Muret,
Nr. 332, nach 1865,
MNF-Ma-A201



Abb. 8
Charles Muret
(zugeschrieben):
Torsion eines Zylinders mit
elliptischer Basis, Charles
Delagrave, Collection Mu-
ret, Nr. 333, nach 1865,
MNF-Ma-A202



Abb. 11
Gaspard Monge:
Schwingende Saite, Charles
Delagrave, Collection Mu-
ret, Nr. 336, nach 1865,
MNF-Ma-A205



Abb. 9
Adhémar J. C. B.
de Saint-Venant:
Biegung eines Prismas, am
Ende eingemauert, Charles
Delagrave, Collection
Muret, Nr. 334, nach 1865,
MNF-Ma-A203

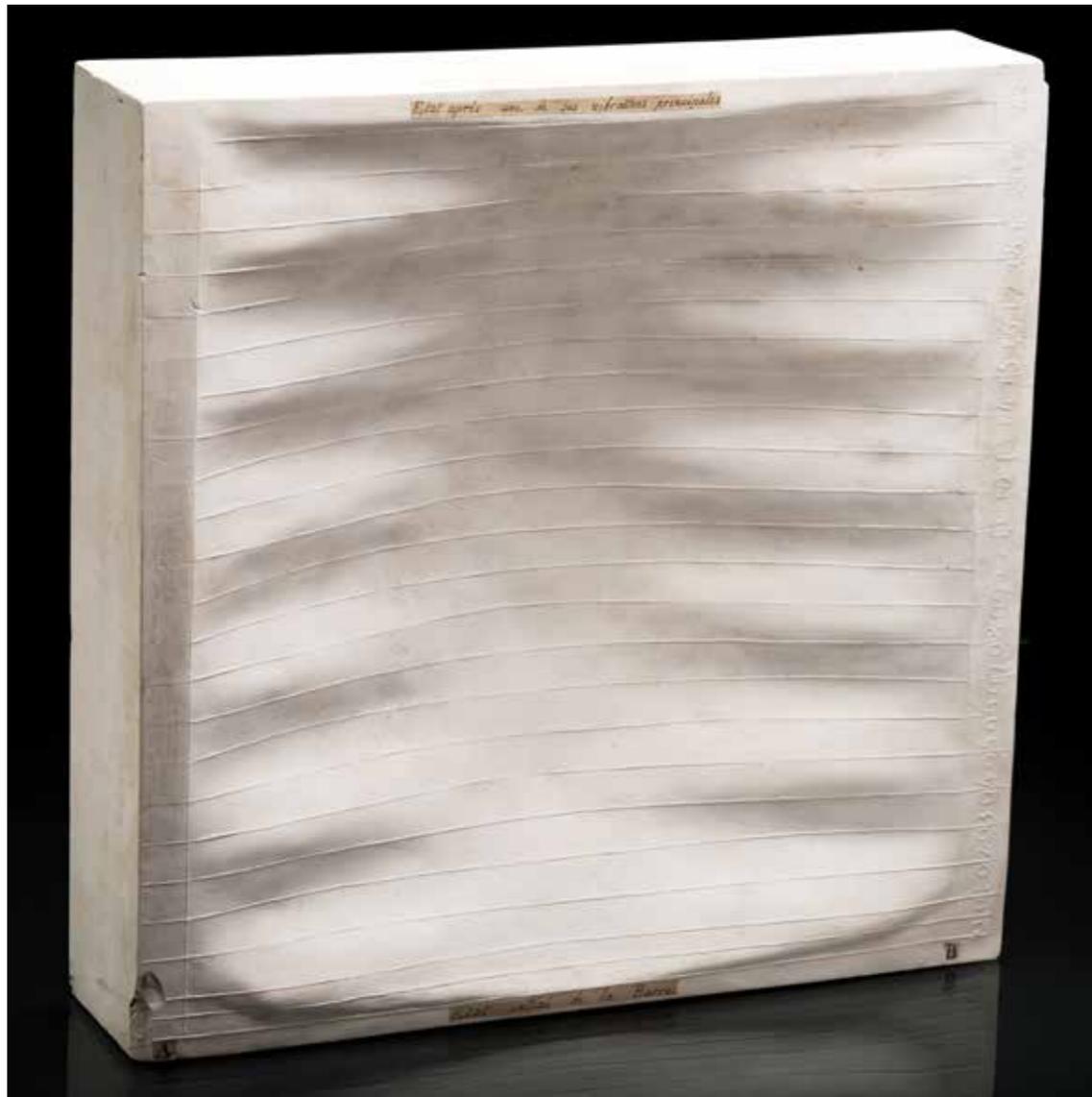


Abb. 10
Adhémar J. C. B.
de Saint-Venant:
Biegung eines Zylinders mit
Kreisbasis, Charles Delagra-
ve, Collection Muret, Nr.
335, nach 1865,
MNF-Ma-A204



Abb. 12
Gaspard Monge:
Schwingende Saite, der
Anfangszustand ist eine
gebrochene Linie, Charles
Delagrave, Collection Mu-
ret, Nr. 337, nach 1865,
MNF-Ma-A206

Abb. 13
Adhémar J. C. B.
de Saint-Venant:
Transversale Schwingung,
Charles Delagrave,
Collection Muret, Nr. 338,
nach 1865,
MNF-Ma-A207



1 Gaspard Monge: Géométrie descriptive, Paris 1847.

2 Dazu Oscar Lassar: Katalog der Universitäts-Ausstellung, Deutsche Unterrichts-Ausstellung in Chicago 1893, Berlin 1893, S. 33; vgl. auch: Walther von Dyck: Einleitender Bericht über die Mathematische Ausstellung in München, in: Jahresbericht der deutschen Mathematiker-Vereinigung, Bd. 3, 1894, S. 45–46.

3 Alexander von Brill: Über die Modellsammlung des mathematischen Seminars der Universität Tübingen [Vortrag gehalten 1886], in: Mathematisch-naturwissenschaftliche Mitteilungen, Hg. v. Otto Böckl, Bd. 2, 1887–1888, Tübingen 1889, S. 73.

4 Claude Louis Marie Henri Navier: Résumé des leçons données à l'École des ponts et chaussées sur l'application de la mécanique à l'établissement des constructions et des machines, Paris 1833–1838.

5 Adhémar Jean Claude Barré de Saint-Venant: Mémoire sur le calcul de la résistance et de la flexion des pièces solides à simple ou à double courbure, en prenant simultanément en considération les divers efforts auxquelles elles peuvent être sou. Comptes rendus de l'Académie des Sciences, Bd. 17, 1843, S. 942–956.

6 Vgl. Charles Muret: Catalogue des Modèles Géométriques des plans-Reliefs et des planches [...] construits par Ch. Muret, Paris 1890, S. 36–37; <http://modellsammlung.uni-goettingen.de/data/Files/texts/D8-852.pdf> (25.03.2018). Walther von Dyck: Katalog mathematischer und mathematisch-physikalischer Modelle, Apparate und Instrumente. Nachtrag. München 1893, S. 51, „Nr. 128a. Historische Notiz über die Modellsammlung[,] von Muret. Der Ursprung der Modellsammlung von Muret, herausgegeben von Delagrave geht auf etwa 70 Jahre zurück, auf die Zeit, in welcher Monge sein berühmtes Werk über descriptive Geometrie erscheinen liess.“

7 Brill 1889, S. 72–73.

8 August Gutzmer: Bericht über die Mathematiker-Versammlung zu Göttingen am 16., 17. und 18. April 1873, in: Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung, Bd. 10, Heft 1, Leipzig 1909, S. 22.

9 Vgl. Karin Richter: Modelle wurden mir in den Vorlesungen unentbehrlich: Zum 100. Todestag des Verlegers Martin Schilling der Modellfirma M. Schilling, in: Georg-Cantor-Heft, Bd. 10, Halle/Saale 2008, S. 38. Vgl. auch den Objekttext von Michaela Gfrörer in diesem Band.

10 Theodor Kuen: Catalog der Modell-Sammlung des mathematischen Instituts der k. technischen Hochschule [München], aufgestellt im Januar 1882 von Theodor Kuen und fortgeführt, berichtigt und ergänzt 1934 [heute: TU München, Garching, M10], S. 199, S. 247–249 und S. 253–255; vgl. auch: Modell-Sammlung des Mathematischen Instituts [in München], Abtheilung b, Anwendung der Diffe-

rentialrechnung auf Geometrie, begonnen vor 1882 bis 1934 [heute: TU München, Garching, M10], S. 95–99.

11 „Cha[r]les], Delagrave, Paris, Modelle (193 Fr. 35 ctj.), 156,53 Mark“, zit. aus: Kassenamtsbücher 1890, S. 4. Universitätsarchiv Tübingen UAT, Signatur: 146/43,20. Wahrscheinlich bezieht sich dieser Eintrag auf die Modelle der Sammlung Muret.

12 Klein kaufte wiederholt Modelle der Serie für die Universitäten, an denen er lehrte. So befindet sich etwa in der Sammlung der Universität Leipzig eine Auswahl von elf Modellen, siehe: Jana Raffel (Hg.): Wissenschaft(f) Sammlungen – Geschichten aus den Sammlungen der Universität Leipzig, Leipzig 2016, S. 53–54. Auch in Göttingen finden sich Modelle der Serie. Vgl. Universität Göttingen: Göttinger Sammlung mathematischer Modelle und Instrumente: <http://modellsammlung.uni-goettingen.de/index.php?lang=de&r=4&sr=43> (27.11.2017).

13 Deren Ideen gehen laut Beschriftung sogar auf Gaspard Monge direkt zurück.

14 Collection Muret: <http://patrimoine.hautsdefrance.fr/dossier/collection-muret/f8a8ae78-74fa-4dfb-beda-3365df7057ed> (19.12.2017).

Abb. 1
Max Doll:
Dodekaederstern, vor 1878,
MNF-Ma-AA13



Max Doll

Vier regelmäßige Sternvielflache, Karlsruhe, um 1860 und vor 1878

Berenike Schleusener

Die hier vorliegende Serie umfasst vier regelmäßige Sternvielflache.¹ Hergestellt wurden die Objekte laut Eintrag des Inventars aus dem Jahr 1933 von „Doll, Karlsruhe“.² Zudem findet sich auf jedem Modell ein altes Etikett mit dem Wortlaut: „M. Doll in Karlsruhe“. Es handelt sich hier um Max Doll, der von 1859 bis 1899 als Geodät und Dozent der Darstellenden und Praktischen Geometrie am Polytechnicum Karlsruhe tätig war.³ Doll fertigte Modelle solcher Sternpolyeder in den 1860er und 1870er Jahren auf Bestellung an.⁴ Alexander von Brill studierte zwischen 1860 und 1862 am Polytechnicum Karlsruhe Architektur und Mathematik.⁵ Dass er mit Max Doll in Verbindung stand ist sehr wahrscheinlich, aber durch Quellen nicht belegt. Die hier dargestellte frühe Objektgruppe aus lackierter Pappe war zunächst im Besitz der Tübinger Sternwarte, die sie im Jahr 1878 ankaufte.⁶ Somit kamen diese Modelle – noch bevor Alexander von Brill seine Professur in Tübingen antrat – an die Eberhard Karls Universität. Die Gruppe der vier regelmäßigen Sternvielflache setzt sich aus folgenden Körpern

zusammen: Dem Zwölfeckigen Sternzölfwöflach, auch Dodekaederstern genannt (Abb. 1), dem Zwanzigeckigen Sternzölfwöflach, beziehungsweise Ikosaederstern (Abb. 2), dem Zwölfflächigen Sternzölfwöflach, auch Großes Dodekaeder genannt (Abb. 3), sowie dem Zwanzigflächigen Sternzölfwöflach, das auch als Großes Ikosaeder bezeichnet wird (Abb. 4).

Im Folgenden soll der Dodekaederstern näher betrachtet werden: Er basiert auf dem Pentagondodekaeder (Abb. 5). Diese Bezeichnung leitet sich von den griechischen Begriffen für Fünfeck und Zölfwöflach ab. Es handelt sich also um einen Körper, der sich aus zwölf regelmäßigen Flächen – genauer: Fünfecken – zusammensetzt. Alle Ecken, Kanten und Flächen des Dodekaeders sind untereinander identisch. Somit ergibt sich ein Objekt größtmöglicher Symmetrie, also ein platonischer Körper. Der Dodekaederstern entsteht nun, indem auf jede der zwölf Flächen eine fünfeckige Pyramide gesetzt wird. Abbildungen dieses geometrischen Körpers finden sich bereits in einem Mosaik von Paolo Uccello (1397–1475), das um 1430 entstand.⁷ Obwohl der Dodekaederstern (Abb. 6) schon im 15. Jahrhundert bekannt war

Abb. 2
Max Doll:
Ikosaederstern, vor 1878,
MNF-Ma-AA14

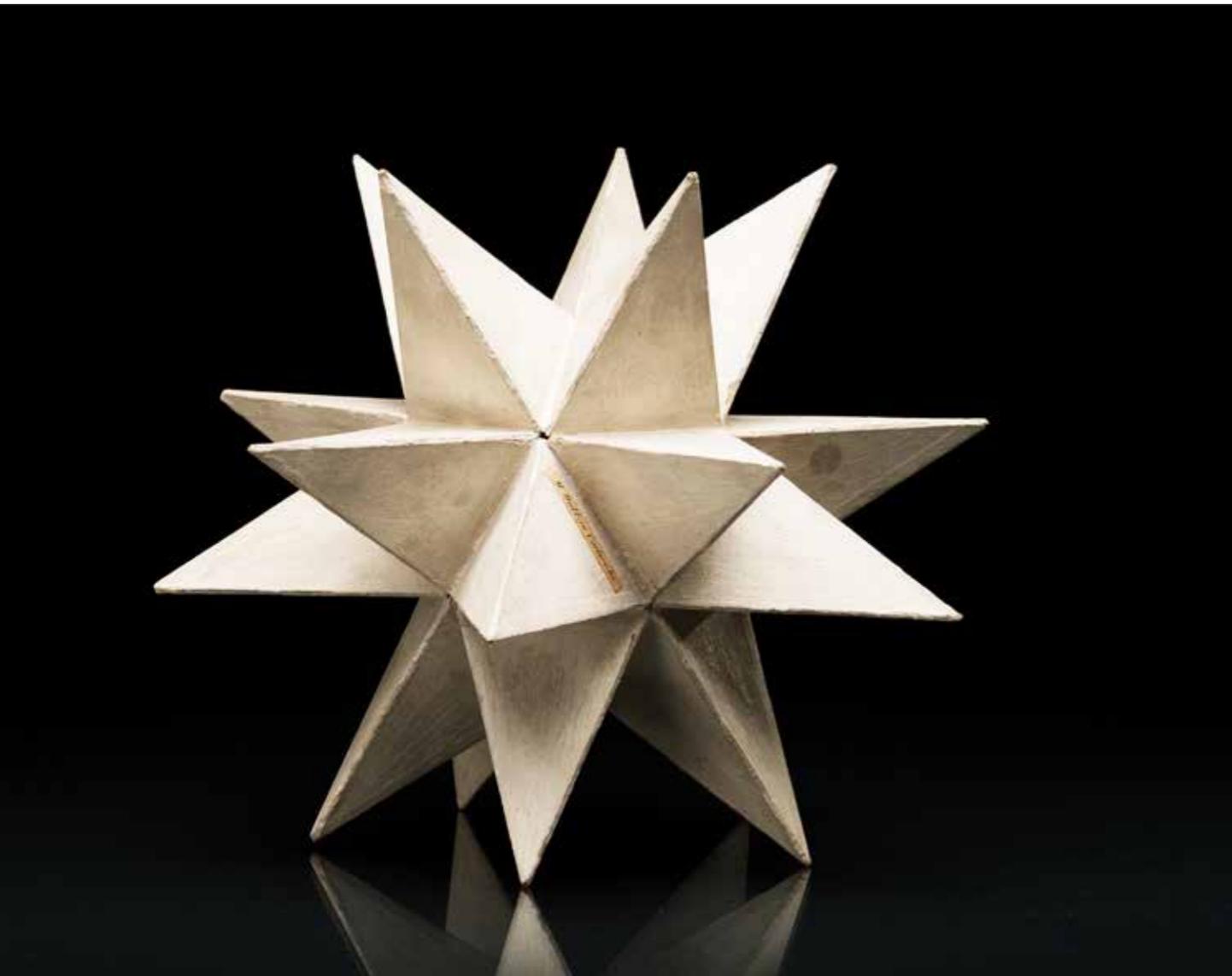


Abb. 3
Max Doll:
Großes Dodekaeder,
vor 1878,
MNF-Ma-AA15

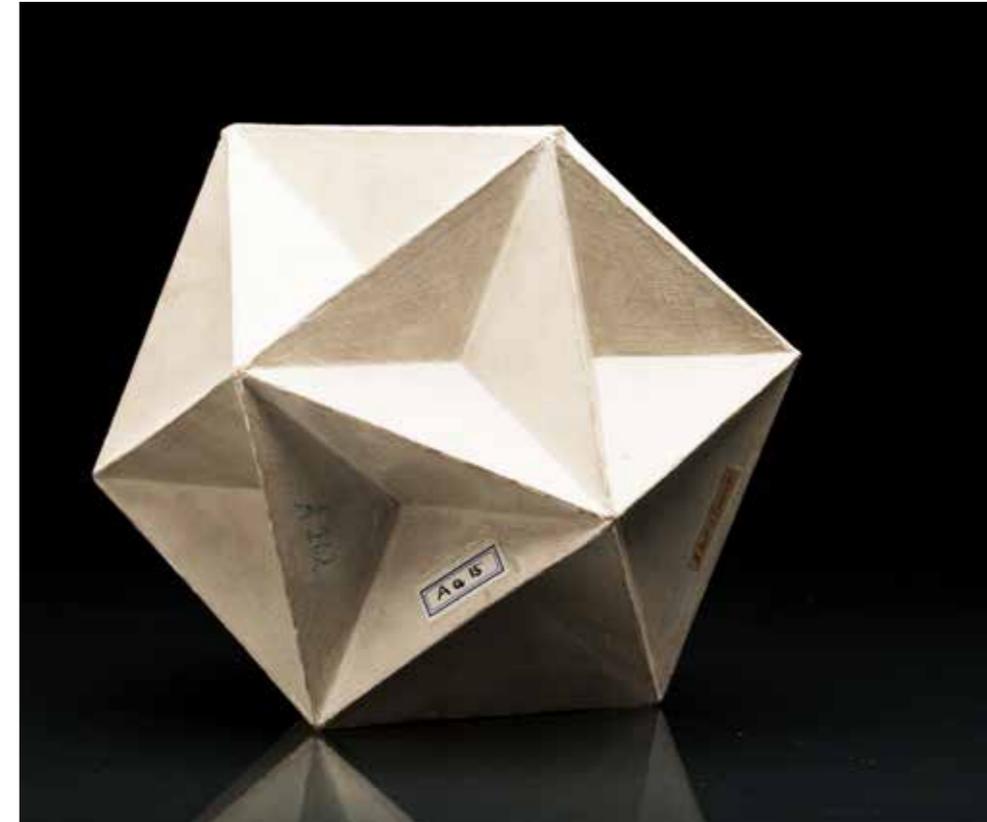


Abb. 4
Max Doll:
Großes Ikosaeder, vor 1878,
MNF-Ma-AA16

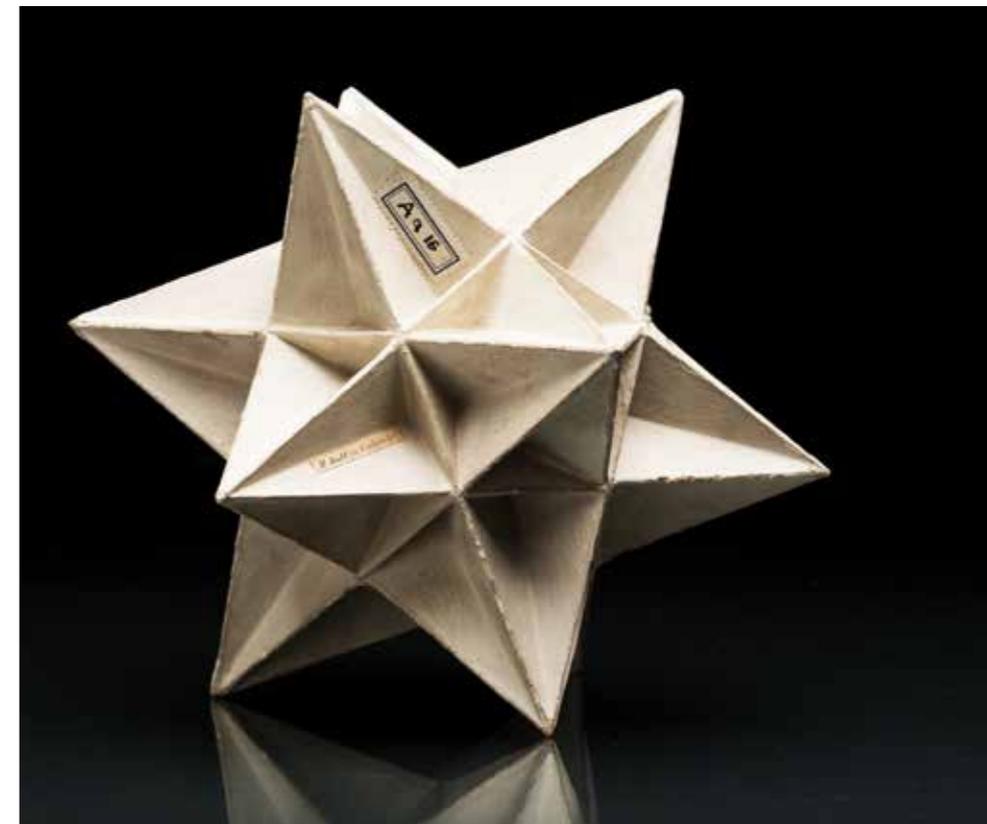


Abb. 6
Wenzel Jamnitzer:
Ikosaederstern, Kupferstich
von Jost Ammann, 1568

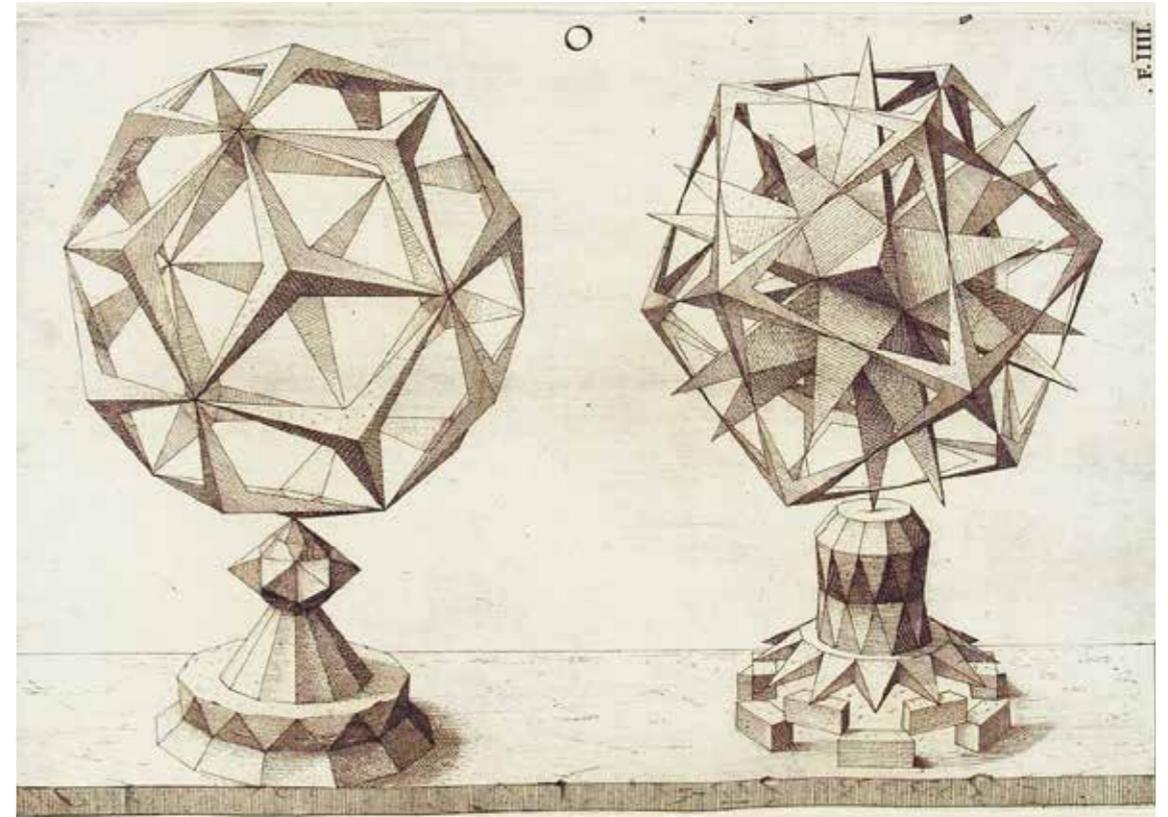
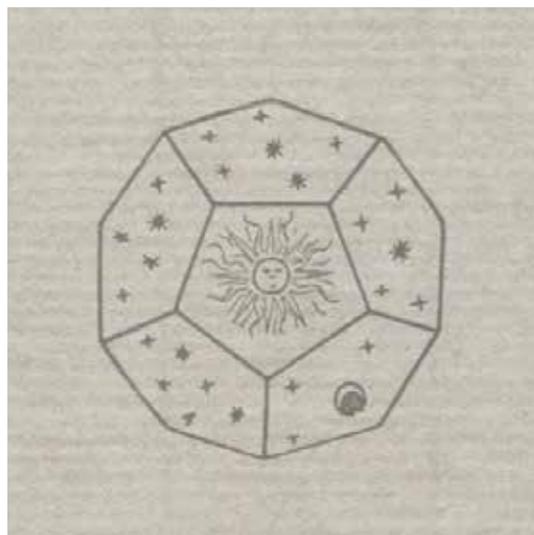


Abb. 5
Pentagondodekaeder, Detail
des Buchumschlags von
Max Caspar über Johannes
Kepler, München 1938



und der Ikosaederstern bereits 1568 von Wenzel Jamnitzer (1508–1585) beschrieben wurde, gilt Johannes Kepler als der Wiederentdecker dieser beiden Körper. Wiederentdecker des Großen Dodekaeders und des Großen Ikosaeders hingegen war Louis Poincaré. Die vier regelmäßigen Sternvielfläche werden deshalb auch als Kepler-Poincaré-Körper bezeichnet.⁸ Wie aus Alexander von Brills Tagebüchern⁹ und seiner letzten Veröffentlichung aus dem Jahr 1930 „Über Kepler's Astronomia nova“¹⁰ hervorgeht, hatte er ein großes persönliches Interesse an Kepler. So regte Brill die deutsche Übersetzung von Keplers *Astronomia nova* an, die durch Max Caspar (1880–1956) ausgeführt wurde.¹¹ Walther von Dyck trug Briefe von Kepler bei, die er in Paris gefunden hatte, und unterstützte die umfassende Neuauflage der Keplerschen Werke.¹²

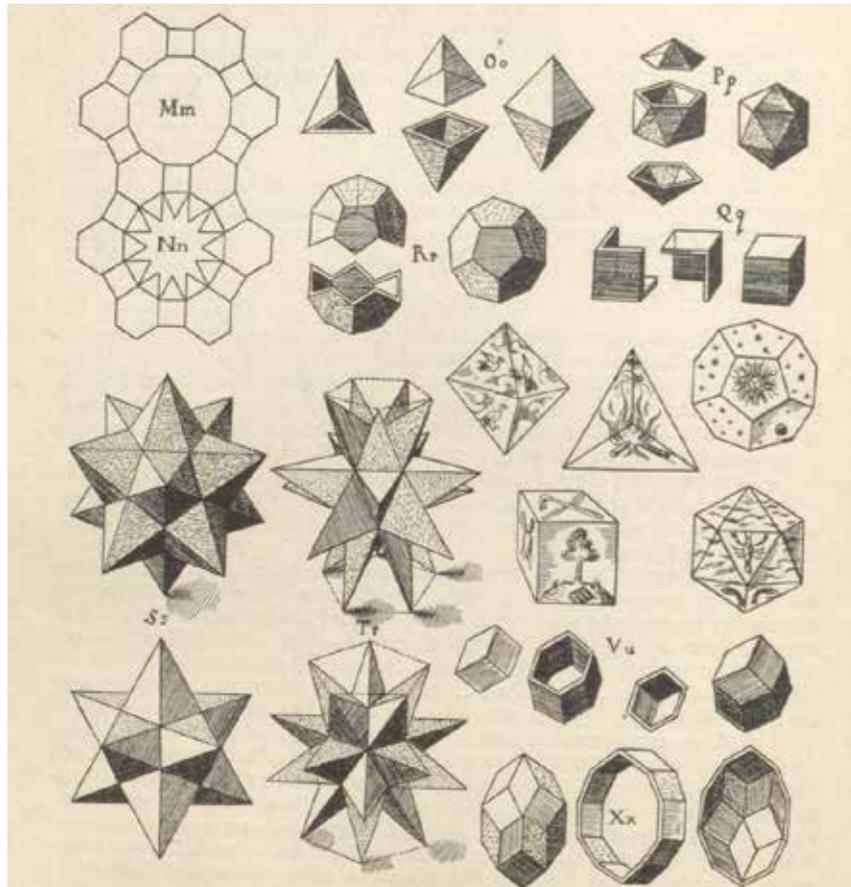
Johannes Kepler studierte ab 1589 Theologie an der Universität Tübingen. Damals stellten Astronomie und Geometrie einen wichtigen Teil dieses Studiengangs dar.¹³ So verwundert es nicht, dass Keplers Arbeiten sich auch mit diesen Disziplinen befassen. Den Dodekaederstern sowie den Ikosaederstern beschreibt er 1619 in seinem Werk

Weltharmonik (Abb. 7), das sich philosophisch, mathematisch, musiktheoretisch und astronomisch mit Harmonie auseinandersetzt.¹⁴

Für Kepler „ist die mathematische Struktur der Naturgesetze ein Abbild der Schönheit und geistigen Struktur der Welt.“ Er vermutet, dass die „ganzte Natur und alle ihre himmlische Zierlichkeit in der Geometria symbolisiert sey.“¹⁵

Auch wir, die heutigen Betrachter der Modelle, können angesichts der strengen und doch schönen Geometrie der vier regelmäßigen Sternvielfläche immer noch eine harmonische, ja fast numinose Wirkung nachempfinden.

Abb. 7
 Johannes Kepler,
 Wilhelm Schickard:
 Geometrische Figuren, aus:
 Keplers Weltharmonik,
 1619, S. 74



1 Eine Serie gleicher Definition findet sich auch in Martin Schilling: Catalog mathematischer Modelle [...], Leipzig 1911, Teil 1, S. 100–101, Serie 37.

2 Inventar des Mathematischen Seminars der Universität Tübingen, 1933, S. 6–7.

3 Deutsches Akademisches Jahrbuch. Vollständiges Verzeichnis sämtlicher in Deutschland, Oesterreich, der Schweiz und den deutschen Provinzen Rußlands befindlichen Akademien der Wissenschaften, Universitäten und Technischen Hochschulen, ihrer Mitglieder, Lehrkräfte und Vorstände, Leipzig 1875, S. 133; vgl. C. Reinhertz [u. a.] (Hg.): Zeitschrift für Vermessungswesen. Organ des Deutschen Geometervereins, Heft 6, Bd. 34, 1905, S. 122.

4 Christian Wiener: Über Vielecke und Vielfache, Leipzig 1864, S. VI; dazu auch Oskar Schlömilch [u. a.] (Hg.): Zeitschrift für Mathematik und Physik, Beilage: Literaturzeitung der Zeitschrift für Mathematik und Physik, 1866, S. 19; vgl. zudem Corneille L. Landré: Stereometrische hoofdstukken ter uitbreiding van de elementaire leerboeken, Amsterdam 1875, S. 184.

5 Alexander von Brill: Aus meinem Leben, 3 Bde. (Bd. 1–2, Transkription in Typoskript durch Justine Panck im Auftrag von Alexander von Brill), Tübingen 1887–1928, Bd. 1, S. 6.

6 Inventar des Mathematischen Seminars der Universität Tübingen, 1933, S. 6–7.

7 Siehe hierzu den Beitrag „Materialisierte Theorie – objektivierte Ästhetik“ von Ernst Seidl in diesem Band.

8 Vgl. <http://mathworld.wolfram.com/Kepler-PoinsotSolid.html> (20.11.2017).

9 Brill: Aus meinem Leben, Bd. 2, S. 416.

10 Alexander von Brill: Ueber Kepler's Astronomia nova, Ein Vortrag gehalten in der Dienstagsgesellschaft, Stuttgart 1930, S. 1–15 (Tübinger Naturwissenschaftliche Abhandlungen, Heft 13).

11 Johannes Kepler: Neue Astronomie. Übers. u. eingel. von Max Caspar, München [u.a.] 1929.

12 Johannes Kepler: Gesammelte Werke. Hg. im Auftrag der Deutschen Forschungsgemeinschaft und der Bayer. Akademie der Wissenschaften unter der Leitung von Walther von Dyck. Teil 1 bis 3. München 1937–1939; <http://kepler.badw.de/geschichte.html> (09.12.2017).

13 Thomas Posch: Johannes Kepler. Die Entdeckung der Weltharmonie, Darmstadt 2017, S. 32–33.

14 Posch 2017, S. 156 und 158–159.

15 Posch 2017, S. 17.

Abb. 1
Julius Plücker:
Eine Ellipse und ein
imaginäres Geradenpaar,
Eigel & Lesemeister, 1880,
MNF-Ma-A77



Julius Plücker

Meridianflächen und Äquatorialflächen,
vor 1866 und um 1870 sowie 1880

Hanna Gabriela Diedrichs gen. Thormann

„Mit den Namen Plücker und Steiner ist für die deutsche Geometrie die Trennung in sogenannte analytische und synthetische Geometrie gegeben, welche bis in die allerneueste Zeit die Geometer in zwei getheilte Lager gespalten hat.“¹ Mit diesen Worten würdigten Alexander von Brill und Felix Klein den deutschen Physiker und Mathematiker Julius Plücker (1801–1868) posthum in den *Mathematischen Annalen* aus dem Jahr 1873. Plücker befasste sich unter anderem mit algebraischen Kurven, Singularitäten und Regelflächen. Nach ihm sind die Plückerschen Flächen (Abb. 1–4) und das Plücker Konoid – eine spezielle Form der Regelfläche – benannt. Plücker wirkte bis zu seinem Tode als erster Mathematikprofessor in Bonn. Bei ihm studierte Felix Klein als promovend und Assistent.

Das Interesse am Erscheinungsbild komplizierter mathematischer Flächen sei Plücker aus seiner Beschäftigung mit der Physik erwachsen. Angeregt durch den Naturforscher und Experimentalphysiker Michael Faraday (1791–1867) ließ Plücker zunächst Holzmodelle seiner Komplexflä-

chen bei Johannes Epkens in Bonn anfertigen.² Hierfür hatte Plücker „seine Modelle von Komplexflächen nach geeigneter Annahme der in der Gleichung vorkommenden Konstanten nur erst empirisch aus den Gleichungen der horizontalen Schnitte, bzw. der durch die z-Achse hindurchgehenden ‚Meridianschnitte‘ konstruieren lassen.“³ Sein Schüler Felix Klein entwarf später vier weitere Modelle,⁴ die zusammen mit Kopien von Plückers Modellen von der Firma Johann Eigel Sohn in Köln aus Metall gearbeitet und zum Kauf angeboten wurden.⁵

1866 stellte Plücker seine Modelle bei einem Vortrag in Nottingham vor und ließ anschließend ein zweites Set von Holzmodellen für die London Mathematical Society anfertigen. Dieses war unter anderem im Jahr „1876 Teil der ‚Special Loan Collection of Scientific Apparatus‘, einer Ausstellung im South Kensington Museum, das später Teil des Science Museums wurde, wo die Modelle [heute] immer noch ausgestellt werden.“⁶ (Abb. 5)

Die Serie mathematischer Modelle nach Plücker aus dem Mathematischen Institut der Universität Tübingen umfasst insgesamt 27 Zinkguss-Modelle (Abb. 6–27), die alle Flächen vierter Ordnung



Abb. 2
Julius Plücker:
Eine Hyperbel und eine
konzentrische Ellipse,
Eigel & Lesemeister, 1880,
MNF-Ma-A79



Abb. 3
Julius Plücker:
Zwei Parabeln,
Eigel & Lesemeister, 1880,
MNF-Ma-A85

Abb. 4
Julius Plücker:
Die Achsen
der erzeugenden
Ellipsen sind gegen die
Rotationsachsen geneigt,
Eigel & Lesemeister, 1880,
MNF-Ma-A96



Abb. 5
Julius Plücker:
Drei Äquatorialflächen-
Modelle, Johannes Epkens,
1866

Abb. 6
Julius Plücker:
Eine Ellipse und eine
Hyperbel mit dem selben
Zentrum,
Eigel & Lesemeister, 1880,
MNF-Ma-A70



darstellen. Diese Flächen lassen sich in Meridian- und Äquatorialflächen unterteilen. Sie stammen aus der mechanischen Werkstätte Eigel & Lesemeister – früher Johann Eigel Sohn – in Köln und wurden seit 1880 gemeinsam mit Kleins Modellserie zu einem Gesamtpreis von 450 Mark angeboten.⁷ Im Tübinger Sammelband von Alexander von Brill aus dem Jahr 1885 findet sich ein vierseitiges Werbeblatt zu dieser Serie in einer beige-fügten losen Blattsammlung. Die in Zink gearbeiteten Modelle liegen auf Mahagoniholzsockeln und bestehen aus mehreren Segmenten, die sich durch einen weiß-braunen Anstrich voneinander abheben. Wie in maschinengeschriebenen Zetteln vermerkt ist, die auf die Sockel geklebt sind, führen die Modelle dem Betrachter beispielsweise „[e]ine Hyperbel und eine konzentrische Ellipse, deren eine Achse mit der Hauptachse der Hyperbel zusammenfällt“ (Abb. 2), „Zwei Parabeln“ (Abb. 3) und eine „Meridiankompl[ex]fläche [mit] [z]wei Ellipsen [deren] Achsen [...] gegen die Rotationsachse geneigt [sind]“ (Abb. 4) vor Augen.

1 Alexander von Brill et al.: Zum Andenken an Rudolf Friedrich Alfred Clebsch. Versuch einer Darlegung und Würdigung

Abb. 7
Julius Plücker:
Zwei Systeme reeller
Geraden,
Eigel & Lesemeister, 1880,
MNF-Ma-A71



seiner wissenschaftlichen Leistungen von einigen seiner Freunde, in: *Mathematische Annalen*, Bd. 7, Heft 1, 1874, S. 1–55.

2 Mechthild Ulrike Plump: Julius Plücker – Leben und Werk eines analytischen Geometers im 19. Jahrhundert, Wuppertal 2014, S. 113.

3 Felix Klein in einem Schreiben, beiliegend in einem Brief von Alexander von Brill an Karl Weierstraß, München, am 12. April 1883. Geheimes Staatsarchiv Preußischer Kulturbesitz, Berlin, Signatur: GStA PK, VI. HA Familienarchive und Nachlässe, NI Weierstraß, Nr. 2, in: S. Edoardo Confalonieri: Beiträge zur Geschichte der Mathematischen Werke von Karl Weierstraß, Teil II, online self ed. 2013, S. 63–64.

4 [Johann Eigel Sohn]: Vier Modelle zur Theorie der Linien-Complexe zweiten Grades. Ausgeführt (nach Angaben von Prof. Dr. F. Klein in München) von Joh. Eigel Sohn, Mechanische Werkstätte Cöln a. Rh., Leipzig o. J., S. [3], in: Alexander von Brill: *Mathematische Modelle*, o. J. [Sammelband], Fachbibliothek Mathematik und Physik, Bereich Mathematik, Inventarnummer: 100/3. Online ist der Sammelband zu finden unter: <http://idb.ub.uni-tuebingen.de/diglit/BRILL> (11.03.2018).

5 Plump 2014, S. 120–121.

6 Plump 2014, S. 115–116.

7 Vgl. Inventarbuch der Mathematischen Sammlung der Universität Tübingen, 1933, S. 18–19, Ac44–Ac70; Lesemeister: [Werbeanzeige], in: *Mathematische Annalen*, Bd. 17, Heft 2, 1880.

Abb. 8
Julius Plücker:
Die Geraden des einen
Systems sind parallel,
Eigel & Lesemeister, 1880,
MNF-Ma-A72



Abb. 10
Julius Plücker:
Ein Paar reeller und ein Paar
imaginärer Geraden,
Eigel & Lesemeister, 1880,
[A74],
MNF-Ma-AC48

Abb. 9
Julius Plücker:
Zwei konzentrische Ellipsen,
Eigel & Lesemeister, 1880,
MNF-Ma-A73



Abb. 11
Julius Plücker:
Zwei Hyperbeln, die sich
in einem ihrer Scheitel
schneiden,
Eigel & Lesemeister, 1880,
MNF-Ma-A75

Abb. 12
Julius Plücker:
Eine Parabel und zwei
Geraden, die sich in ihrem
Scheitel schneiden, Eigel &
Lesemeister, 1880,
MNF-Ma-A78



Abb. 13
Julius Plücker:
Zwei Hyperbeln, deren
Hauptachsen sich kreuzen,
Eigel & Lesemeister, 1880,
MNF-Ma-A80



Abb. 16
Julius Plücker:
Zwei Hyperbeln, deren
Nebenachsen parallel sind,
Eigel & Lesemeister, 1880,
MNF-Ma-A83



Abb. 17
Julius Plücker:
Eine Hyperbel und ein kon-
zentrische imaginäre Ellipse,
Eigel & Lesemeister, 1880,
MNF-Ma-A84/AC58



Abb. 14
Julius Plücker:
Zwei konzentrische Ellipsen,
von denen eine imaginär ist,
Eigel & Lesemeister, 1880,
MNF-Ma-A81



Abb. 15
Julius Plücker:
Eine Hyperbel und
eine konzentrische
imaginäre Ellipse,
Eigel & Lesemeister, 1880,
MNF-Ma-A82



Abb. 18
Julius Plücker:
Entspricht dem Modell
[A73/AC47], welches vier
reelle doppeltzählende
Geraden hat, Eigel & Lese-
meister, 1880,
MNF-Ma-A86



Abb. 19
Julius Plücker:
Zwei Hyperbeln,
deren eine Asymptote
eine feste Richtung hat,
Eigel & Lesemeister, 1880,
MNF-Ma-A87

Abb. 20
Julius Plücker:
Zwei Parabeln,
Eigel & Lesemeister, 1880,
MNF-Ma-A88



Abb. 21
Julius Plücker:
Die aus neun Teilen beste-
hende Fläche hat acht reelle
Doppelpunkte und acht
reelle Doppelebenen,
Eigel & Lesemeister, 1880,
MNF-Ma-A89



Abb. 24
Julius Plücker:
Fünfteilig,
Eigel & Lesemeister, 1880,
MNF-Ma-A92



Abb. 25
Julius Plücker:
Zweiteilig, hat zwei doppelt-
zählende Geraden,
Eigel & Lesemeister, 1880,
MNF-Ma-A93



Abb. 22
Julius Plücker:
Siebenteilig, hat vier dop-
peltzählende Geraden, Eigel
& Lesemeister, 1880,
MNF-Ma-A90



Abb. 23
Julius Plücker:
Vierteilig, hat zwei doppelt-
zählende Geraden, Eigel &
Lesemeister, 1880,
MNF-Ma-A91



Abb. 26
Julius Plücker:
Die Erzeugenden
sind reelle Kreise,
Eigel & Lesemeister, 1880,
MNF-Ma-A94



Abb. 27
Julius Plücker:
Ähnliches Modell [A94/
Ac68]. Die Erzeugenden
sind Ellipsen,
Eigel & Lesemeister, 1880,
MNF-Ma-A95

Abb. 1
Christian Wiener:
Modell einer Fläche Dritter
Ordnung mit 27 reellen
Geraden, 1868,
MNF-Ma-A391



Christian Wiener

Modell einer Fläche Dritter Ordnung mit 27 reellen Geraden,
Karlsruhe, 1867/68 und 1869

Rebecca Rapp

Dieses Modell (Abb. 1) aus der von Alexander von Brill angelegten Tübinger Sammlung scheint sich auf den ersten Blick – trotz seiner komplexen Form – selbst zu erklären. Es ist mit farbigen Markierungen und Beschriftungen versehen. Der Erhaltungszustand ist nicht der beste, da der weiße Gips einige dunkle, stark verschmutzte Stellen aufweist. Sie stammen wohl aus der Zeit der Deponierung der Modellsammlung in einem Kohlenkeller.¹ Der erläuternde Text nennt nicht nur den Namen des verantwortlichen Mathematikers, sondern auch eine Datierung (Abb. 2) – offenbar werden alle Fakten aufgeführt, und Alles scheint geklärt. Oder doch nicht?

Denn schon ab den 1930er Jahren gerieten wichtige historische Informationen zu diesem Modell und auch es selbst in Vergessenheit. Das verrät ein Eintrag im Inventarbuch aus dem Jahr 1933. Dort liest man: „Fläche 3. Ordnung mit 27 reellen Geraden (Gips) (Von Dr. Christian Wiener, Karlsruhe). In Glaskasten, [später mit Bleistift ergänzt, Anm. d. Verf.:] Herkunft unbekannt [und, Anm. d. Verf.] im Keller!“²

Das Modell und die damit verbundene Theorie erläutert Dr. Christian Wiener ausführlich auf einem angeklebten Blatt Papier (Abb. 2) am Modell, das im Folgenden zur besseren Lesbarkeit wiedergegeben wird: „Modell einer Fläche dritter Ordnung mit 27 reellen Geraden. Construction des Modelles.

1. Bestimmende Eigenschaften der 27 Geraden: Bezeichnet man mit Schläfli [sic] die 27 Geraden mit 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 durch a1 a2 a3 a4 a5 a6 und b1 b2 b3 b4 b5 b6 c12 c13 c14 c15 c16 c23 c24 c25 c26 c34 c35 c36 c45 c46 c56, wobei die 12 a1 a2 a3 a4 a5 a6 b1 b2 b3 b4 b5 b6 eine Doppelsechs bilden, so schneidet jede b jede a ausser derjenigen mit gleicher Kennziffer und umgekehrt; z. B. b3 trifft a1, a2, a4, a5, a6. Jede c schneidet dagegen diejenigen a und b, welche die bei c stehenden Kennziffern besitzen; z. B. trifft c23 (=c32) die a2, a3, b2, b3; und da a2, b3, sowie a3, b2 sich schneiden, so ist c23 der Durchschnitt der Ebenen a2 b3 und a3 b2.

2. Construction der 27 Geraden:

Man nehme a1 willkürlich an und b2, b3, b4, b5, b6 derart dass sie a1 schneiden, so ist die Fläche



Abb. 2
Christian Wiener:
Modell einer Fläche Dritter
Ordnung mit 27 reellen
Geraden, 1868,
MNF-Ma-A391

bestimmt. Jede andre a construiren man als diejenige Gerade, welche vier der gegebenen b schneidet; von den zwei Geraden, welche diese Bedingung erfüllen, ist a , schon gegeben, so dass jede andre a sich eindeutig ergibt. So findet man z. B. a_2 neben a , als die Gerade, welche die b_3, b_4, b_5, b_6 schneidet. b_1 construiren man als die Gerade, welche 4 und dann auch die 5te der Geraden a_2, a_3, a_4, a_5, a_6 trifft. Aus der Doppelsechs erhält man dann die c in der angegebenen Weise, z. B. c_{23} als Durchschnitt der Ebenen $a_2 b_3$ und $a_3 b_2$.

3. Construction der Erzeugenden der Fläche; Jede Ebene, welche durch eine der 27 Geraden geht, schneidet die Fläche ausserdem in einem Kegelschnitte, der als Erzeugende der Fläche betrachtet werden kann. Eine solche Ebene wird von den übrigen 26 Geraden in Punkten geschnitten, von denen 10 auf einer Geraden (im Modelle a_1), die übrigen 16 auf dem Kegelschnitte liegen der dadurch überschüssig bestimmt ist. 5 mal geht der Kegelschnitt in ein Paar von Geraden über.

Carlsruhe im Winter 1867/68 Dr. Christian Wiener, Professor am Polytechnikum.“
Ludwig Christian Wiener war der Sohn eines großherzoglich hessischen Kriminalrichters und

studierte nach dem Abitur, das er mit 16 Jahren ablegte, ab 1843 Architektur und Ingenieurwesen in Gießen. Nach der Staatsprüfung im Jahr 1847 erhielt er einen Lehrauftrag für Physik, Mechanik, Hydraulik und darstellende Geometrie an der Höheren Gewerbeschule in Darmstadt – 1850 folgten die Promotion und die Habilitation im Fach Mathematik in Gießen. Anschließend absolvierte Wiener ein Aufbaustudium in Maschinenbau am Karlsruher Polytechnikum; der Rückkehr nach Gießen und einer kurzen Tätigkeit als Privatdozent folgte im Januar 1852 die Erteilung eines Lehrauftrags für darstellende und praktische Geometrie am Polytechnikum sowie im Juli die Ernennung zum Professor für dieses Fach. Für seine wissenschaftlichen Leistungen wurde Wiener 1875 zum Hofrat und 1880 zum Geheimen Hofrat ernannt – bereits 1869 hatte er das Ritterkreuz Erster Klasse des Ordens vom Zähringer Löwen erhalten.³

Das vorliegende Modell nahm seinen Anfang im September 1867, als Christian Wiener die Naturforscherversammlung in Frankfurt am Main besuchte. Dort stellten auf Anregung von Alfred

Clebsch die Mitglieder der mathematischen Sektion das Ersuchen an ihn, er möge von den 27 Geraden einer Fläche dritter Ordnung ein Modell anfertigen.⁴ Dies und die Erinnerung daran, dass eben diese Fläche nicht lange zuvor erst auch den Stoff zu einer gestellten Preisaufgabe der Berliner Akademie der Wissenschaften gebildet hatte – all das veranlasste Wiener schließlich im Winter 1867/68 sich der Aufgabe anzunehmen. Bereits zu Pfingsten 1868 führte Wiener sein Urmodell anlässlich einer Zusammenkunft der Mathematiker in Bensheim an der Bergstraße vor. Dieses Treffen der Kollegen und der von Wiener vorgeführte Prototyp übten einen „wesentlichen Impuls“ auf Felix Klein in Bezug auf seine weiteren Arbeiten zur „anschaulichen Geometrie“ und zum Modellbau aus, wenn auch, wie er rückblickend zum Modell kritisch anmerkt, dieses „noch ganz unsymmetrisch, durch empirische Konstruktion hergestellt“⁵ war.

Welches Ansehen Christian Wiener (Abb. 3) sowohl als Mensch als auch als Wissenschaftler zuteil wurde, zeigt ein längerer Nachruf aus dem Jahr 1899 im Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung.⁶ Darin wurde Wiener,



Abb. 3
Unbekannter Fotograf:
Christian Wiener,
um 1885

der am 31. Juli 1896 verstarb, durch Alexander von Brill auch eine besondere Ehrung zuteil für seine Fähigkeiten und Verdienste im Bau von mathematischen Modellen: „Seinem hervorragenden Formensinn verdankt man aber vor allem die räumliche Darstellung von vielen der geometrischen Gebilde, die ihn beschäftigt haben. In den mathematischen Sammlungen der Technischen Hochschule zu Karlsruhe sind zahlreiche Schränke gefüllt mit Modellen von Rumcurven und Oberflächen, die er selbst oder seine Schüler hergestellt haben, und an deren eleganter und lehrreicher Ausführung auch das Auge des Nicht-Geometers sich erfreut. Wiener war einer der ersten, die Veranschauligungsmittel für den mathematischen Unterricht hergestellt und verwendet haben.“ Unter den aufgezählten Modellen nimmt das „Modell einer Fläche Dritter Ordnung mit 27 reellen Geraden“ eine herausragende Stellung ein, da es Wiener nach Brills Ansicht „überhaupt zuerst in weiteren mathematischen Kreisen bekannt gemacht hat.“⁷

Ein Exemplar des Modells von Christian Wiener – wohl in der Zeit Brills erworben – befand sich nachweislich in der Modell-Sammlung der TU

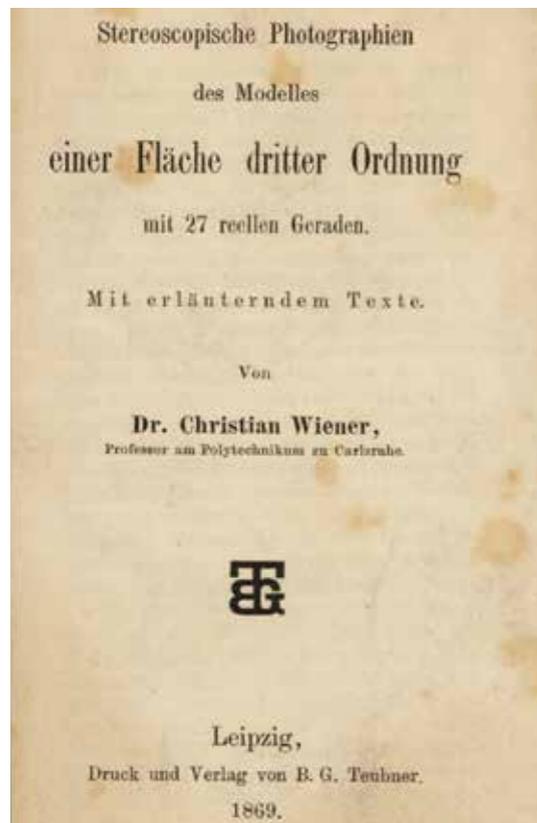


Abb. 4
 Titelblatt von:
 Christian Wiener: Stereoscopische Photographien des Modelles einer Fläche dritter Ordnung mit 27 reellen Geraden. Mit erläuterndem Texte, Leipzig 1869

München.⁸ Zwei Einträge zum Modell „Fläche Dritter Ordnung mit 27 reellen Geraden“ finden sich zudem im großen Münchner Katalog zur Ausstellung von Walther von Dyck im Jahr 1893.⁹ Hier werden einerseits zwei „stereoskopische Photographien“ (Abb. 4–5) versehen mit einer Anleitung von Wiener, die durch den Leipziger Verlag B. G. Teubner 1869 gedruckt und vertrieben wurden, und andererseits ein „Gypsmodell, nebst zugehörigen Photographien“ genannt. Bei letzterem Eintrag wird jedoch nur Wiener, aber kein Verleger genannt. Aus der Anleitung zu den stereoskopischen Photographien, von denen sich ein Exemplar in Tübingen erhalten hat, erfährt man, dass „Derartige Gypsabgüsse des Modelles auf einer polirten Grundplatte, deren Preis 50 fl. beträgt“ beim Autor bestellt werden konnten. Wiener hatte aufgrund der wiederholten Nachfrage sein Urmodell durch Gypsabgüsse – wohl auf eigene Rechnung – in Karlsruhe (Abb. 6) vervielfältigen lassen.¹⁰

Die Verbindungen zwischen Wiener und Brill sind zahlreich; beide verbindet mehr als ihr gemeinsamer Geburtsort Darmstadt. „Alexander Wilhelm Brill (seit 1897 von Brill) wurde am 20. September

1842 in Darmstadt geboren und starb am 18. Juni 1935 in Tübingen [...]. Die Mutter Julie (Henriette Simonetta) geb. Wiener war eine Schwester von Ludwig Christian Wiener, der am Polytechnikum Karlsruhe das Fach Darstellende Geometrie vertrat.“¹¹ Brill studierte zunächst von 1860 bis 1862 nicht Mathematik, sondern Architektur und Ingenieurwissenschaft, und zwar am Polytechnikum in Karlsruhe. Mit der Mathematik kam er dort durch Kurse seines Onkels Ludwig Christian Wiener und in den Mechanikvorlesungen von Alfred Clebsch (1833–1872) in Berührung, der einer der Begründer der algebraischen Geometrie in Deutschland war.¹² Zudem finden sich Modelle von Christian Wiener im Programm des Ludwig-Brill-Verlages; so stammt die elfte Serie daher.¹³

Daher verblüfft es, dass man in Tübingen, wie aus dem Eintrag im Inventarbuch aus dem Jahr 1933 zu ersehen, nicht mehr nachvollziehen konnte, durch wen das Wiener Gypsmodell in die Brill'sche Sammlung kam. Klar ist, dass Alexander von Brill den Weg zur Mathematik über seinen Onkel gefunden hat¹⁴ und dass in Wiener die Person gesehen werden kann, die maßgeblich das Interesse von Brill an Modellen weckte und deshalb als einer der Paten für den Beginn der Tübinger Sammlung steht. Somit gebührt dem Modell von Wiener, wohl ein Geschenk des Onkels an den Neffen und von Letzterem in seinem Vortrag von 1886¹⁵ wegen seiner modellgeschichtlichen Stellung hervorgehoben, ein besonderer Platz in der Tübinger Sammlung.

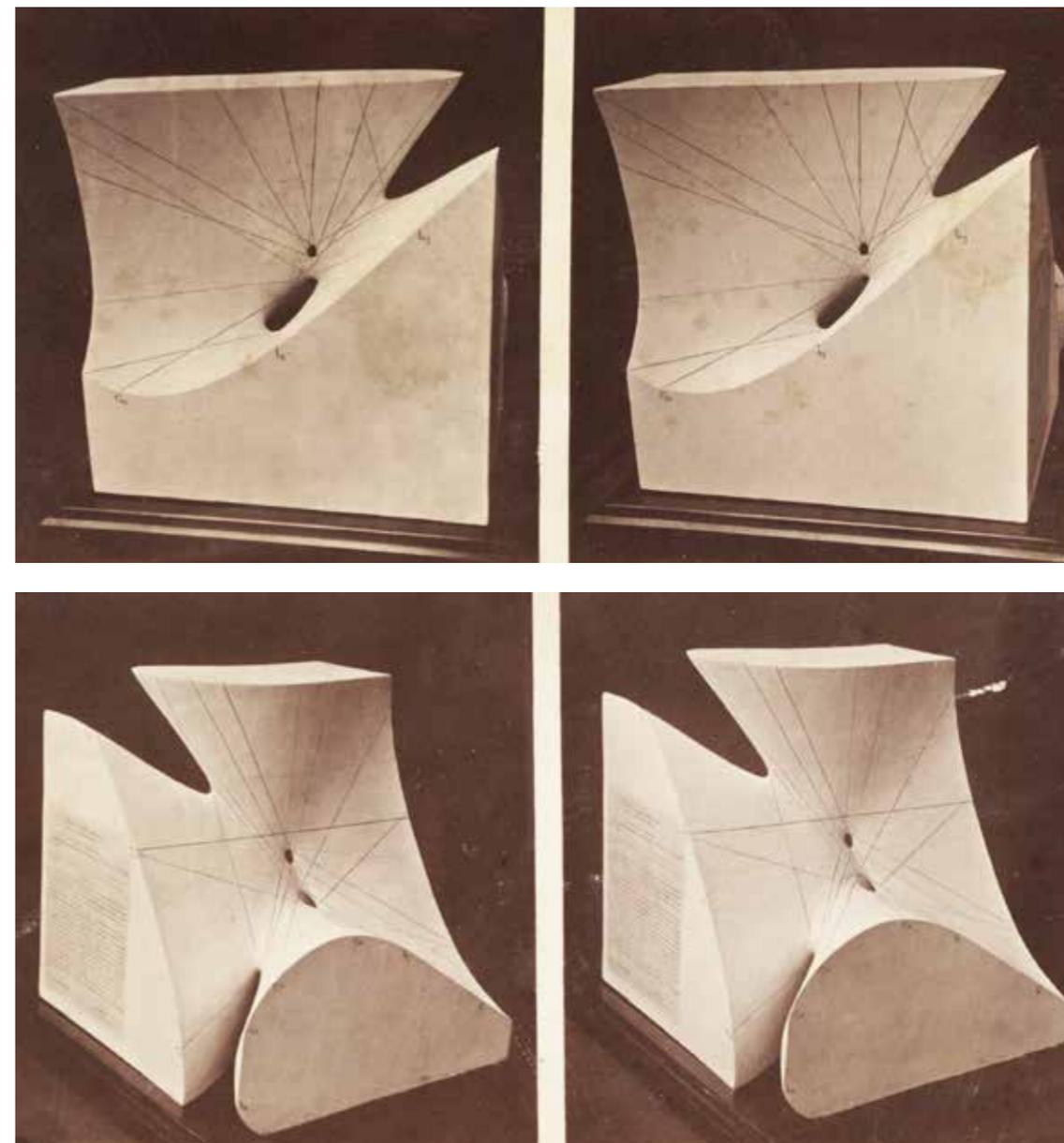


Abb. 4 und 5
 Zwei Fotografien aus
 Wieners „Stereoscopische
 Photographien“,
 Leipzig 1869

Abb. 5

Abb. 6
Werbeanzeige für ein Modell von Christian Wiener, in: Mathematische Annalen, 1869, Bd. 1, Heft 3

Auf feste Bestellung ist durch alle Buchhandlungen zu beziehen:

STEREOSCOPISCHE PHOTOGRAPHIEN
DES MODELLES EINER
FLÄCHE DRITTER ORDNUNG
MIT 27 REELLEN GERADEN.
MIT ERLÄUTERNDEN TEXTE
VON
DR. CHRISTIAN WIENER,
PROFESSOR AM POLYTECHNIKUM ZU CARLSRUHE.
In Couvert. Preis 24 Ngr.

Der Verfasser, angeregt durch die mathematische Section der Naturforscher-Versammlung in Frankfurt und bewogen durch das grosse Interesse, welches die Flächen dritter Ordnung gegenwärtig in der mathematischen Welt finden — das auch in einer einschlägigen Preisaufgabe der Berliner Akademie der Wissenschaften Ausdruck fand —, unternahm es, ein grösseres Modell ($1\frac{1}{2}$ Fuss Ausdehnung) einer solchen Fläche mit 27 reellen Geraden zu construiren und in Carton herzustellen. Nach diesem liess er ein Modell in Gips anfertigen, von dem Abgüsse zu übermitteln er bereit ist. Um aber die Anschauung der eigenthümlichen Gestalt einer solchen Fläche, sowie sie nur immer in Abbildungen gegeben werden kann, möglichst zu verbreiten, hat der Verfasser stereoscopische Photographien des Modelles von zwei Seiten her aufnehmen lassen, welche die merkwürdigen Oeffnungen in der Fläche, sowie die Geraden und die kegelschnittförmigen Ergänzenden deutlich vor Augen stellen. Diese Stereoscopien, verbunden mit der Erläuterung der Constructionsweise, bilden den Inhalt dieser soeben erscheinenden Veröffentlichung.

1 Vgl. hierzu den Beitrag von Sieghart Stangler in diesem Band.

2 Katalog des Mathematischen Seminars. Inventar des Mathematischen Seminars der Universität Tübingen mit Ausschluss der Bücher, 1933, S. 16–17.

3 <http://stadtlexikon.karlsruhe.de/index.php/De:Lexikon:-bio-0179> (15.12.2017).

4 Christian Wiener: Stereoscopische Photographien des Modelles einer Fläche dritter Ordnung mit 27 reellen Geraden. Mit erläuterndem Texte, Leipzig 1869, S. 3.

5 Felix Klein: Anschauliche Geometrie, in: Felix Klein gesammelte mathematische Abhandlungen, 3 Bde., Hg. von R. Fricke und H. Vermeil, Bd. 2, Berlin 1922, S. 3.

6 Alexander von Brill, Leonhard Sohncke: Zum Gedächtnis, Christian Wiener, in: Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung, 1899, Bd. 6, S. 46–69.

7 Beide Zitate aus: Brill, Sohncke 1899, S. 48.

8 Theodor Kuen: Catalog der Modell-Sammlung des mathematischen Instituts der k. technischen Hochschule [München], aufgestellt im Januar 1882 von Theodor Kuen und fortgeführt, berichtigt und ergänzt 1934 [heute: TU München, Garching, M10], S. 137. „Fläche 3ter Ordnung mit 27 reellen Geraden von Chr. Wiener“.

9 Walther von Dyck: Katalog mathematischer und mathematisch-physikalischer Modelle, München 1892/1893, I. Abteilung, S. 263, Nr. 162 und II. Abteilung, Nachtrag, S. 57–58, Nr. 143a.

10 Wiener 1869, Anmerkung S. 4.

11 Gerhard Betsch: Alexander von Brill (1842–1935), in: Bausteine zur Tübinger Universitätsgeschichte (Hg. von Volker Schäfer), Folge 3, 1987, Universitätsarchiv, S. 71.

12 Betsch 1987, S. 73.

13 Ludwig Brill: Catalog mathematischer Modelle [...], Darmstadt 1888, 1. Teil, S. 23.

14 Theodor Kuen: Catalog der Modell-Sammlung des mathematischen Instituts der k. technischen Hochschule [München], aufgestellt im Januar 1882 von Theodor Kuen und fortgeführt, berichtigt und ergänzt 1934 [heute: TU München, Garching, M10], S. 137. Noch bevor Alexander von Brill nach Tübingen kam, hatte er wohl schon ein Exemplar des Modells „Fläche 3ter Ordnung mit 27 reellen Geraden von Chr. Wiener“ für die Münchner Modell-Sammlung erworben.

15 Alexander von Brill: Über die Modellsammlung des mathematischen Seminars der Universität Tübingen [Vortrag gehalten 1886], in: Mathematisch-naturwissenschaftliche Mitteilungen (Hg. v. Otto Böckl), Bd. 2, 1887–1888, Tübingen 1889, S. 73–74. „In dem Maße, als in Deutschland die darstellende Geometrie, der Anregung hervorragender Vertreter dieses Faches folgend, sich der Hilfsmittel der projektiven Geometrie bemächtigte, übertrug man das Interesse an der Veranschaulichung der geometrischen Gebilde auf das neu erworbene Feld. Das erste Modell einer Fläche dritter Ordnung mit ihren 27 geraden Linien (1868) rührt von Chr. Wiener [...] her [...]“

Abb. 1
Felix Klein:
Singularitätenfläche des
allg. Complexes zweiter
Ordnung, 1871,
Eigel & Lesemeister, 1880,
MNF-Ma-A100



Felix Klein

Modelle zur Theorie der Linienkomplexe zweiten Grades, 1871 und 1880

Hanna Gabriela Diedrichs gen. Thormann

Ergänzend zur 27-teiligen Modellserie der „Plücker'schen Flächen: Meridianflächen und Äquatorialflächen“, ausgeführt nach den Angaben von Julius Plücker, entwarf dessen Schüler und letzter Promovend Felix Klein vier weitere Modelle (Abb. 1–4). Sie wurden zusammen mit Plücker's Modellen von der Kölner Firma Eigel & Lesemeister (Abb. 5) – zuvor Johann Eigel Sohn, mechanische Werkstätte, gegründet 1871¹ – seit 1880 aus Metall gearbeitet und verkauft.² Ebenso wie die Plücker'schen Modelle, wurden auch Kleins Konstruktionen in Zink gearbeitet, mit einem weißbraunen Anstrich versehen und auf Sockeln aus Mahagoni montiert.

Klein beschreibt diese vier Modelle im Jahr 1883: „Nr. 1 die allgemeine Kummer'sche Fläche [...] mit 16 Doppelpunkten und 16 Doppelebenen, Nr. 2 die allgemeine Komplexfläche, d.h. die Kummer'sche Fläche mit Doppelgerade und noch acht Doppelpunkten und acht Doppelebenen, Nr. 3 die besondere Komplexfläche, deren Leitlinie eine Komplexgerade ist [...] [und] Nr. 4 diejenige Komplexfläche, deren Leitlinie eine singuläre Linie

des Komplexes ist.“ Im selben Schreiben gibt Felix Klein auch den Grund für die Konzeption der Modelle an: „Untersuchungen über die gestaltlichen Verhältnisse der Kurven und Flächen, überhaupt die im Raume gedeuteten Gebilde der Analysis, haben mich von je besonders interessiert. Den ersten Anstoß zu einschlägigen Arbeiten hat mir noch während meiner Bonner Studienzeit meine Assistententätigkeit bei Plücker gegeben.“³

Klein studierte von 1865 bis 1866 Physik und Mathematik bei Julius Plücker an der Universität Bonn. Im Jahr 1866 wurde er sein Assistent, unterstützte ihn bei der Herausgabe seiner Publikationen und schloss seine Promotion „Über die Transformation der Gleichungen zweiten Grades zwischen Linien-Coordinaten auf eine kanonische Form“ im Dezember des Jahres 1868 in Bonn ab. Jedoch war Plücker zu diesem Zeitpunkt bereits verstorben.⁴ Nach Plücker's Tod blieb sein Werk über die Liniengeometrie zunächst unvollendet, bis Klein sich dieser Aufgabe annahm.

Unter der Leitung des Gießener Mathematikprofessors Alfred Clebsch, der die Herausgabe der Plücker'schen Werke übernommen hatte, stellte Klein für seinen verstorbenen Lehrer den zweiten

Abb. 2
Felix Klein:
Allgemeine Komplexfläche
zweiten Grades, 1871, Eigel
& Lesemeister, Köln, 1880,
MNF-Ma-A97



Teil des Buches „Neue Geometrie des Raumes“⁵ auf Grundlage der vorhandenen Manuskripte fertig. Im Jahr 1872 erhielt Klein einen Ruf nach Erlangen, später war er als Professor in München, Leipzig und Göttingen tätig.⁶ Im Kontext der Verehrung und Vervollständigung des Werkes von Julius Plücker ist auch die vierteilige Modellserie zur Theorie der Linienkomplexe zweiten Grades zu sehen. Hierzu schrieb Klein im Jahr 1922: „Die so auf Plücker selbst zurückgehenden Modelle bildeten indes keine vollständige Serie, waren auch im Einzelnen ungleichwertig, und es lag gewiß nicht im Sinne ihres Urhebers, wenn dieselben später trotzdem verschiedentlich als zusammengehörige Kollektion verbreitet worden sind. Ich habe deshalb im Herbst 1871, um das Wesentliche der Sache herauszuheben, von mir aus vier neue Modelle der hauptsächlich in Betracht kommenden Flächentypen veröffentlicht, wobei ich die Verhältnisse so wählte, daß die jeweils auftretenden singulären Punkte und Ebenen sämtlich reell ausfielen.“⁷ Wo Plücker „seine Modelle von Komplexflächen nach geeigneter Annahme der in der Gleichung vorkommenden Konstanten nur erst empirisch

Abb. 3
Felix Klein:
Allgemeine Komplexfläche
zweiten Grades. Partikulari-
sation der vorherigen [A97],
Eigel & Lesemeister,
Köln, 1880,
MNF-Ma-A98



aus den Gleichungen der horizontalen Schnitte konstruieren“⁸ ließ, konstruierte Klein mit Hilfe seines Freundes und Kollegen Albert Wenker⁹ seine Modelle geometrisch, indem er „die Ebenen benutzte, welche die Flächen nach Erstreckung ganzer Kegelschnitte berührten.“¹⁰ Felix Klein war zusammen mit Alexander von Brill entscheidend daran beteiligt, dass mathematische Modelle konzipiert, produziert und auf den Markt gebracht wurden. Als Kollegen arbeiteten sie von 1875 bis 1880 an der damaligen Technischen Hochschule München eng zusammen und trugen so entscheidend zum Durchbruch und zur Verbreitung der Modelle sowohl als Instrumente der Forschung als auch als Anschauungsobjekte der Lehre bei.¹¹

Abb. 4
Felix Klein:
Allgemeine Komplexfläche
zweiten Grades. Die Achse
ist ausgezeichnete
Komplexlinie, Eigel &
Lesemeister, Köln, 1880,
MNF-Ma-A99



Abb. 5
Werbeanzeige der Firma
Lesemeister, in:
Mathematische Annalen,
Bd. 17, Heft 2, 1880

Verlag von **F. C. W. Vogel** in Leipzig.

Soeben erschienen:

Das Grössengebiet
der
Vier Rechnungsarten.
Ein erkenntnistheoretischer Versuch
von
A. Fick,
Professor der Physiologie in Würzburg
== 1 Mark. ==

Die mathematischen Modelle
zur Theorie der Linien-Complexes zweiten Grades
nach Prof. Dr. F. Klein in Leipzig.

Die Plücker'schen Flächen-Modelle
(früher von **Joh. Eigel Sohn**)
fertig jetzt als Specialität
W. Lesemeister in Cöln,
mechanische Werkstätte.

Preise und Beschreibungen auf Wunsch zu Diensten; beide Collectionen stets in sauberer Ausführung vorrathig.

Neuer Verlag der **H. Laupp'schen Buchhdlg.** in **Tübingen.**
du Bois Reymond, Prof. Dr. P., Zur Geschichte der
trigonometrischen Reihen. Eine Entgegnung. gr. 8. geh.
M. 1.50.

1 Christoph Sandler: Industrie-Lexicon von Rheinland-Westphalen, Leipzig 1875, S. 5.

2 Mechthild Ulrike Plump: Julius Plücker – Leben und Werk eines analytischen Geometers im 19. Jahrhundert (Diss. Univ. Wuppertal), Wuppertal 2014, S. 120–121.

3 Beide Zitate nach: Felix Klein in einem Schreiben, beiliegend in einem Brief von Alexander von Brill an Karl Weierstraß, München, am 12. April 1883. Geheimes Staatsarchiv Preußischer Kulturbesitz, Berlin. Signatur: GStA PK, VI. HA Familienarchive und Nachlässe, NI Weierstraß Nr. 2. In: S. Edoardo Confalonieri: Beiträge zur Geschichte der Mathematischen Werke von Karl Weierstraß, Teil II, online self ed., 2013, S. 63.

4 Rüdiger Thiele: Felix Klein in Leipzig, mit F. Kleins Antrittsrede Leipzig 1880, Leipzig 2011, S. 87.

5 Felix Klein und Julius Plücker: Neue Geometrie des Raumes, gegründet auf die Betrachtung der geraden Linie als Raumelement, Leipzig 1869.

6 Website des Hausdorff Center for Mathematics der Universität Bonn über Felix Christian Klein: <https://www.hcm.uni-bonn.de/de/about-hcm/mathematics-in-bonn/history-of-mathematics-in-bonn/about-felix-klein/> (27.11.2017).

7 Felix Klein: Gesammelte mathematische Abhandlungen, Bd. 2, Berlin 1922, S. 7.

8 Felix Klein in einem Schreiben, beiliegend in einem Brief von Alexander von Brill an Karl Weierstraß, München, am 12. April 1883. Geheimes Staatsarchiv Preußischer Kulturbesitz, Berlin. Signatur: GStA PK, VI. HA Familienarchive und Nachlässe, NI Weierstraß, Nr. 2, in: Confalonieri 2013, S. 63.

9 Albert Wenker (1850–1871), Mitarbeiter in der Firma Pistor & Martins in Berlin; kein Datensatz (GND) in der Deutschen Nationalbibliothek vorhanden. Vgl: Festschrift zur fünfzigjährigen Gedenkfeier der am 28. Mai 1838 erfolgten Begründung des Realgymnasiums, Hg. Städtisches Realgymnasium mit Gymnasialklassen zu Düsseldorf, Düsseldorf 1888, S. 36. <http://digital.ub.uni-duesseldorf.de/urn:urn:nbn:de:hbz:061:1-476114>.

10 Felix Klein in einem Schreiben, beiliegend in einem Brief von Alexander von Brill an Karl Weierstraß, München, am 12. April 1883, in: Confalonieri 2013, S. 63.

11 Plump 2014, S. 121.

Abb. 1
Johann Ehrhard:
Kugel, Lehrmittelanstalt J.
Ehrhard & Cie,
vor 1872/1876,
MNF-Ma-A126



Johann Ehrhard

Modelle in Holz der Lehrmittel-Anstalt J. Ehrhard & Cie.,
Bensheim vor 1872/1876

Rebecca Rapp

Kugel, Kugel in zwei Halbkugeln, abgeglatter Rotationsellipsoid, verlängerter Rotationsellipsoid: Auf den ersten Blick erscheinen diese vier gedrehten Modelle (Abb. 1–4) aus dunklem Holz recht unspektakulär, auch wenn sie alle laut dem Inventar aus dem Jahr 1933 aus „Birnbäumholz“ gefertigt sein sollen.¹ Auch durch ihre jeweilige Form gelingt es ihnen nicht, große Aufmerksamkeit auf sich zu ziehen. Doch gerade dieser erste Eindruck täuscht, denn genau das, was sie unscheinbar und simpel erscheinen lässt, ist das Bemerkenswerte und Besondere der Objektgruppe – ihre Materialität. Alle Modelle wurden augenscheinlich aus demselben Holz hergestellt und weisen daher den identischen gleichmäßig braunroten Farbton auf. Zugleich erkennt man diverse Gebrauchsspuren, dunkle Flecken, Markierungen und Nummerierungen. Mit diesen Modellen wurde offensichtlich gearbeitet, sie wurden aktiv von Studierenden genutzt. Hergestellt wurden die Modelle von der Lehrmittel-Anstalt J. Ehrhard & Cie in Bensheim,² diverse Unterlagen zu dieser Anstalt befinden sich heute

in der Firmenschriftensammlung des Deutschen Museums³ in München. Zur Datierung dieser Objektgruppe gibt der große und umfassende Katalog mathematischer und mathematisch-physikalischer Modelle von Walther von Dyck erste Anhaltspunkte. Diese Publikation entstand in Verbindung mit einer Ausstellung der Deutschen Mathematiker-Vereinigung (DMV) im Herbst 1892 in Nürnberg, auf welcher „Ehrhard, J. & Co., Lehrmittelanstalt, Bensheim, Hessen“⁴ mit diversen Modellen vertreten war – darunter auch Modelle in der Art der Tübinger Objektgruppe. Aufgeführt wurden sie in der Rubrik Modelle für den Elementar-Unterricht in Planimetrie, Stereometrie, Trigonometrie und Darstellender Geometrie.⁵ Im „Haupt-Katalog“⁶ der Bensheimer Lehrmittelanstalt aus dem Jahr 1876 (Abb. 5) finden sich zwei Einträge zu Serien mit mathematischen Holz-Modellen. Die Anzeige auf Seite 32 charakterisiert die „Geometr. Körper“ mit den Worten „aus feinstem Birnbäumholz“. Noch etwas früher datiert eine Anzeige (Abb. 6) von J. Ehrhard & Cie im „Oesterreichischen Schul-Kalendar für das Jahr 1872“.⁷ Hier wird explizit für „Geometrische Körper“ aus „massiver Holzmasse“ geworben.



Abb. 2
Johann Ehrhard:
Kugel in zwei Halbkugeln,
Lehrmittelanstalt
J. Ehrhard & Cie,
vor 1872/1876,
MNF-Ma-A127



Abb. 3
Johann Ehrhard:
Sphäroid (abgeplatteter
Rotationsellipsoid), Lehrmit-
telanstalt J. Ehrhard & Cie,
vor 1872/1876,
MNF-Ma-A128

Abb. 4
Johann Ehrhard:
Verlängerter Rotations-
ellipsoid, Lehrmittelanstalt
J. Ehrhard & Cie,
vor 1872/1876,
MNF-Ma-A129b



Aus welcher dieser Reihen und Serien die Tübinger Modelle stammen, muss aufgrund der unspezifischen Angaben in den Werbeanzeigen offen bleiben, auch wenn es naheliegend erscheint aufgrund der selben Nennung des Materials Birnbaumholz eine Verbindung zur Anzeige aus dem Jahr 1876 zu ziehen.

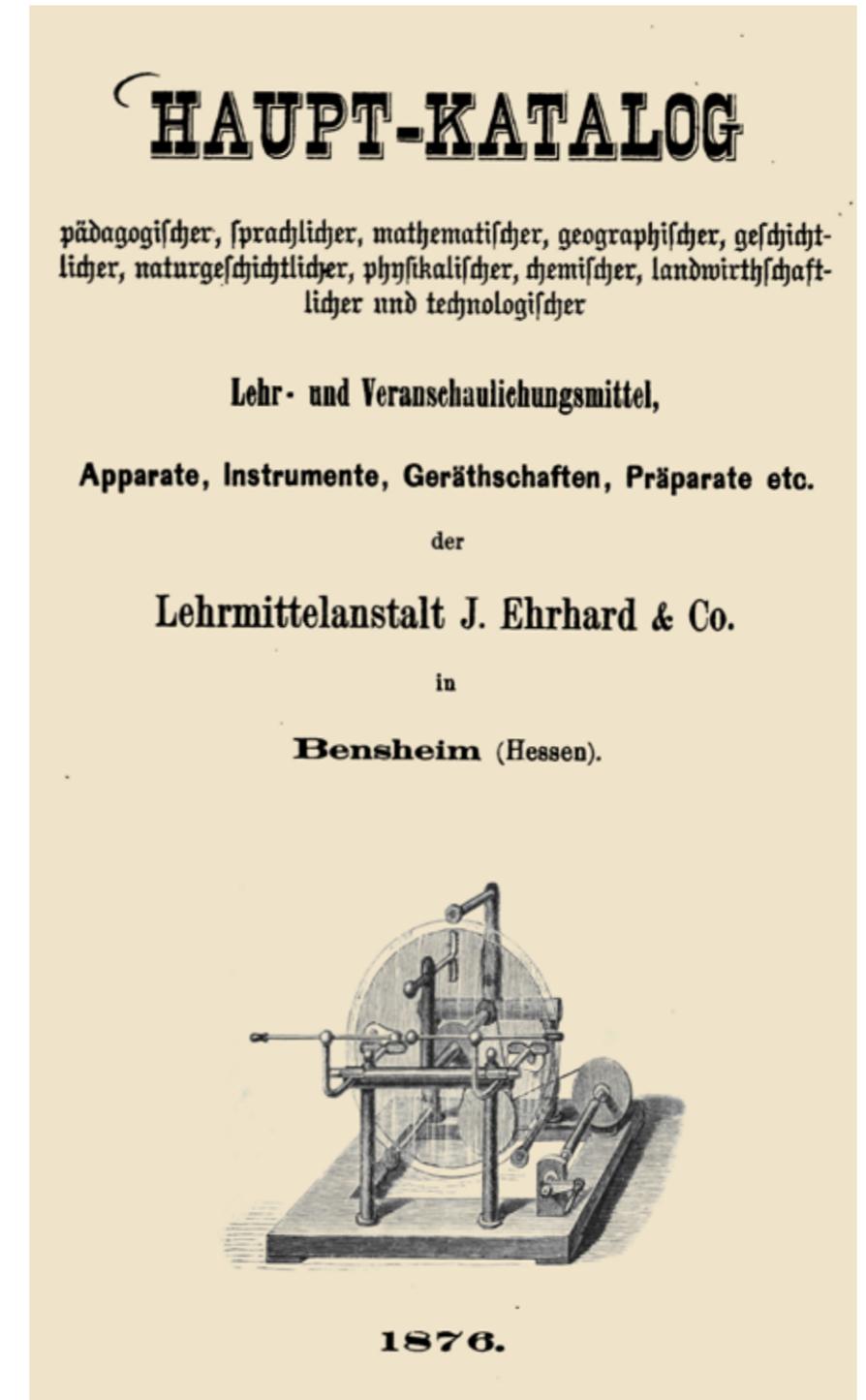
Alexander von Brill machte in einem Vortrag deutlich, dass die Lehrmittel in seiner Modellsammlung gerade dem direkten Umgang dienen sollten: „Ich finde, der Vortrag läßt sich mit Hilfe derselben lebendiger, der Unterricht eindringlicher gestalten, und man wird doch immer nur auf einen Teil derselben [Lehrmittel, Anm. d. Verf.] verzichten können, weil ja die ganze Zeichensprache der Mathematik, jede Formel und jedes Symbol für die Anschauung geschaffen ist.“⁸ So wie diese Modelle hier für die von Brill aufgebaute Tübinger Sammlung stehen, so repräsentieren sie auch perfekt den Grundgedanken der begleitenden Ausstellung „Mind and Shape – Modelle und Porträts Tübinger Mathematik“, indem sie den Verstand mit der Gestalt verbinden – hier findet die Rationalität der mathematischen Körper eine

sichtbare und unmittelbar erfahrbare Form. Und als eine solche wurden die Modelle auch wahrgenommen, das beweisen die diversen Gebrauchsspuren. Die Modelle wurden aktiv genutzt – so stammen die dunklen Flecken (Abb. 1) vermutlich von Tinte diverser Studenten. Verschiedene Inventarnummern⁹ und Ziffern auf ihrer Oberfläche (Abb. 3–4) belegen ihre Nutzung über einen längeren Zeitraum hinweg.

Die hölzernen Modelle erscheinen zunächst unspektakulär. Dabei ist Holz neben Stein und Metall einer der Grundstoffe menschlicher Kulturaktivität, an ihm wurde und wird geschätzt, dass es in so vielen Arten auftritt, dass es sich verschiedensten Verwendungszwecken anbietet und dem Laien wie dem professionellen Handwerker zur Verfügung steht¹⁰ – es besticht durch sein lebendiges Ausgangsmaterial.¹¹ Darüber hinaus handelt es sich keineswegs um ein günstiges Material; Birnbaum gehört neben Kirsch- und Nussbaum zu den gesuchtesten einheimischen Edelhölzern und kommt wie alle Obsthölzer zumeist nur in kleinen Mengen zum Verkauf.¹² Die Birne liefert ein gleichmäßig strukturiertes, dichtes und hartes Holz, nach seiner Trocknung ist es von

hoher Formbeständigkeit. Aufgrund dieser Eigenschaften wurde Birnholz zur Anfertigung von Zeichen- und Messgeräten, wissenschaftlichen Instrumenten sowie im Formen- und Modellbau verwendet. Gerade im Modellbau besitzt das Holz des Birnbaums beste Eignung. Haptisch anschmiegsam und zugleich robust im Umgang ist Birnbaumholz perfekt geeignet für Modelle zur Forschung und Lehre. Mag der jeweils dargestellte Körper in der Theorie auch einfach erscheinen – seine Umsetzung ist es keineswegs. Durch das schlichte und zugleich wertvolle Material wird das zunächst so unscheinbare Modell zu einem individuellen und lebendigen Anschauungsobjekt – Einzigartigkeit garantiert.

Abb. 5.1–5.3
Titelblatt und zwei Anzeigen, in: Lehrmittel-Anstalt J. Ehrhard & Cie: Haupt-Katalog pädagogischer [...] mathematischer [...] Veranschaulichungsmittel, 1876, Titelblatt, S. 26 und S. 32



Verlag der Lehrmittelanstalt J. Ehrhard & Co. in Bensheim.

Spezial-Verzeichnisse

der

neun Sammlungen geometrischer Körper

zur Veranschaulichung

Stereometrischer Begriffe und Lehrsätze

zusammengestellt von

G. Köpp.

Werden **gratis** von uns abgegeben.

Schulbücher aus **G. M. J. Müller's** Verlag
Berlin W. Wilhelmstraße 91.
Empfohlen durch hohe Schulbehörden.

A. Böhme's Rechenbücher. (Mit über 50,000 Aufgaben.)
Neubearbeitung nach dem Reichs-Mess-, Maß- und Gewichts-System.

A. Für die abschliessende Volksschule:
Aufgaben zum Rechnen. 5 Hefte (über 12,000 Aufgaben in **Doppel-**
curfen). Nr. I. 15 Pf.; Nr. II. 20 Pf.; Nr. III. 25 Pf.; Nr. IV. 30 Pf.;
Nr. V. 30 Pf.

B. Für die weiterführende Volksschule:
Übungsbücher im Rechnen. 5 Hefte. Nr. VI. 35 Pf.; — Nr. VII.
35 Pf.; — Nr. VIII. 40 Pf.; — Nr. IX. 50 Pf.; — Nr. X. 50 Pf.

Als Erweiterung für beide Ausgaben dienen:
Übungsbücher. Fernere 3 Hefte. Nr. XI. 75 Pf.; — Nr. XII. gebunden
1 M. 10 Pf.; — Nr. XIII. gebunden 2 M.

C. Für die Herren Lehrer:
Anleitung zum Unterricht im Rechnen 4 M. — **Wandrechttafeln.**
13 Wandtafeln 3 M., einzeln à 40 Pf. — **Aufgaben zum Kopfrechnen.**
3 Hefte. (I. 80 Pf.; II. 1 M. 60 Pf.; III. 2 M. 50 Pf.) — **Auflösungs-**
hefte zu sämtlichen Aufgabenheften. I/II—V à 50 Pf.; VI/VII—XI
à 60 Pf.; — XII/XIII à 1 M.

H. Damm und C. Mendorf, Leitfaden für den Unterricht in der
deutschen Grammatik. Ausgabe A. 50 Pf. — Ausgabe B. 30 Pf.
Schäfer, L., Heimathskunde der Provinz Brandenburg, mit Kreis-
karte 40 Pf.; Kreisarte allein 15 Pf.
Neumann, G., Schulgeographie. 60 Pf.; geb. 75 Pf. — **Heimaths-**
kunde der Provinz Pommern, mit Kreisarte 40 Pf.; Kreisarte
allein 15 Pf. — **Heimathskunde der Provinz Preußen,** mit Kreis-
karte 40 Pf.; Kreisarte allein 15 Pf.

Bei erster Einführung und directem Bezuge vom Verleger
werden bei allen Schulbüchern erleichternde Bedingungen gewährt.
Prospecte gratis und franco; Probe-Exemplare zur Ansicht.

26

Anerkannt beste und billigste Bezugsquelle für Lehrmittel.

Die

Lehrmittelanstalt J. Ehrhard & Co.

in

Bensheim a. d. B.

empfehlen ihr reichhaltiges Lager, sowie ihre von den höchsten
Behörden approbirten eigenen Fabrikate von

Lehr- und Veranschaulichungsmitteln

für alle Unterrichtsfächer,

genau den Vorschriften des Preuss. Cultusministeriums
entsprechend gearbeitet, als: **Lesemaschinen — Buch-**
staben, deutsche u. lateinische — **Leseprismen — Rechen-**
maschinen, russische — **Bruchrechenmaschinen —**
Schulwandtafeln von Holz und Schiefer — **Geometr.**
Körper für die Raumlehre aus feinstem Birnbaumholz in 9 Samm-
lungen — **Geometr. Flächen — Zirkel** für die Schulwand-
tafel von Birnbaumholz mit Metallbeschlag — **Transporteure**
— **Tafelwinkel — Flach- und Tafellineale — Reiss-**
und Stellschienen — Reissbretter — Sammlungen,
als: **Mineralien- — Producten- — Holz- — Samen-**
sammlungen — Herbarien — Krystallmodell-
sammlungen etc.; ferner **physikalische und che-**
mische Apparate und Sammlungen jeder Art.

Spezialverzeichnisse der Apparate und der Samm-
lungen, sowie der geometr. Körper stehen auf Wunsch
gratis zu Diensten. Ausserdem grosses Lager von Erd- und
Himmelsgloben, Tellurien, Lunarien, Schulwandkarten, natur-
geschichtlichen Wandtafeln, Anschauungsvorlagen etc. etc.

Permanente Ausstellung von Lehrmitteln.

Verlag des „Illustrierten Hand- und Nachschlagebuches
der vorzüglichsten Lehr- und Veranschaulichungsmittel aus dem
Gesamtgebiete der Erziehung und des Unterrichts von G. Köpp“.

32

Abb. 6
J. Ehrhard & Cie:
[Werbeanzeige], in: Oester-
reichischer Schul-Kalender
für das Jahr 1872

In der

Lehrmittel - Anstalt

von Ehrhard & Co. in Bensheim (Hessen)

sind in sechs verschiedenen Sammlungen erschienen:

Geometrische Körper

zur Veranschaulichung stereometrischer Begriffe und
Lehrsätze.

Die I. Sammlung enthält 10 verschiedene Körper.
Preis 1 Thlr. 22 Ngr.

Die II. Sammlung enthält 20 verschiedene Körper.
Preis 3 Thlr. 15 Ngr.

Die III. Sammlung enthält 30 verschiedene Körper.
Preis 6 Thlr.

Die IV. Sammlung enthält 40 verschiedene Körper.
Preis 10 Thlr. 10 Ngr.

Die V. Sammlung enthält 60 verschiedene Körper.
Preis 20 Thlr.

Die VI. Sammlung enthält 76 verschiedene Körper.
Preis 26 Thlr.

Die Körper aller Sammlungen sind fein, aus massiver
Holzmasse und in gleichmäßiger und dem Unterrichte sehr
entsprechender Größe gearbeitet.

Geometrische Flächen

zur Veranschaulichung planimetrischer Begriffe und
Lehrsätze.

Ausgabe Nr. 1, in kleineren Holzflächen. Preis 8 Thlr.
Ausgabe Nr. 2, in größeren Holzflächen. Preis 16 Thlr.

☛ Für Oesterreich hat die Firma A. Pichler's Witwe
& Sohn den Debit übernommen, deren Lager stets mit
unseren Verlagsartikeln versehen ist. Auslieferung zu
den Original-Nettopreisen.

1 Katalog des Mathematischen Seminars. Inventar des
Mathematischen Seminars der Universität Tübingen, 1933,
S. 66–67.

2 Lehrmittelanstalt J. Ehrhard & Cie. (Bensheim): <http://d-nb.info/gnd/1072909359> (11.11.2017).

3 Siehe dazu www.deutsches-museum.de/archiv/bestaende/firmenschriften/j/#c8015 (11.11.2017).

4 Walther von Dyck: Katalog mathematischer und mathe-
matisch-physikalischer Modelle, Apparate und Instrumente.
München 1892, S. X.

5 Dyck 1892, S. 241–246.

6 Lehrmittelanstalt J. Ehrhard & Cie: Haupt-Katalog pädagogischer, sprachlicher, mathematischer, geographischer, geschichtlicher, naturgeschichtlicher, physikalischer, chemischer, landwirtschaftlicher und technologischer Lehr- und Veranschaulichungsmittel, Apparate, Instrumente, Gerätschaften, Präparate etc., Bensheim 1876, S. 26 und S. 32.

7 Lehrmittelanstalt J. Ehrhard & Cie: [Werbeanzeige], in: Oesterreichischer Schul-Kalender für das Jahr 1872, Jg. 3, Wien 1872, nach S. 75.

8 Alexander von Brill: Über die Modellsammlung des mathematischen Seminars der Universität Tübingen [Vortrag gehalten 1886], in: Mathematisch-naturwissenschaftliche Mitteilungen (Hg. v. Otto Böklen), Bd. 2, 1887–1888, Tübingen 1889, S. 69.

9 Katalog des Mathematischen Seminars. Inventar des Mathematischen Seminars der Universität Tübingen, 1933, S. 66–67.

10 Monika Wagner u.a. (Hg.): Lexikon des künstlerischen Materials. Werkstoffe der modernen Kunst von Abfall bis Zinn. München 2010, S. 145.

11 Wagner 2010, S. 147.

12 http://www.lwf.bayern.de/mam/cms04/forsttechnik-holz/dateien/w23_das_holz_des_birnbaums-seine_eigenschaften_und_verwendung.pdf (11.11.2017).

Abb. 1
Isaak Bacharach:
Rotationsfläche der
Traktrix mit Geodäten- und
Haupttangente-Kurven,
Brill-Serie 1, Nr. 1, 1877,
MNF-Ma-A10



Brill- und Schilling-Serie 1

Rotationsfläche der Tractrix von Isaak Bacharach, um 1877 und 1900

Felicia Stahl

Die Modelle mit den Inventarnummern Ma-A10 (Abb. 1) und Ma-AF11 (Abb. 2) veranschaulichen den gleichen mathematischen Zusammenhang, nämlich die Rotationsfläche einer Traktrix. Sie stellen somit Pseudosphären dar.¹ Zur Verdeutlichung der entscheidenden Kurven wurden einzelne Geodäten in Blau und eine sogenannte „Haupttangente“ in Rot in die Körper eingearbeitet. Wie auf den Abbildungen zu sehen ist, fügte man einem der beiden Gipsmodelle ein Messingblech hinzu. Dieses Metallstück kann über den Rotationskörper frei bewegt werden und macht so die stets konstante, intrinsische Gauß-Krümmung auch haptisch greifbar.

Die beiden Gips-Abgüsse basieren auf dem vor 1877 von Isaak Bacharach entwickelten Modell zur Anschauung der Rotationsfläche der Traktrix. Im Rahmen einer der von Alexander von Brill geführten mathematischen Übung am Polytechnikum in München fertigte Bacharach das Urmmodell als gedrechselten Holzkörper an,² der den späteren Gipsmodellen als Abgussvorlage diente. Beide in Tübingen erhaltenen Gipsmodelle sind

Teil der insgesamt neun Modelle umfassenden Serie 1, die erstmals im Verlag von Ludwig Brill im Jahr 1877 in Darmstadt erschien, wie die Anzeigen in den Mathematischen Annalen belegen.³ Während man sie hier bei einem Gesamtpreis von 60 Mark „excl. Emballage (8 M.) u. Versandkosten“⁴ anbot (Abb. 3), wurde die gleiche Serie im Jahr 1911 durch den Verlag Martin Schilling für 70 Mark vertrieben.⁵ Ein kleines Zettelchen auf dem Gipskörper Ma-AF11 verweist auf den Hallensischen, später Leipziger Hersteller: „Verlag v. Martin Schilling“ (Abb. 4). Das entsprechende Verlagsetikett des anderen Modells ist verloren, jedoch ist die handschriftlich angebrachte alte Inventarnummer „A 10“ zu lesen. Diese Nennung befindet sich auch als handschriftlich notierte Inventarnummer „A 10“ im persönlichen Sammelband von Alexander von Brill und dem darin enthaltenen Modellkatalog des Ludwig-Brill-Verlags⁶ (Abb. 5). Sie belegt, dass es sich hierbei höchstwahrscheinlich um ein Modell aus dem Darmstädter Verlag handelt. Im Tübinger Inventarbuch aus dem Jahr 1933 werden drei Exemplare aufgeführt, die alle unter der selben Inventarnummer „Af 11“ respektive „A 10“ verzeichnet sind.⁷



Abb. 2
Isaak Bacharach:
Rotationsfläche der Traktrix
mit Geodäten- und Haupt-
tangentialen-Kurven, Schil-
ling-Serie 1, Nr. 1, 1903,
MNF-Ma-AF11



Abb. 4
Isaak Bacharach:
Ausschnitt der Rotations-
fläche der Traktrix mit
Geodäten- und Haupttan-
genten-Kurven, Schilling-Se-
rie 1, Nr. 1, 1903,
MNF-Ma-AF11

Rotationsfläche der Tractrix.
1. Serie, Nr. 1.
Verlag v. Martin Schilling, Leipzig.

Abb. 3
Ludwig Brill:
[Werbeanzeige], in: Mathe-
matische Annalen, 1877,
Bd. 12, Heft 1 und Heft 3

Montag, J. B., praktische leichtfällige Anleitung zur Buchstabenrechnung und Algebra mit vielen Beispielen und im Anschluss an die Aufgabensammlungen von Neier Girsch und Barden. Für Seminarien, Gewerbeschulen, höhere Bürgerschulen und zum Selbstunterricht. Fünfte, gänzlich umgearbeitete und stark vermehrte Auflage. [VIII u. 388 S.] gr. 8. geh. n. *M* 5.—

Neumann, Dr. C., o. Professor in Leipzig, einige Notizen hinsichtlich der in neuerer Zeit gegen die Gesetze von Ampère und Weber erhobenen Einwände. Separat-Abdruck aus dem XI. Bande der Mathematischen Annalen. [S. 309—340.] gr. 8. geh. n. *M* 1. 20.

Repertorium der literarischen Arbeiten aus dem Gebiete der reinen und angewandten Mathematik. „Originalberichte der Verfasser“. Gesammelt und herausgegeben von L. KOENIGSBERGER und G. ZEUNER. I. Band. 4. u. 5. Heft. [S. 285—464.] gr. 8. Jedes Heft à n. *M* 1. 20.

—, dasselbe, erster Band vollständig. [IV u. 464 S.] gr. 8. geh. n. *M* 7. 20.

Salmon, G., Vorlesungen über die Algebra der linearen Transformationen. Deutsch bearbeitet von Dr. WILHELM FIEDLER, Professor am eidgenössischen Polytechnikum in Zürich. Zweite verbesserte und sehr vermehrte Auflage. [XIV u. 478 S.] gr. 8. geh. n. *M* 10.—

Schüler, G. Th., Dozent am Seminar zu Waldenburg, praktische Anweisung zur Behandlung der Bruchrechnung und der bürgerlichen Rechnungsarten für angehende Lehrer. Zugleich ein ausgeführter Lehrgang in sechs Kreisen. [XVI u. 368 S.] gr. 8. geh. n. *M* 4.—

Zeitschrift für Mathematik und Physik, herausgegeben unter der verantwortlichen Redaction von Dr. O. SCHÖNLIEN, Dr. M. CANTOR und Dr. E. KAHN. XXII. Jahrgang. Supplement. gr. 8. geh. n. *M* 5.—

Inhalt: Abhandlungen zur Geschichte der Mathematik. I. Heft.

Im Verlag von **L. Brill** in Darmstadt sind soeben erschienen:
nebst Anwendung auf die Lösung algebr. und analyt.-geometr. Aufgaben; elem. behandelt von Prof. Dr. H. DÖLP. In zweiter Auflage bearbeitet von W. SÖLDAN, Realschuldirektor in Giessen. Preis 2 Mark.

Modelle in Gips hervorgegangen aus dem math. Institut des k. Polytechnikums in München. Serie I. Ausgeführt unter Leitung von Prof. Dr. Brill. — 1) Rotationsfl. der Tractrix mit geodät. u. Haupttangentialen-Kurven. 2) Centrafläche des ellipt. Paraboloids (3 Mod.). 3) Centrafläche des einschäl. Hyperboloids (3 Mod.). — 4) Rotationsellipsoid mit geodät. Linien. 5) Dreiaxiges Ellipsoid mit geodät. Linien durch die Nabelpunkte.

Zu jedem Modell ein begleitender Text.

Preis der ganzen Serie (besteht aus 9 Mod.) 60 Mark excl. Emballage (10 *M*) und Versandkosten.

Mod. u. Prosp. durch jede Buchhdlg. sowie direct durch die Verlagshandlung zu beziehen.

Abb. 5
Handschriftlich eingetragene Inventarnummer „A10“, in: Catalog mathematischer Modelle, Darmstadt 1885, S. 3, in: Alexander von Brill, [Sammelband], o.J.

Erste Serie.

Gips-Modelle.

Abgüsse nach den im mathematischen Institut der kgl. technischen Hochschule in München angefertigten Originalen.

Ausgeführt
unter Leitung von Prof. Dr. Brill.

- I. Die Rotationsfläche der Tractrix mit geodätischen und Haupttangente-Curven. A 10
Modellirt von stud. math. J. Bacharach. (Grösse des Modells 25—18 cm.)
Preis 9 Mark.
- II. Die Brennfläche eines Strahlensystems, welche mit der Fläche der Krümmungcentra des elliptischen Paraboloids in collinearer Verwandtschaft steht. Modellirt von stud. math. L. Schleiermacher. A 11
a) Die beiden Mäntel der Fläche getrennt (Grösse 10—10 und 7—7 cm.) à 5 Mark.
b) Die beiden Mäntel vereinigt (Grösse 10—11 cm.) 5 Mark.
- III. Die Centrafläche des einschaligen Hyperboloids. Modellirt von stud. math. W. Dyck. A 12
a) Die beiden Mäntel der Fläche getrennt (Grösse 17—16 und 17—16 cm.) à 8 und 9 Mark.
b) Die beiden Mäntel vereinigt (Grösse 17—16 cm.) 10 Mark.
- IV. Die geodätischen Linien auf dem Rotationsellipsoid. Construiert von stud. math. K. Rohm. (Grösse 12—18 cm.) 6 Mark. A 13
- V. Die geodätischen Linien durch die Nabelpunkte des dreiaxigen Ellipsoids. Construiert von stud. math. K. Rohm. (Grösse 10—18 cm.) 6 Mark. A 14

Ganze Serie: 60 Mark

excl. Emballage und Versandkosten: für erstere kommen Mk. 8.— pro ganze Serie in Anrechnung.

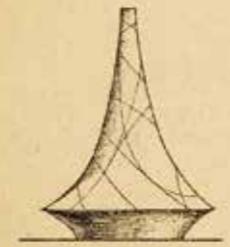
Bei Gelegenheit der Uebungen, welche in dem mathematischen Institut des k. Polytechnikums in München von den Herren Professoren Brill und Klein geleitet werden, wurde als Zweck und Endziel der auszuführenden Untersuchungen mehrfach die Herstellung eines Modells oder einer Zeichnung ins Auge gefasst. Einige der so als Uebungsbeispiele entstandenen Modelle erwiesen sich, mit Rücksicht darauf, dass an derartigen Anschau-

Abb. 6
Darstellung der Rotationsfläche der Tractrix, in: Catalog mathematischer Modelle, Darmstadt 1885, S. 44, in: Alexander von Brill, [Sammelband], o. J.

44 V. Krümmung d. Flächen: C. Flächen von constanter mittlerer Krümmung, Minimalflächen.

einer Geraden, der Asymptote, constante Länge besitzen). Diese Fläche bildet den Uebergang zwischen den beiden vorgenannten Flächen und entspricht der Kugel bei den Flächen constanter positiver Krümmung. Die blau gezeichneten Curven auf ihr sind verschiedene geodätische Linien, die rothe ist eine Asymptoten-curve. Von stud. math. Bacharach. Erläuterung beigegeben. (19—24 cm.) . . . Mk. 9.—

stimmtem Sinn aufrägt. Die Fläche besitzt eine ebene und eine räumliche Rückkehrkante mit 2 Spitzen, sowie eine Doppelcurve. Das eine System von Krümmungslinien wird von Ebenen ausgeschnitten, welche durch eine (im Modell vertikal gestellte) Gerade hindurch gehen. Das andere System liegt auf Kugeln, deren Mittelpunkte in dieser Geraden liegen. (Vergl. Bianchi, Math. Annalen Bd. 16, sowie Enneper, Göttinger Nachrichten 1868; Th. Kuen, Sitzungsberichte der kgl. bayr. Acad. 1884, Heft II.) Modellirt von stud. math. Mack; Erläuterung hierzu von Assistent Th. Kuen. (16—25 cm.) . . . Mk. 16.—



135. (V. xv.) Schraubenfläche von constantem negativen Krümmungsmass, deren Meridiancurve die Tractrix ist. Sie ist die einzige Schraubenfläche von der erwähnten Art, in deren Gleichung nicht elliptische Functionen eintreten. (Bei Flächen constanter positiver Krümmung gibt es keine von dieser Eigenschaft.) Vergl. U. Dini, Comptes Rendus, Acad. Sc. Paris 1865, 1 Sem. pag. 340; Th. Kuen, Berichte der kgl. bayr. Acad. 1884. Von Dr. P. Vogel. Erläuterung beigegeben. (15—24 cm.) . . . Mk. 15. 50.



136. (VIII. xx.) Fläche von constantem negativen Krümmungsmass mit ebenen Krümmungslinien. Sie entsteht aus der Tractrixfläche dadurch, dass man auf den Tangenten an ein System von parallelen geodätischen Linien (Krümmung derselben $-\frac{1}{a}$) das Stück t in be-

137. (VIII. xxvii a.) Schraubenfläche, auf das Rotationsellipsoid Nr. 138 abwickelbar (nach E. Bour, Journal de l'Ecole Polyt. Bd. XXII.). Von Assistent Dr. P. Vogel. (12—26 cm.) Mk. 10. 50.

138. (VIII. xxvii c.) Rotationsellipsoid, auf die vorige Fläche abwickelbar. (9—3 cm.) Mk. 1. 50.

139. (VIII. xxvi b.) Rotationsellipsoid aus biegsamem Messingblech zur Demonstration der erwähnten Abwicklung. Die durch 2 gleich grosse Parallelkreise begrenzte Zone obigen Ellipsoids geht durch einen leichten Druck in die vorhin erwähnte Schraubenfläche über. Mk. 2. 50.

In diesen Abschnitt gehört noch die in der folgenden Abtheilung aufgezählte windschiefe Schraubenfläche Nr. 145, welche auf das Catenoid abwickelbar ist.

C. Flächen von constanter mittlerer Krümmung, Minimalflächen.

Die Flächen von constanter mittlerer Krümmung sind dadurch definiert, dass die Summe der reciproken Werthe ihrer 2 Hauptkrümmungsradien an jeder Stelle denselben Zahlenwerth

Abb. 7
Mathematische Gleichung
der Traktrix, als Grundlage
für den Rotationskörper
derselben

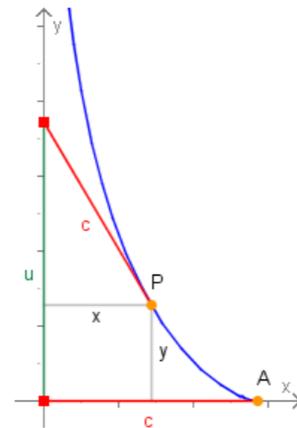
$$z=f(y)=c \log \frac{c+\sqrt{c^2-y^2}}{y} - \sqrt{c^2-y^2}$$

Die Tübinger Kassenamtsbücher geben Auskunft auf den jeweiligen „terminus post quem“ der Ankäufe, also den frühesten Zeitpunkt, ab dem die Modelle Eingang in die Sammlung fanden. Hieraus ergibt sich, dass wiederholt Modell-Ankäufe beim Ludwig-Brill-Verlag in Darmstadt zwischen 1885⁸ und 1898⁹ stattfanden und man ab 1905 beim Schilling-Verlag Modelle kaufte.¹⁰ Der Passus „Abgüsse nach den im mathematischen Institut der kgl. Technischen Hochschule in München angefertigten Originalen“¹¹ bei Schilling erklärt die nahezu deckungsgleiche Übereinstimmung der beiden Tübinger Rotationsflächen der Traktrix. Lediglich die im Laufe der Zeit stärker abgestoßenen Kanten des Modells „A 10“ lassen darauf schließen, dass es sich hierbei um das ältere Objekt handelt. Auffallend ist zudem die unterschiedliche Beschaffenheit der Oberfläche. Der gelbliche Ton von „A 10“ spricht für eine Behandlung der Oberfläche zum Schutz vor Schmutz und Nässe. Leider sind solche wohl originalen Oberflächen – zumindest in Tübingen – durch Reinigungen in vielen Fällen verloren gegangen. Besagte erste Serie und besonders die Pseudosphäre von Isaak Bacharach scheinen zu einem integralen Bestandteil mathematischer Modellsammlungen geworden zu sein. Hierauf lassen zumindest die vielfach bis heute erhaltenen Abgüsse des Darmstädter Verlages beziehungsweise des Schilling-Verlages schließen. So können Abgüsse der Rotationsfläche der Traktrix noch immer beispielsweise in Göttingen, Halle, Rostock,¹² Wien und sogar in Charkiw in der Ukraine bewundert werden.¹³

Zur Erläuterung der verwendeten mathematischen Termini:

Die Traktrix¹⁴ ist eine spezielle ebene Kurve, die auch als Schlepp- oder Ziehkurve bezeichnet wird (Abb. 6–7). Die Vorstellung eines Massepunktes, welcher an einer Stange entlang der y-Achse (Aufwärtsachse) gezogen wird, lässt die Entstehung

Abb. 8
Kurve der Traktrix (blau)
mit Tangente c (rot) und
Massepunkt P (gelb)



der Traktrix veranschaulichen. Hierbei erfolgt die Zugbewegung so, dass die Stange stets auf einer Tangente liegt, welche die erzeugte Kurve im gedachten Massepunkt berührt. Ein anderes Erklärungsmodell beschreibt die Kurve als „Hundekurve“, wobei der Massepunkt einem störrischen Hund, die Tangente der Hundeleine und der Achsenabschnitt der Tangente dem Hundeherrchen entspricht (Abb. 8). Lässt man die auf diese Weise entstandene Kurve um die y-Achse kreisen, umschreibt sie einen Körper, den sogenannten Rotationskörper. Die Fläche des Rotationskörpers wird als Rotationsfläche bezeichnet. Die intrinsische Gauß-Krümmung (Theorema Egregium) ist bei dieser Rotationsfläche konstant und überall negativ, nach Normierung also etwa überall gleich -1. Sie ist damit in gewisser Weise ein „Pendant“ zur Sphäre, der Oberfläche einer Kugel, wo die Gaußkrümmung ebenfalls überall konstant ist, aber positiv, also nach geeigneter Normierung etwa +1. Sie wird daher auch als „Pseudosphäre“ bezeichnet.¹⁵

Isaak Bacharach war zum Zeitpunkt der Entwicklung des Ursprungsmodells Schüler von Alexander von Brill. Als Student der Mathematik berechnete

und modellierte Bacharach in Brills Übungen im Münchner Modellierkabinett um 1877¹⁶ mehrere Modelle.¹⁷ Im gleichen Zeitraum schloss er sein Studium als Lehrer ab. Zunächst arbeitete Isaak Bacharach in Würzburg. Später zog er nach Erlangen, um hier Mathematik und Physik an der „Königlich Bayrischen Realschule“ zu Erlangen zu unterrichten. Hier setzte er auch sein Studium fort und promovierte 1881 bei Max Noether „Ueber Schnittpunktsysteme algebraischer Curven“¹⁸. In diesem Zusammenhang prägte er den heute als „Cayley-Bacharach-Satz“ bekannten mathematischen Sachverhalt.¹⁹ 15 Jahre später erhielt Isaak Bacharach einen Ruf als Professor für Mathematik und Physik an der Königlichen Nürnberger Industriehochschule und erhielt schließlich 1910 die Ernennung zum Konrektor des Königlichen Nürnberger Polytechnikums. Aus einem Artikel des „Nürnberger Israelischen Gemeindeblatts“ aus dem Jahr 1924 geht hervor, dass Isaak Bacharach der erste jüdische Konrektor der Hochschule war. Mit verschiedenen Verdienstorden ausgezeichnet und „unter Anerkennung seiner vorzüglichen Dienstleistung“ wurde er 1920 auf seinen eigenen Wunsch hin in den Ruhestand versetzt.

Nachdem 1931 seine Frau Pauline verstarb, zog Isaak Bacharach zu seinem Sohn Emil und dessen Frau Dora. Am 29. November 1941 wurden die beiden Opfer des nationalsozialistischen Regimes und ins Konzentrationslager nach Riga deportiert. Nicht ganz ein Jahr später, am 10. September 1942, verschleppte man den inzwischen 87 Jahre alten Isaak Bacharach nach Theresienstadt, wo er offiziell zwölf Tage später starb. Besonders bitter erscheint in diesem Zusammenhang das Abschiedsschreiben aus dem Jahr 1920 zu Bacharachs Ruhestand, in dem ihm ehemalige Kollegen und Studenten „Die herzlichsten Wünsche für einen langen und gesegneten Lebensabend [...] [im] wohlverdienten Ruhestand“ gewünscht hatten.²⁰



1 Der Begleittext von Bacharach zum Modell bzw. der Modellreihe findet sich zu Beginn von Brills Sammelband: Isaak Bacharach: Die Rotationsfläche der Traktrix mit geodätischen und Haupttangente-Curven, S. 1–4, in: Alexander von Brill: Mathematische Modelle, o. J. [Sammelband], Fachbibliothek Mathematik und Physik, Bereich Mathematik, Inventarnummer: 100/3.

2 Modell-Sammlung des Mathematischen Instituts [in München], Abteilung b, Anwendung der Differentialrechnung auf Geometrie, begonnen vor 1882 bis 1934 [heute: TU München, Garching, M10], S. 19, Nr. 41 und S. 39–44; Theodor Kuen: Catalog der Modell-Sammlung des mathematischen Instituts der k. technischen Hochschule [München], aufgestellt im Januar 1882 von Theodor Kuen und fortgeführt, berichtigt und ergänzt 1934, [heute: TU München, Garching, M10], S. 219. „Tractrixfläche. [...] die beiden Modelle sind sowohl in Holz als in Gyps verhanden.“ Die Münchner Modellsammlung ging größtenteils verloren, was die Bedeutung der Tübinger Sammlung unterstreicht.

3 Ludwig Brill: [Werbeanzeige], in: Mathematische Annalen, 1877, Bd. 12, Heft 1 und Heft 2, o. S.; vgl. auch: Ludwig Brill: Catalog mathematischer Modelle [...], Darmstadt ³1885, S. 1, in: Alexander von Brill: Mathematische Modelle, o. J. [Sammelband], Fachbibliothek Mathematik und Physik, Bereich Mathematik, Inventarnummer: 100/3. Online: <http://idb.ub.uni-tuebingen.de/diglit/BRILL> (27.03.2018).

4 Gesamt-Verlags-Katalog des Deutschen Buchhandels; ein Bild deutscher Geistesarbeit und Cultur, Münster 1881, Bd. 3, S. 778.

5 Martin Schilling: Catalog mathematischer Modelle [...], Leipzig 71911, 1. Teil, S. 3.

6 L. Brill ³1885, 2. Teil, S. 43, in: Alexander von Brill: Mathematische Modelle, o. J. [Sammelband], Fachbibliothek Mathematik und Physik, Bereich Mathematik, Inventarnummer: 100/3.

7 Inventar des Mathematischen Seminars der Universität Tübingen, 1933, S. 50–51.

8 Kassenamtsbuch 1885/86, S. 4. Universitätsarchiv Tübingen UAT, Signatur: 146/43,15.

9 Kassenamtsbuch 1898/99, S. 3. Universitätsarchiv Tübingen UAT, Signatur: 146/43,21.

10 Kassenamtsbuch 1905/06, S. 3. Universitätsarchiv Tübingen UAT, Signatur: 146/43,26.

11 Schilling 1911, 1. Teil, S. 3.

12 In Rostock wurde die Pseudosphäre als Beispielobjekt für 3-D-Scans aufgenommen und lässt sich zusätzlich zum Original auch digital betrachten: <https://www.itmz.uni-rostock.de/fileadmin/uni-rostock/ITMZ/Multimedia/3D/Beispiele/Mathematik/Traktrix-schwarz.pdf> (24.11.2017).

13 Göttingen: <http://modellsammlung.uni-goettingen.de/index.php?lang=de&r=5&sr=17&m=188> (24.11.2017); Halle: <http://did2.mathematik.uni-halle.de/modell/modell.php?Nr=De-001> (24.11.2017); Rostock: <https://www.itmz.uni-rostock.de/anwendungen/multimedia/3d-scannen-3d-drucken/3d-scannen/beispiele/institut-fuer-mathematik/> (24.11.2017); Wien: http://www.geometrie.tuwien.ac.at/modelle/models_show.php?mode=2&n=62&id=0 (24.11.2017).

14 Der Terminus Traktrix leitet sich von dem lateinischen Begriff trahere (dt.: ziehen, schleppen) ab.

15 Der mathematische Erklärungsversuch basiert auf der freundlichen Erläuterung von Frank Loose und Achim Krause.

16 L. Brill ³1885, S. 1, in: Alexander von Brill: Mathematische Modelle, o. J. [Sammelband], Fachbibliothek Mathematik und Physik, Bereich Mathematik, Inventarnummer: 100/3.

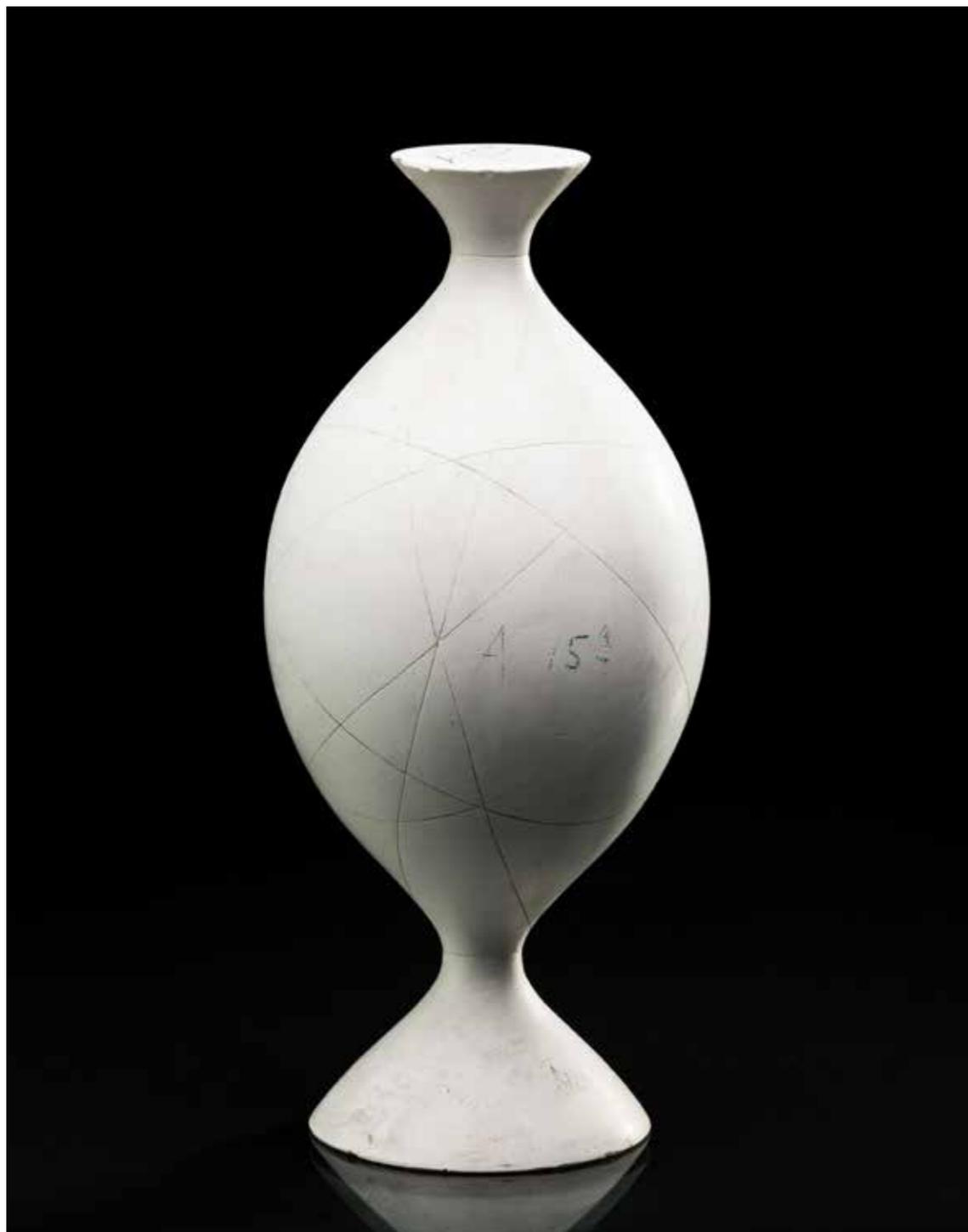
17 Vgl. auch Berenike Schleuseners Beitrag in diesem Band.

18 <https://www.genealogy.math.ndsu.nodak.edu/id.php?id=134936> (29.11.2017).

19 Die freundschaftliche Verbindungen von Alexander von Brill mit Arthur Cayley wird an einem Modell deutlich, das letzterer im Herbst 1880 „eigenhändig gefertigt“ hatte. Diese „Abwickelbare Schraubenfläche“ gab Brill als „Geschenk“ an das Tübinger Institut. Heute gilt das Modell in Tübingen als verschollen. Vgl.: Inventar 1933, S. 36–37; Inventarnummer: Ab 44.

20 Die biographischen Inhalte stammen aus dem Artikel „Dr. Isaak Bacharach, Konrektor des Technikums Nürnberg“ von Gerhard Jochem, Zeitgeschichtler und Archivar in Nürnberg. http://www.rijo.homepage.t-online.de/de_nu_index.html (15.11.2017).

Abb. 1
Anton von Braunmühl:
Die Rotationsflächen konstanter mittlerer Krümmung nebst geodätischen Linien.
Onduloid, Brill-Serie 2,
Nr. 8a, 1877,
MNF-Ma-A15a



Brill-Serie 2

Kummer'sche Flächen von Karl Rohn und Rotationsflächen von Anton von Braunmühl, Walther von Dyck sowie Isaak Bacharach, 1877

Berenike Schleusener

Diese Modelle sind Teil der zweiten Brill-Serie, die unter der Leitung von Alexander von Brill und Felix Klein entstanden und von deren Schülern gefertigt wurden.

Die Modelle stellen unter anderem verschiedene Rotationsflächen (Abb. 1–4), Kummersche Flächen (Abb. 6–7) und eine Bahnkurve (Abb. 9) dar. Bei den Körpern handelt es sich um Gipsabgüsse, die auf den Urmodellen der Technischen Hochschule München basieren. Solche Originale wurden zwischen 1876 und 1884 von Studenten unter der Leitung von Alexander von Brill hergestellt. Brill leitete zusammen mit seinem Kollegen Felix Klein das Modellierkabinett, der sich ebenfalls an der Ausarbeitung einiger Objektgruppen beteiligte,¹ wie etwa der hier dargestellten Kummer'schen Flächen.²

Die Modelle der zweiten Serie Alexanders von Brill wurden erstmals 1877 veröffentlicht³ und in einer eigens hierfür im selben Jahr inserierten Anzeige in den *Mathematischen Annalen* (Abb. 8) in Fachkreisen beworben.⁴

Die Abgüsse dieser Serie wurden durch die Verlagshandlung von Ludwig Brill in Darmstadt vertrieben und in dessen *Catalog mathematischer Modelle für den höheren mathematischen Unterricht* veröffentlicht.⁵ 1899 verkaufte Ludwig Brill, zum großen Bedauern seines Bruders, die Darmstädter Verlagshandlung „an die Leipziger Firma Martin Schilling“⁶, wo die Modelle für viele weitere Jahre zum Kauf angeboten wurden.

Auf der Suche nach der Bedeutung und der Geschichte, die mit den mathematischen Objekten verbunden sind, treten die Biographien ihrer Hersteller hervor. In seinen Tagebüchern berichtet Alexander von Brill über den Entstehungsprozess der Originale, die für die beteiligten Studenten „teils als Promotionsschriften, teils als Spezial-Prüfungs-Arbeiten verwertet“⁷ wurden. So etwa waren die Modelle von Anton von Braunmühl, aus dessen Händen der Onduloid (Abb. 1) und der Nodoid (Abb. 2) entstammen, Teil seiner Dissertation,⁸ die er bei Brill schrieb.⁹ Braunmühl (1853–1908) wurde später Professor der Technischen Hochschule München.

Ähnlich erfolgreich war auch Walther von Dyck. Er schuf zu Beginn seiner Karriere noch als

Abb. 2
Anton von Braunmühl:
Nodoid, Brill-Serie 2, Nr. 8b,
1877,
MNF-Ma-Af20



Abb. 3
Walther von Dyck:
Rotationsfläche von
konstantem negativen
Krümmungsmaß:
Hyperboloidtypus,
Brill-Serie 2, Nr. 10, 1877,
MNF-Ma-A17



Abb. 4
Isaak Bacharach:
Rotationsfläche von kon-
stantem negativen Krüm-
mungsmaß: Kegeltypus,
Brill-Serie 2, Nr. 9, 1877,
MNF-Ma-A16



Abb. 5
Hof-Photograph
Hahn Nachfolge:
Porträt von Karl Rohn,
Dresden, um 1910



Abb. 6
Karl Rohn:
Kummer'sche Fläche,
alle sechzehn
Knotenpunkte sind reell,
Brill-Serie 2, Nr. 6a, 1877,
MNF-Ma-A266



Abb 7
Karl Rohn:
Kummer'sche Fläche, vier
Knotenpunkte reell,
Brill-Serie 2, Nr. 6c, 1877,
MNF-Ma-A268



Abb. 9
Ludwig Schleiernmacher:
Bahnkurve eines schweren
Punktes auf einer Kugel,
Brill-Serie 2, Nr. 11, 1877,
MNF-Ma-AL1
(Exemplar als Geschenk von
Alexander von Brill)

Abb. 8
Ludwig Brill:
[Werbeanzeige], in:
Mathematische Annalen,
1877, Bd. 12, Heft 4

Neuer Verlag von **B. G. Teubner** in Leipzig.

Seeben sind erschienen:

Port O., und O. Schlömilch, Lehrbuch der analytischen Geometrie. Zweiter Theil: Analytische Geometrie des Raumes. Von O. Schlömilch, Dr. ph. und Geh. Schulrath. Vierte Auflage. Mit in den Text gedruckten Holzschnitten. [VIII u. 286 S.] gr. 8. geh. n. \mathcal{M} 5. —

Lorberg, Dr. H., Oberlehrer am kais. Lyceum zu Strassburg, Lehrbuch der Physik für höhere Lehranstalten. Mit zahlreichen Holzschnitten und einer lithographirten Tafel. [XVI u. 320 S.] gr. 8. geh. n. \mathcal{M} 4. —

Reidt, Dr. Friedrich, Oberlehrer am Gymnasium und der höheren Bürgerschule zu Hamm, Sammlung von Aufgaben und Beispielen aus der Trigonometrie und Stereometrie. Zweite Auflage. Zwei Theile. I. Theil: Trigonometrie. [VIII u. 247 S.] gr. 8. geh. n. \mathcal{M} 4. —, II. Theil: Stereometrie. [VIII u. 184 S.] gr. 8. geh. n. \mathcal{M} 3. —

Schröder, Dr. Ernst, ordentl. Professor der Mathematik an der polytechnischen Schule zu Karlsruhe, der Operationskreis des Logicalcalculus. [VI u. 37 S.] gr. 8. geh. \mathcal{M} 1. 50.

Wünsche, Otto, Oberlehrer am Gymnasium zu Zwickau, Schulflora von Deutschland. Nach der analytischen Methode bearb. Die Phanerogamen. Zweite verbesserte Auflage. [LX u. 412 S.] 8. geh. n. \mathcal{M} 4. —, in Leinwand gebunden n. \mathcal{M} 4. 80.

Verlag von **Maruschke & Berendt** in Breslau.

Seeben erschien:

Die kinetische Theorie der Gase.
In elementarer Darstellung
mit mathematischen Zusätzen
von
Dr. Oskar Emil Meyer,
Professor der Physik an der Universität Breslau.
Preis \mathcal{M} 8. —

Die neue Gastheorie, welche von Clausius, Maxwell u. A. auf Grund der Hypothese der molecularen Stöße entwickelt worden ist, findet sich in dieser Schrift elementar dargestellt.

Der Verfasser sucht die physikalische Theorie mehr durch die Ergebnisse der Beobachtung als durch mathematische Rechnung zu begründen.

Für Mathematiker von Fach sind erläuternde Zusätze angehängt.

Verlag von **Modellen für den höheren math. Unterricht.**

Bei **L. Brill** in Darmstadt erschien soeben:

Math. Gips-Modelle
mod. nach den im math. Institut der k. technischen Hochschule in München unter Leitung der **Proff. Dr. Brill** und **Dr. Klein** angefertigten Originalen.
Formen und Abgüsse von **J. Kreittmayr**, Formator des Nationalmuseums in München.

Zweite Serie.

6) Drei Modelle der Kummer'schen Fläche (16, 8, 4 Knotenpunkte reell.) 7) Fläche 3ter Ordnung mit 4 reellen Knotenpunkten nebst Haupttangenten-curven. 8) Drei Rotationsflächen const. mittl. Krümmung nebst geodät. Linien. 9) Rotationsfläche von const. negat. Krümmungsmass (Kegel-Typus) nebst geodät. u. Asymptoten-Linien. 10) Desgl. (Hyperboloid-Typus) mit parallelen geodät. Linien u. geodät. Kreisen. 11) Bahncurve eines schweren Punktes auf einer Kugel.

Zu jeder Gruppe von zusammengehörigen Modellen ist ein erläut. Text beigelegt. Preis der ganzen Serie 120 Mark excl. Emballage u. Versandkosten.

Mod. u. Prosp. sind durch jede Buchhandlung, ferner durch Hrn. Kreittmayr in München, sowie direct durch die Verlagehandlung zu beziehen.



Student das Urmodell Rotationsfläche von konstantem negativen Krümmungsmaß (Hyperboloid-Typus) mit parallelen geodätischen Linien und geodätischen Kreisen (Abb. 3). 1856 als Sohn eines Kunstmalers geboren, verband Walther von Dyck schon als Jugendlicher künstlerisches Talent mit dem Interesse an Geometrie: Am Münchner Realgymnasium, das er zwischen 1871 und 1874 besuchte, zeigte sich Dycks herausragende Begabung für Geometrie und das Zeichnen geometrischer Gebilde.¹⁰ Dyck war Doktorand und Assistent von Felix Klein und trat 1884 die Nachfolge Alexanders von Brill als Professor der Mathematik an der Technischen Hochschule München an.¹¹ Doch Dyck verband mit seinem Vorgänger nicht allein das gemeinsame Fach. Alexander von Brill schreibt in seinem Tagebuch, dass er mit Walther von Dyck „zeitlebens freundschaftlich verbunden“¹² gewesen war und erwähnt ihn wiederholt positiv in seinem Typoskript.¹³ Karl Rohn (1855–1920, Abb. 5), Hersteller der Kummer'schen Flächen (Abb. 6–7), studierte zunächst ab 1872 Ingenieurwissenschaften am Polytechnikum Darmstadt. Dort unterrichtete zu dieser Zeit Alexander von Brill. Rohns Entschei-

dung, im Folgejahr zum Studium der Mathematik zu wechseln, könnte durch Brill angeregt worden sein. Nach einjährigem Studium in Leipzig wechselte Karl Rohn im gleichen Jahr wie Alexander von Brill an die Technische Hochschule München, wo die von ihm gefertigten Urmodelle der Kummer'schen Flächen¹⁴ anfänglich durch Joseph Kreittmayr, wie in der Werbeanzeige nachzulesen (Abb. 8), in Gipsabgüssen reproduziert wurden. In München wurde er durch Felix Klein zur Thematik der Kummer'schen Flächen promoviert.¹⁵ 1884 erhielt Rohn einen Ruf an die Universität Leipzig, wo er zeitweise das Mathematische Seminar leitete. 1885 wurde er dann Professor an der Technischen Hochschule Dresden.¹⁶ Doch erzählen die Geschichten hinter den Objekten nicht nur von Freundschaft und Erfolg. Isak Bacharach, der die Rotationsfläche von konstantem negativen Krümmungsmaß (Kegel-Typus) nebst geodätischen und Asymptoten-Linien (Abb. 4) als Urmodell im Münchner Modellierkabinett fertigte, wurde 1942 ein Opfer des Holocaust.¹⁷ Obwohl Alexander von Brill 1934 in seinem Tagebuch beteuert, der „Zusammenarbeit mit Juden viele Anregungen“ zu verdanken und er sich in



persönlichen Briefen an seine jüdischen Freunde gegen den „Judenboykott“ ausspricht, so seien ihm „andererseits die Schwächen dieser Rasse nicht entgangen.“ Es fehlt ihnen laut Brill die „aufbauende Erfindungskraft“, „die innere Wärme“ und die „Gestaltungskraft“, weshalb sie in Führungspositionen versagen würden. In Anbetracht der NS-Verbrechen, denen sein Schüler Isaak Bacharach acht Jahre nach diesem Tagebucheintrag zum Opfer fiel, erscheint Brills antisemitisches Urteil, dass er „Juden keineswegs missen möchte, jedoch in einer solchen Verdünnung beigemischt wie Knoblauch zu einer Speise“ heute unsäglich bitter bis zynisch.¹⁸

1 Alexander von Brill: Aus meinem Leben, 3 Bde. (Bd. 1–2, Transkription in Typoskript durch Justine Panck im Auftrag von Alexander von Brill), Tübingen 1887–1928, Bd. 1, S. 27; vgl. Ludwig Brill: Catalog mathematischer Modelle [...], Darmstadt ³1885 und ⁴1888, S. 5.

2 Die Gruppe der Kummer'schen Flächen setzt sich aus drei Modellen zusammen. Nur zwei dieser Abgüsse befinden sich in der Tübinger Sammlung.

3 Karin Reich: Rohn, Karl Friedrich Wilhelm, in: Otto zu Stolbger-Wernigerode (Hg.): Neue deutsche Biographie, Berlin 2005, Bd. 22, S. 2–3; vgl. Siegfried Gottwald [u. a.] (Hg.): „Rohn, Karl“ in: Lexikon bedeutender Mathematiker, Thun 1990, S. 403; vgl. Ulf Hashagen: Walther von Dyck (1856–1934). Mathematik, Technik und Wissenschaftsorganisation an der TH München, Stuttgart 2003, S. 58.

4 Ludwig Brill: [Werbeanzeige], in: Mathematische Annalen, Bd. 12, Heft 4, 1877.

5 Vgl. L. Brill ³1885, S. 5–6, in: Alexander von Brill: Mathematische Modelle, o. J. [Sammelband], Fachbibliothek Mathematik und Physik, Bereich Mathematik, Inv.-Nr.: 100/3.

6 Brill: Aus meinem Leben, Bd. 1, S. 86.

7 Brill: Aus meinem Leben, Bd. 1, S. 27.

8 Anton von Braunmühl: Über geodätische Linien auf Rotationsflächen und jene Einhüllenden derselben, welche von allen durch einen Punkt gehenden kürzesten Linien gebildet werden, Phil. Diss. München 1878.

9 Brill: Aus meinem Leben, Bd. 1, S. 156.

10 Hashagen 2003, S. 34.

11 Vgl. Geschichte der Mathematik an der Technischen Hochschule München, http://www.ma.tum.de/foswiki/pub/UeberUns/Profil/Geschichte_der_Mathematik.pdf (20.11.2017).

12 Brill: Aus meinem Leben, Bd. 3, S. 2.

13 Brill: Aus meinem Leben, Bd. 3, S. 95. Im November 1934 trauert Brill um seinen „Schüler und Freund“, der in diesem Monat an Krebs starb, und bereut zutiefst, ihm nicht noch einmal für seine Unterstützung und Freundschaft gedankt zu haben.

14 Modell-Sammlung des Mathematischen Instituts [in München], Abteilung b, Anwendung der Differentialrechnung auf Geometrie, begonnen vor 1882 bis 1934 [heute: TU München, Garching, M10], S. 63, Nr. 6a–b „Zwei Modelle der Kummer'schen Fläche. Modelliert von K. Rohn“.

15 Karl Rohn: Betrachtungen über die Kummer'sche Fläche und ihren Zusammenhang mit den hyperelliptischen Functionen $p = 2$, Diss. Phil. München 1878.

16 Vgl. Reich 2005, S. 2–3; vgl. Gottwald 1990, S. 403.

17 Weitere Angaben zu Bacharach im Objekttext von Felicia Stahl in diesem Band.

18 Brill: Aus meinem Leben, Bd. 3, S. 75; vgl. auch zum Antisemitismus den Beitrag von Ernst Seidl „Die Modelle, Brill und das studentische Projekt“ in diesem Band.

Abb. 1
Rudolf Diesel:
Elliptisches Paraboloid
mit Schnitten parallel der
Grundellipse,
Brill-Serie 3, Nr. 11, 1878,
MNF-Ma-AB6



Brill-Serie 3

Modelle von Flächen zweiter Ordnung von Rudolf Diesel,
1877/78 und 1878

Sandra Müller

Diese Modelle verkörpern das wissenschaftliche Frühwerk eines Mannes, der die Welt verändert hat. Die Rede ist von Rudolf Diesel, dessen Gipsmodelle von Flächen zweiter Ordnung (Abb. 1, 3–10 und 12) sich in der Modellsammlung der Universität Tübingen erhalten haben.¹ Im Jahr 1878 kaufte die Sternwarte aus der sogenannten dritten Serie die zweite Gruppe von Diesels Modellen für 75 Mark an.² Wie eine Anzeige aus den *Mathematischen Annalen* (Abb. 2) aus dem Jahr 1879 belegt,³ wurde die Serie sehr wahrscheinlich über den Verlag Ludwig Brill aus Darmstadt erworben.⁴ Grund dafür, dass die Sternwarte der erste Eigentümer der Modelle war, ist die enge Verknüpfung der Ausbildung der Sternwarte mit dem physikalischen Kabinett und dem Mathematisch-Physikalischen Seminar in Tübingen.⁵ Erst später, zu einem unbestimmten Datum, gingen die Objekte in die Sammlung der Mathematik über. Als Zeitpunkt hierfür kann der Amtsantritt von Brill in Tübingen im Jahr 1885 angenommen werden.⁶ Heute sind von den ursprünglich elf Modellen noch acht erhalten. Auf ihnen sind leichte

Gebrauchsspuren am Gips zu erkennen. Mit der Erfindung des Dieselmotors hat Rudolf Diesel Geschichte geschrieben und beeinflusst bis heute unser Leben. Geboren wurde er 1858 in Paris, später siedelte er zu seinem Onkel nach Augsburg über. Hier trat er in die mechanisch-technische Abteilung der Industrieschule ein und lernte sowohl in den Fächern Mathematik, Physik und Maschinenbau als auch an der Drehbank.⁷ Bereits zu diesem Zeitpunkt ist der Arbeitseifer und Ehrgeiz des jungen Diesel enorm; als Klassenbesten geht er von der Schule ab, mit dem Wunsch Ingenieur zu werden.⁸

Mithilfe eines Stipendiums beginnt der Siebzehnjährige das Mathematik- und Maschinenbaustudium am Polytechnikum in München. Hier vereinen sich Wissenschaft und Technik, Theorie und Erfindungsdrang. Maßgeblich beeinflussen sollten ihn die Vorlesungen des Professors Carl von Linde (1842–1934), dem Erfinder der Ammoniak-Kältemaschine, der damit den Grundstein für die weitere Entwicklung von Kühlschränken legen sollte. Das praktische Handwerkszeug eignete sich Diesel im Modellierkabinett bei Alexander von Brill und Felix Klein an.⁹ Als Mitglied

Abb. 2
Ludwig Brill:
[Werbeanzeige], in:
Mathematische Annalen,
1879, Bd. 15, Heft 3, S. 326

Math. Modelle aus der Verlagshandlung von L. Brill in Darmstadt.

Dritte Serie.

Gyps-Modelle
von Flächen zweiter Ordnung
mit Darstellung der Krümmungslinien,
geradlinigen Erzeugenden etc.
von R. Diesel.

Ganze Serie, bestehend aus 18 Modellen
in 2 Gruppen.

1) Ellipsoid, grosse Halbaxe 5 cm. 2) Dasselbe mit Krümmungslinien. 3) Ellipsoid, gr. Haxe 9 cm. 4) Dass. m. Krl. 5) Einschäl. Hyperboloid. 6) Dass. m. geraden Erzeugenden. 7) Dass. m. Krl. 8) Zweischal. Hyperboloid. 9) Dass. m. Krl. 10) Ellipt. Paraboloid. 11) Dass. m. Parallelschnitten. 12) Dass. m. Krl. 13) Hyp. Paraboloid. 14) Dass. mit Parallelschnitten. 15) Dass. m. geraden Erzeugenden. 16) Dass. m. Krl. 17) Ellipt. Kegel, Asympt.-Kegel zu (5) u. (8). 18) Ders. m. Krl.

Auf den Modellen der 1. Gruppe: Nr. 1. 3. 5. 8. 10. 13. 17 sind nur die Hauptschnitte angegeben. Den Modellen der 2. Gruppe sind 2 Abhandlgn. des Verf. über die Herstellung der Krümmungslinien beigelegt.

Preis der ganzen Serie 100 Mark excl. Emballage (15 \mathcal{M}) u. Versandkosten. I. Gruppe 35 Mark (Emb. 7 \mathcal{M}), II. Gruppe 75 Mark (Emb. 8 \mathcal{M}).

Vierte Serie.

Faden-Modelle
von Flächen zweiter Ordnung
dargestellt durch
Seidenfäden in Messinggestellen.
Ganze Serie bestehend aus 5 Modellen.

1) Unveränderl. Hyperboloid. 2) Bewegl. Hyperboloid, in der einen Grenzlage ein Cylinder, in der anderen ein Kegel. 3) Bewegl. Hyperboloid, in beiden Grenzlagen ein Kegel. 4) Unveränd. hyperbol. Paraboloid. 5) Bewegl. hyperbol. Paraboloid, in ein gleichseitiges windschiefes Viereck einbeschrieben. — Die Modelle sind sowohl mit messingfarbenen als auch schwarz gebeizten Gestellen zu beziehen. — Preis der ganzen Serie 270 Mark. Bei Einzel-Bezug Mod. Nr. 1 30 \mathcal{M} , Nr. 2 70 \mathcal{M} (mit Doppelfadensystem 75 \mathcal{M}), Nr. 3 75 \mathcal{M} , Nr. 4 44 \mathcal{M} , Nr. 5 70 \mathcal{M} .

Prospecto gratis durch die Verlagshandlung zu beziehen.

Abb. 3
Rudolf Diesel:
Ellipsoid mit Krümmungslinien, Brill-Serie 3,
Nr. 4, 1878,
MNF-Ma-A269



des Skizzen- und Modellbauvereins der mechanisch-technischen Abteilung des Polytechnikums modellierte er im Wintersemester 1877/78 seine Objekte. Diese Serie besteht aus achtzehn mathematischen Modellen, die sich mit den Flächen zweiter Ordnung auseinandersetzen. Diesel fertigt sogenannte Quadriken im Raum an, also Ellipsoide, einschalige Hyperboloide, zweischalige Hyperboloide, elliptische Paraboloid, hyperbolische Paraboloid und sogar eine entartete Quadrik in Form des elliptischen Kegels. Seine Modelle unterteilte er in zwei Gruppen (Abb. 10) – während die erste lediglich die Hauptschnitte anzeigt, verfügt die aus elf Modellen bestehende zweite Gruppe über eingravierte Krümmungslinien, Parallelschnitte und Geraden Erzeugenden.¹⁰ Die Verwendung von Krümmungslinien geht auf die Differentialgeometrie zurück, die wichtige Ergebnisse für die Kartografie, Navigation und den Bau von Motoren liefert.

Diesels Modellserie erfuhr wiederholt Beachtung und Wertschätzung. Deutlich wird dies etwa daran, dass sich seine Serie bereits mit jeweils zwei Exemplaren zu Brills Zeit in der Modell-Sammlung¹¹ der TU München befand und auf der vier-

ten DMV-Tagung, organisiert durch Professor Walther von Dyck, im Jahr 1893 in München ausgestellt wurde. Gezeigt wurden sie dort in einer Glasvitrine.¹² Zugleich gelangten seine Gipsmodelle durch den Darmstädter Ludwig-Brill-Verlag auf die Weltausstellung in Chicago,¹³ wofür er mit einer Bronzemedaille ausgezeichnet wurde. Auch diese Ausstellung organisierte Dyck. Aber auch im Kleinen, in Tübingen Mathematiker Kreisen, fanden sie Beachtung, wie eine privates Fotos (Abb. 11) zeigt. Knapp ein Jahr vorher, am 28. Februar 1892, meldete Diesel das Patent für seine Verbrennungskraftmaschine an.¹⁴

1 Jüngst hierzu: Stephan Finsterbusch: Die ersten Diesel-Modelle, in: Frankfurter Allgemeine Magazin, August 2017 (Auto Spezial), S. 42–43, oder allgemeiner: Ders.: Mathe zum Anfassen, in: Frankfurter Allgemeine Woche, Nr. 39, 22. September 2017, S. 58–61.



Abb. 4
Rudolf Diesel:
Einschaliges Hyperboloid
mit Krümmungslinien,
Brill-Serie 3, Nr. 7, 1878,
MNF-Ma-A271



Abb. 6
Rudolf Diesel:
Elliptisches Paraboloid mit
Krümmungslinien,
Brill-Serie 3, Nr. 12, 1878,
MNF-Ma-A274



Abb. 5
Rudolf Diesel:
Zweischaliges Hyperboloid
mit Krümmungslinien,
Brill-Serie 3, Nr. 9, 1878,
MNF-Ma-A272



Abb. 7
Rudolf Diesel:
Hyperbolisches Paraboloid
mit Krümmungslinien,
Brill-Serie 3, Nr. 16, 1878,
MNF-Ma-AE10



Abb. 8.1
Rudolf Diesel:
Ellipsoid mit Krümmungs-
linien, Brill-Serie 3,
Nr. 2, 1878,
MNF-Ma-AE5

Abb. 9
Rudolf Diesel:
Elliptischer Kegel
mit Krümmungslinien,
Brill-Serie 3, Nr. 18, 1878,
MNF-Ma-A278

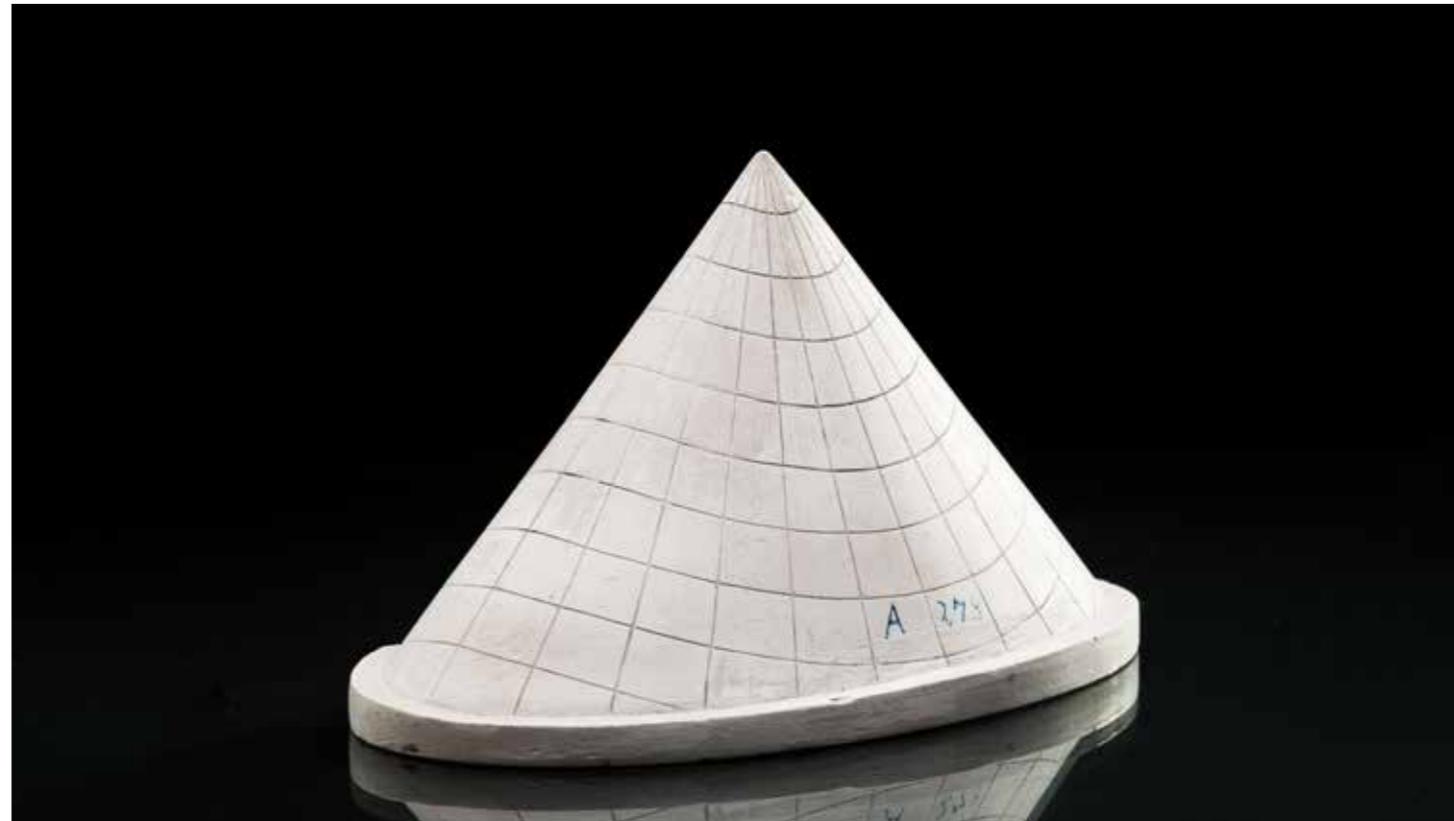


Abb. 8.2
Rudolf Diesel:
Ellipsoid mit Krümmungs-
linien, Brill-Serie 3,
Nr. 2, 1878,
MNF-Ma-A178

2 Inventar des Mathematischen Seminars der Universität Tübingen, 1933, S. 42–43: „Von der Sternwarte (1878)“.

3 Ludwig Brill: [Werbeanzeige], in: Mathematische Annalen, 1879, Bd. 15, Heft 3, S. 326.

4 Inventar 1933, S. 42–43: „Brill, Serie 3“.

5 Vgl. Alexander von Brill: Das mathematisch-physikalische Seminar, in: Die unter der Regierung seiner Majestät des Königs Karl an der Universität Tübingen errichteten und erweiterten Institute der Naturwissenschaftlichen und der Medizinischen Fakultät, Sonderabdruck, Tübingen 1889, S. 1; vgl.: Hundert Jahre Mathematisch-naturwissenschaftliche Fakultät [der Eberhard-Karls-Universität zu Tübingen]. Dokumente Instrumente, Modelle; eine Ausstellung der Fakultät, Tübingen 1963, S. 36. Der Mathematiker Hermann Hankel war Vorstand des Observatoriums von 1869 bis 1873 und zeitgleich Professor der Mathematik. Von 1873 bis 1884 leitete der Physiker Friedrich E. Reusch die Astronomie und war zugleich Professor der Physik.

6 Alexander von Brill ließ viele mathematische Modelle in die Sammlung des Mathematisch-Physikalische Seminars überführen und baute sich so mit weiteren Ankäufen eine Sammlung auf. Dies läßt sich an seinen handschriftlichen Einträgen im Modellkatalog des Verlags Ludwig Brill aus dem Jahr 1885 nachvollziehen. Vgl. Ludwig Brill: Catalog der mathematischen Modelle [...], Darmstadt ³1885, S. 7–8, in: Alexander von Brill: Mathematische Modelle, o. J. [Sammelband], Fachbibliothek Mathematik und Physik, Bereich Mathematik, Inventarnummer: 100/3. Online: <http://idb.ub.uni-tuebingen.de/diglit/BRILL> (28.03.2018).

7 Eugen Diesel: Jahrhundertwende. Gesehen im Schicksal meines Vaters, Stuttgart 1949, S. 35–37.

8 Hans L. Sittauer: Nicolaus August Otto und Rudolf Diesel, Leipzig ²1978 (Biographien hervorragender Naturwissenschaftler, Techniker und Mediziner, 32), S. 52–53.

9 Sittauer ²1978, S. 53–55.

10 Der erste Katalog des Verlags Ludwig Brill erschien 1881, allerdings hat sich dieser in Bibliotheken nicht erhalten. Somit gilt der Gesamt-Verlags-Katalog des Deutschen Buchhandels von 1881 als früheste erhaltene und gedruckte Quelle für das Darmstädter Verlagsprogramm. Vgl.: L. Brill in Darmstadt (Grossherzogthum Hessen), in: Gesamt-Verlags-Katalog des Deutschen Buchhandels: ein Bild deutscher Geistesarbeit und Cultur, Münster 1881, Bd. 3, S. 778.

11 Theodor Kuen: Catalog der Modell-Sammlung des mathematischen Instituts der k. technischen Hochschule [München], aufgestellt im Januar 1882 von Theodor Kuen und fortgeführt, berichtigt und ergänzt 1934 [heute: TU München, Garching, M10], S. 199–201.

12 Vgl. den Beitrag von Edgar Bierende und Frank Loose in diesem Band.

13 Walther von Dyck: Deutsche Unterrichts-Ausstellung in Chicago 1893. Special-Katalog der mathematischen Ausstellung, Gruppe X der Universitäts-Ausstellung, Berlin 1893, S. 42, Nr. 50. Zu sehen waren die Modelle im „Schrank Nr. (2).“

14 Eugen Diesel: Diesel. Der Mensch – das Werk – das Schicksal, Hamburg 1937, S. 98 und S. 190.

Abb. 10
Drei Modelle der Diesel-Serie, in: Ludwig Brill: Catalog mathematischer Modelle, Darmstadt 1888, S. 53

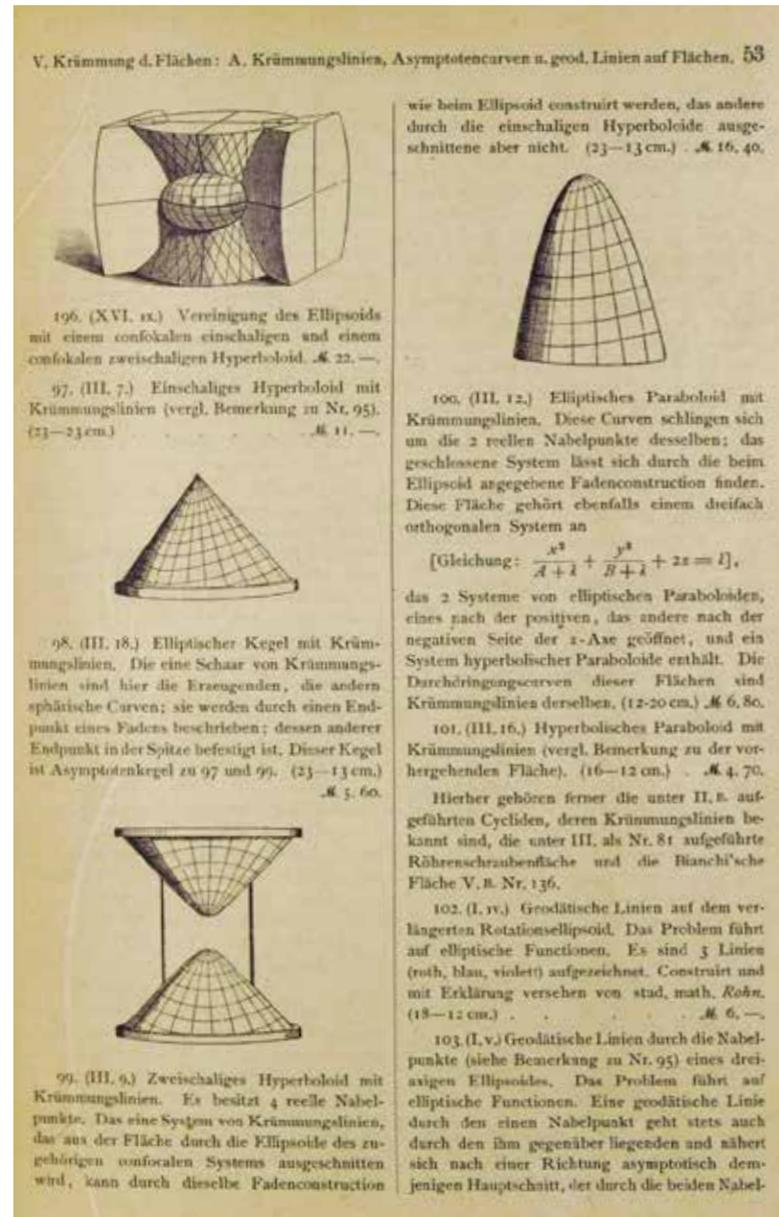


Abb. 11
Christian Betsch:
Diesel-Serie (AE6 (A269),
A271, A272, A274, AE10
(A277)), in: Fotoalbum,
Privatbesitz, 1880–1932



Abb. 12
Rudolf Diesel:
Hyperbolisches Paraboloid,
mit beiden Schaaeren
von Erzeugenden,
Brill-Serie 3, Nr. 15, 1878,
MNF-Ma-A276



Abb. 1
Peter Vogel:
Ringcyclide, Brill-Serie 5,
Nr. 16a, 1880,
MNF-Ma-A25-1



Brill-Serie 5

Vier Formen der Dupin'schen Zyklide von Peter Vogel,
1879/80 und 1880

Katharina Rohmeder

Der in New York lebende Fotokünstler Hiroshi Sugimoto hat sich in seiner Serie „Conceptual Forms“ mit der heutigen Neukontextualisierung des mathematischen Modells außerhalb seiner wissenschaftlichen Nutzung beschäftigt. Er schreibt sich damit in die kunsthistorische Tradition der Surrealisten und in die Rezeptionsgeschichte der Fotokunst eines Man Ray ein.¹ Die für die Foto-Serie verwendeten Modelle – neben vielen anderen (Abb. 2) – stammen aus der Zeit um 1900 aus Deutschland und befinden sich heute im Besitz der Graduate School of Mathematical Science der Universität Tokio.² Für den Künstler geben die Modelle „visible form to unseen hypotheses“.³ Obwohl Sugimoto die Modelle aus seiner künstlerischen Perspektive betrachtet, gelingt ihm der Rückverweis auf deren ursprüngliche Bestimmung.

Auch die Modelle aus der Mathematischen Sammlung der Universität Tübingen dienen heute nicht mehr nur ihrem ursprünglichen Zweck. In Regalen, Schaukästen und Vitrinen präsentiert, haben sich die Modelle längst als ausstellungs-

würdig erwiesen.⁴ Denn nicht nur wegen ihrer mathemathikhistorischen Besonderheit, sondern auch wegen ihrer schlichten Ästhetik und der handwerklichen Kunstfertigkeit, mit der sie modelliert sind, dürfen sie als künstlerische Objekte betrachtet werden.

Die fünfte Serie aus Ludwig Brills „Catalog mathematischer Modelle für den höheren mathematischen Unterricht“ besteht aus insgesamt 13 Gipsmodellen, die unter der Leitung von Alexander von Brill nach Originalen des mathematischen Instituts der Technischen Hochschule in München gefertigt wurden. Beteiligt an der Ausführung waren der Assistent Brills, Dr. P. Vogel, und die Studenten Th. Kuen und Chr. Wolff sowie Dr. Anton von Braunmühl.⁵ Es handelt sich um die Darstellung der elliptischen Funktion durch eine Fläche, Rotationsflächen, Schraubenflächen, Kettenlinien auf der Kugel, konkrete Betrachtungen zum Rotationsellipsoid und vier Formen der Dupin'schen Zyklide (Abb. 1–4). Die ganze Serie wurde 1881 und 1888 für hundert Mark gehandelt.⁶ In den ersten Abbildungen erkennt man die möglichen Formen der Dupin'schen Zyklide: Ring-, Horn- und Spindelzyklide. Es gibt Sie auch in einer

Abb. 2.1
Peter Vogel:
Dupin'sche Cyclide, Ringcy-
clide, Brill-Serie 5, Nr. 16a,
1880, Graduate School of
Mathematical Sciences der
Universität Tokio



Abb. 2.2
Modelle des Brill-Verlages
aus der Sammlung der Gra-
duate School of Matheatical
Sciences der Universität
Tokio, 2008

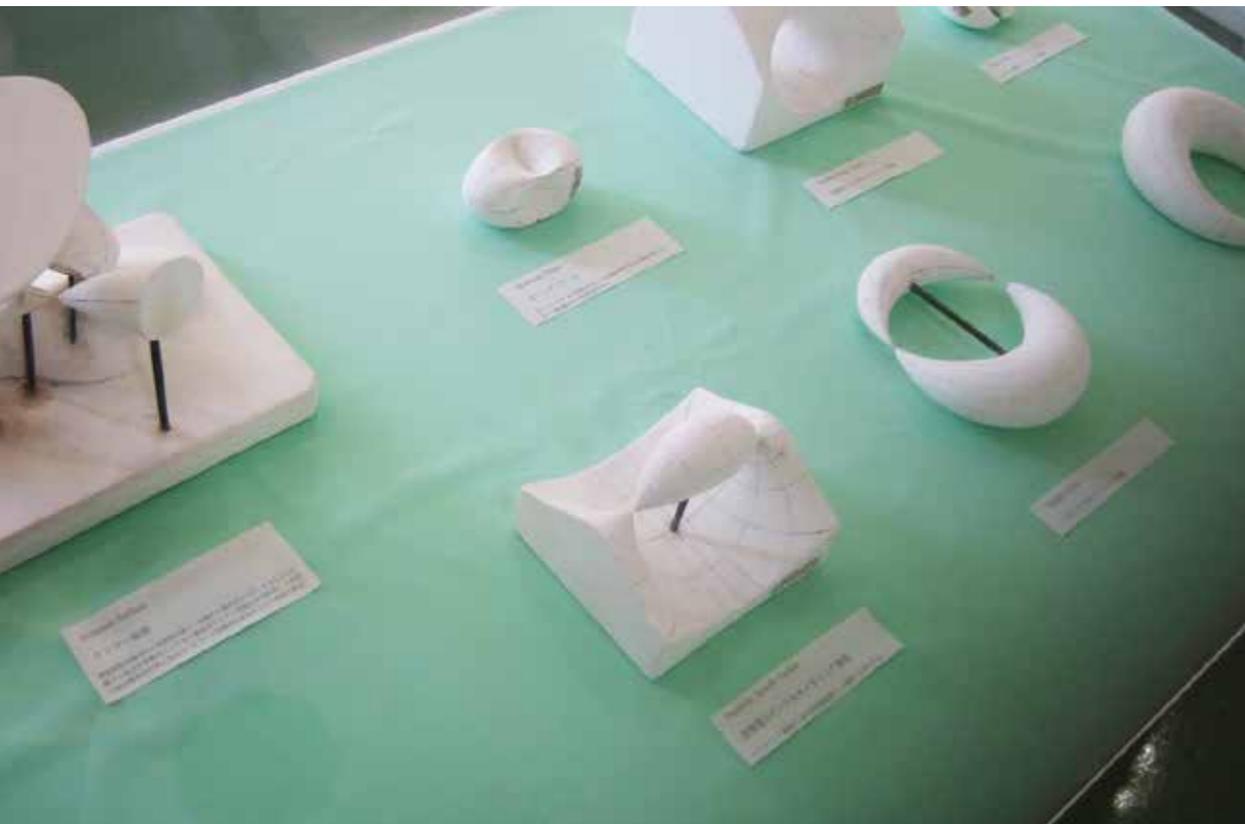


Abb. 3
Peter Vogel:
Spindelzyklide 2. Art,
Brill-Serie 5, Nr. 16b, 1880,
MNF-Ma-A25-2



Abb. 4
Peter Vogel:
Spindelzyklide 1. Art,
Brill-Serie 5, Nr. 16c, 1880,
MNF-Ma-A25-3



sogenannten parabolischen Form, die man daran erkennt, dass die Modelle „ins Unendliche“ reichen, wie etwa beim parabolischen Hornzyklide (Abb. 5). Die Urmodelle wurden in der Technischen Hochschule in München unter der Leitung von Alexander von Brill angefertigt und sind im Münchner Modell-Katalog verzeichnet.⁷ Sie wurden im Wintersemester 1879/80 durch den „Assistenten P. Vogel modellirt“.⁸ Bei diesen Modellen handelt es sich um nach dem französischen Mathematiker Charles Dupin benannte Flächen mit besonderen geometrischen Eigenschaften. Die auf der Oberfläche der parabolischen Zykliken sichtbaren Linien sind Krümmungslinien, bestehend aus zwei sich senkrecht schneidenden Scharen von Kreisen.⁹ Heute sind Dupin'sche Zykliken vor allem bei digitalen Konstruktionsprogrammen (CAD) von Bedeutung, da sie für die Modellierung glatter Übergänge zwischen Kanalfächen – den eine Kugelschar einhüllenden Flächen – genutzt werden können.¹⁰

Abb. 5
Peter Vogel:
Parabolische Cyclide mit
zwei reellen Knotenpunk-
ten, Brill-Serie 5,
Nr. 16d, 1880,
MNF-Ma-A25-4



1 Vergleiche zur künstlerischen Rezeption der Modelle den Beitrag „Materialisierte Theorie – objektivierte Ästhetik. Die mathematischen Modelle als Phänomene der Kunst“ von Ernst Seidl in diesem Band.

2 http://faculty.ms.u-Tokio.ac.jp/~topology/models/history_en.html (28.11.2017); <http://www.plastercastcollection.org/de/database.php?d=lire&id=231> (28.11.2017).

3 Die Conceptual Forms Sugimotos sind online abrufbar unter: <https://www.sugimotohiroshi.com/new-page-24> (13.09.2017).

4 So wurden beispielsweise im Jahr 2003 sogar 80 Tübinger Modelle in der Ausstellung „Malerei als Denkmodell“ über den Münchner Künstler Ben Willikens in der Stiftung für konkrete Kunst in Reutlingen gezeigt (vgl. hierzu noch einmal den Beitrag von Ernst Seidl in diesem Band).

5 Ludwig Brill: Catalog mathematischer Modelle [...], Darmstadt 1888, S. 11.

6 Ludwig Brill: Catalog mathematischer Modelle [...], Darmstadt 1881, S. 17–18; Ludwig Brill: Catalog mathematischer Modelle [...], Darmstadt 1888, S. 11–12.

7 Modell-Sammlung des Mathematischen Instituts [in München], Abteilung b, Anwendung der Differentialrechnung auf Geometrie, begonnen vor 1882 bis 1934 [heute: TU München, Garching, M10], S. 19, Nr. 44 Horncyclide, 1879, Nr. 45 Rincyclide, 1880, Nr. 46 Spindelcyclide, 1880, Nr. 47 Parabolide Cyclide, 1880.

8 Theodor Kuen: Catalog der Modell-Sammlung des mathematischen Instituts der k. technischen Hochschule [München], aufgestellt im Januar 1882 von Theodor Kuen und fortgeführt, berichtigt und ergänzt 1934, [heute: TU München, Garching, M10], S. 127. Vor Brill und Vogel wurden diese Modelle in Deutschland gefertigt vom Berliner Bildhauer Ludwig Lohde basierend auf den Berechnungen von Ernst Eduard Kummer siehe: Catalogue of the special loan collection of scientific apparatus at the South Kensington Museum, London 1876, S. 30, „Nr. 149. Dupin's Cyclide, according to the calculation of Professor Kummer, at Berlin [...] Ludwig Lohde, Berlin.“

9 Vijay Chandru, Debasish Dutta, Christoph Hoffmann: On the geometry of Dupin cyclides, in: Visual Computer, 1989, S. 277.

10 Chandru, Dutta, Hoffmann 1989, S. 290.

Abb. 1
Peter Vogel:
Schraubenfläche von
constantem negativen
Krümmungsmaß, deren Me-
ridiancurve die Tractrix ist,
Brill-Serie 5, Nr. 15, 1880,
MNF-Ma-A24



Brill-Serie 5

Schraubenfläche von konstantem negativen Krümmungsmaß
von Peter Vogel, 1880

Angelina Schmidle

$$z = \int \sqrt{\frac{c - r^2}{r^2 - c \mp t^2}} dr \quad \dots \text{ und: } \dots \quad -\frac{1}{g} \frac{d^2 g}{du^2} = -\frac{1}{c^2 + m^2}$$

„... die ganze Zeichensprache der Mathematik, jede Formel¹ und jedes Symbol [ist] für die Anschauung geschaffen.“² Mit diesen Worten begründete Alexander von Brill die Wichtigkeit der Modelle (Abb. 1) für den akademischen Unterricht. Die Ur-Modelle dieser Serie waren im Münchner Modellierkabinett von fünf Studenten der Technischen Hochschule zu München – vermutlich aus Holz – und unter Brills Leitung gefertigt worden.³ Erste Abgüsse in Gips nach den Münchner Originalen gingen als Schenkung des Darmstädter Ludwig-Brill-Verlages an die Technische Hochschule nach München, wie der handschriftliche Modell-Katalog aus der Zeit Brills belegt.⁴ – Aus der damaligen großen Sammlung haben sich nur wenige Modelle in München erhalten.⁵

Die Serie 5 wurde im Ludwig-Brill-Verlag zu Darmstadt 1880 publiziert.⁶ Im April des selben Jahres erschien auch der zugehörige zweiseitig

gedruckte Text von Peter Vogel (1856–1915) zu den Modellen der Schraubenfläche.⁷ Dieser und der Eintrag im Katalog des Darmstädter Verlages von Ludwig Brill behandelt die Theorien der Flächenkrümmung, insbesondere die Darstellung von Flächen konstanten Krümmungsmaßes.⁸ Manchen dieser Flächen wurden geodätischen Linien hinzugefügt – die lokal kürzeste Verbindungslinie zweier Punkte.⁹

Das Modell A24 behandelt die Darstellung einer Fläche negativen Krümmungsmaßes, die zudem eine Schraubenfläche ist. Ihre Meridiankurve ist durch die sogenannte Tractrix gegeben. Die Tractrix, auch Schleppkurve genannt, beschreibt eine Bewegungskurve eines Punktes, der an einem nicht dehnbaren Seil entlang einer Achse geführt wird.¹⁰ Eine Rotationsfläche von konstantem negativen Krümmungsmaß entsteht durch die Rotation der Tractrix¹¹ und wird Pseudosphäre genannt.¹²

Gefertigt wurde das Modell A24 durch Peter Vogel (Abb. 2), der als Assistent von Brill im Jahr 1880 im Modellierkabinett studierte, forschte und modellierte.¹³ Vogel begann sein Studium der Mathematik 1876 in München. Nach seiner



Abb. 2
Peter Vogel, zweiter von links, 1887, in: Karl v. d. Steinen: Unter den Naturvölkern Zentral-Brasiliens, Berlin 1894, zwischen S. 16 und 17, Tafel II, Universitätsbibliothek Tübingen

Dissertation 1880,¹⁴ die er unter Brill begann und in Erlangen unter Klein einreichte, wandte er sich von der Reinen Mathematik ab und legte seinen Fokus auf Expeditionen in fremde Länder. Er betrieb Messungen als Astronom in der Antarktis ehe er als Geodät nach Brasilien reiste und als Luftfahrtpionier die erste wissenschaftliche Ballonfahrt 1889 in München unternahm. Für seine Forschungen wurde er mehrfach im In- und Ausland ausgezeichnet.¹⁵

Wie andere Modelle der Tübinger Sammlung wurde das Modell A23 (Abb. 3) – ebenfalls aus der Serie 5 (Abb. 4–5) – mit einem Metallblech versehen, das verschoben werden konnte. Das Urmodell sollte die konstante Krümmung des Objekts begreifbar machen und wurde von Theodor Kuen berechnet und wohl auch modelliert.¹⁶ Kuen wurde in der Nachfolge von Vogel 1880/1881 Assistent bei Brill in München und ging 1885 als Reallehrer in den Schuldienst.¹⁷

Ein Tagebucheintrag Brills schildert die Bedeutung der Modelle für den akademischen Unterricht und für Brill selbst: „Eine Vorlesung über Krümmungs-Theorie läßt sich an der Hand meiner zahlreichen Modelle, die ich zu verschiede-

nen Teilen dieser Theorie anfertigen ließ, farbenreich und lebendig gestalten.“¹⁸ Brills Worte stehen im direkten Zusammenhang mit seinen Bemühungen die mathematische Lehre an den Hochschulen qualitativ zu heben und so langfristig zu verbessern, wofür er aktiv auf seine Modelle zugriff.

Abb. 3
Theodor Kuen:
Schraubenfläche von
konstantem positiven Krümmungsmaß, Darmstadt, Brill-Serie 5, Nr. 14, 1880, MNF-Ma-A23





Abb. 4
Theodor Kuen;
Christian Wolff:
Darstellung der elliptischen
Funktion durch eine Fläche,
Brill-Serie 5, Nr. 12, 1880,
MNF-Ma-A21



Abb. 5
Peter Vogel:
Rotationsflächen
von constantem positiven
Krümmungsmaß mit
geodätischen Linien,
Brill-Serie 5, Nr. 13c, 1880,
MNF-Ma-A22

1 Die beiden Formeln zu Schraubenflächen, in: Ludwig Brill: Catalog Mathematischer Modelle [...], Darmstadt ³1885, 2. Teil, S. 43 und S. 11, in: Alexander von Brill: Mathematische Modelle, o. J. [Sammelband], Fachbibliothek Mathematik und Physik, Bereich Mathematik, Inventarnummer: 100/3. Peter Vogel: Schraubenfläche von constantem negativen Krümmungsmaß, München April 1880, in: Alexander von Brill: Mathematische Modelle, o. J. [Sammelband], S. 69, Fachbibliothek Mathematik und Physik, Bereich Mathematik, Inventarnummer: 100/3.

2 Alexander von Brill: Über die Modellsammlung des mathematischen Seminars der Universität Tübingen [Vortrag gehalten 1886], in: Mathematisch-naturwissenschaftliche Mitteilungen, Hg. v. Otto Böklen, Bd. 2, 1887–1888, Tübingen 1889, S. 69.

3 Modell-Sammlung des Mathematischen Instituts [in München], Abtheilung b, Anwendung der Differentialrechnung auf Geometrie, begonnen vor 1882 bis 1934 [heute: TU München, Garching, M10], S. 19, Nr. 42. „Schraubenfläche von constantem negativen Krümmungsmaß, abwickelbar auf Fläche I.21. Berechnet von P. Vogel.“

4 Modell-Sammlung des Mathematischen Instituts [in München], Abtheilung b, Anwendung der Differentialrechnung auf Geometrie, begonnen vor 1882 bis 1934 [heute: TU München, Garching, M10], S. 19, „Nro. 39, 40, 42, ... 43. Geschenk der Buchhandlung von L. Brill in Darmstadt.“

5 Zur Münchner Modellsammlung: <http://www.universitaetssammlungen.de/sammlung/1131> (26.01.2018).

6 Ludwig Brill: Catalog Mathematischer [...], Darmstadt ⁴1888, 1. Teil, S. 12.

7 Peter Vogel: Schraubenfläche von constantem negativen Krümmungsmaß, München April 1880, in: Alexander von Brill: Mathematische Modelle, o. J. [Sammelband], Fachbibliothek Mathematik und Physik, Bereich Mathematik, Inventarnummer: 100/3.

8 L. Brill ³1885, 1. Teil, S. 11–12, in: Alexander von Brill: Mathematische Modelle, o. J. [Sammelband], Fachbibliothek Mathematik und Physik, Bereich Mathematik, Inventarnummer: 100/3.

9 <http://www.spektrum.de/lexikon/geowissenschaften/geodaetische-linie/5592> (08.12.2017).

10 Reckziegel 1986, S. 36.

11 <http://www.spektrum.de/lexikon/physik/traktrix/14678> (10.12.2017).

12 Paul Eberman: Seminarvortrag Differentialgeometrie, 2002, S. 2.

13 Alexander von Brill: Aus meinem Leben, 3 Bde. (Bd. 1–2, Transkription in Typoskript durch Justine Panck im Auftrag von Alexander von Brill), Tübingen 1887–1928, Bd. 1, S. 157. Er listet Vogel im Jahr 1880 unter seinen Münchnern Schülern auf, die bei ihm promovierten.

14 Peter Vogel: Ueber die Curven vierter Ordnung vom Geschlechte eins, Univ. Diss. Erlangen 1880.

15 https://www.nuernbergwiki.de/index.php/Peter_Vogel (21.11.2017).

16 Modell-Sammlung des Mathematischen Instituts [in München], Abtheilung b, Anwendung der Differentialrechnung auf Geometrie, begonnen vor 1882 bis 1934 [heute: TU München, Garching, M10], S. 19, Nr. 43. „Berechnet von Th. Kuen.“

17 Ulf Hashagen: Die Mathematik und ihre Assistenten an der TH München (1868–1918), in: Gauss Symposium (2: 1993: München): Proceedings of the 2nd Gauss Symposium, hg. von Minaketan Behara, Rudolf Fritsch, Rubens G. Lintz, Berlin/New York 1995, S. 135–146 hier S. 139.

18 Brill: Aus meinem Leben, Bd. 1, S. 30.

Abb. 1
Karl Friedrich Rodenberg:
Diagonalfäche mit 27
reellen Geraden,
Brill-Serie 7, Nr. 1, 1881,
MNF-Ma-A33



Brill-Serie 7

Flächen dritter Ordnung von Karl Friedrich Rodenberg, 1877 und 1881

Katharina Rohmeder

Die siebte Serie aus Ludwig Brills „Catalog mathematischer Modelle für den höheren mathematischen Unterricht“ besteht aus 26 Gips- und einem Drahtmodell, die alle Flächen dritter Ordnung darstellen (Abb. 1–2 und 5–14).¹ Die Serie wurde 1881 im Darmstädter Verlag erstmals veröffentlicht und seitdem zum Kauf (Abb. 3) angeboten. Gefertigt wurden die Modelle nach Berechnungen und den Originalen des Darmstädter Mathematikers Karl Friedrich Rodenberg.² Die sogenannte Rodenberg-Serie wurde wohl bereits unter Alexander von Brill für die Tübinger Sammlung vollständig erworben, wie sich dies anhand der alten A-Inventarnummern und Brills persönlichen Katalog mit Anstreichungen im Sammelband³ erschließt; und zeitlich noch früher befand sich diese Serie – erworben unter Brill und Klein – in der Modell-Sammlung der TU München.⁴ Sie ist ein einzigartiges mathematisches und ästhetisches Highlight.

Den Erläuterungen im Darmstädter Modellkatalog, die von Rodenberg selbst stammen,⁵ ist zu entnehmen, dass diese Serie (Abb. 4) es ermögli-

chen soll, einen Überblick über sämtliche Flächen dritter Ordnung zu geben, in dem durch Deformation jeder beliebige andere Typus aus einem der vorhandenen Modelle bestimmt werden kann. Damit wird eine bisher nicht vorhandene Vollständigkeit bei Flächen dritter Ordnung angestrebt. Der Preis der gesamten Serie beläuft sich im Jahr 1885 auf dreihundert Mark. Die Modelle haben, bis auf einige Ausnahmen, eine durchschnittliche Größe von 12 x 15 cm.⁶

Rodenberg studiert Mathematik wohl bei Alfred Clebsch (1833–1872) zunächst in Karlsruhe und Göttingen. Er promovierte im Jahr 1874 in Göttingen.⁷ Anfangs als Lehrer in Plauen tätig, wurde er 1879 als ordentlicher Professor der Mathematik an die Technische Hochschule nach Darmstadt berufen, wo er zunächst bis zu seiner zweiten Berufung als Professor der Darstellenden Geometrie der Technischen Hochschule Hannover im Jahr 1884 blieb.⁸ Die Modelle der siebten Serie gehen auf seine mathematischen Ausführungen aus dem Jahr 1877 zurück, die er, seit 1873 als Oberlehrer am Gymnasium im vogtländischen Plauen tätig, in der Zeitschrift „Mathematische Annalen“ publizierte.⁹ Am Ende seines Beitrags



Abb. 2
Karl Friedrich Rodenberg:
Fläche mit vier reellen
C₂, Fläche 3. Ordnung,
Brill-Serie 7, Nr. 2, 1881,
MNF-Ma-A34

äußert er – mit der letzten Anmerkung – den expliziten Wunsch: „Ich beabsichtige im Anschluss an diese Arbeit eine Collection von Modellen der verschiedenen Arten von Flächen dritter Ordnung und einiger ihrer Hesse’schen Flächen erscheinen zu lassen, welche das concrete Erfassen der Singularitäten erleichtern werden.“¹⁰ Bis zur Umsetzung seines Verlangens sollten vier weitere Jahre vergehen. Rodenbergs Kontakt zum Ludwig-Brill-Verlag in Darmstadt kam sicherlich leicht zustande, da er einerseits zu jener Zeit als Professor in Darmstadt lehrte und andererseits über seine spezifisch mathematische Ausrichtung sicherlich im Kontakt mit Felix Klein und Alexander von Brill stand, wie sich dies aus den heute bekannten Quellen zumindest in Bezug auf Klein eindeutig nachweisen lässt.¹¹ Zudem verband alle drei Mathematiker der gemeinsam verehrte Mentor, Professor Alfred Clebsch, der jedoch im Jahr 1872 bereits mit 39 Jahren verstarb.

Abb. 3
Ludwig Brill:
[Werbeanzeige], in: Mathe-
matische Annalen, 1881,
Bd. 18, Heft 3

Verlag von Modellen für den höheren math. Unterricht.

VII. Serie.

Bei L. Brill in Darmstadt sind soeben erschienen:

Gips-Modelle von Flächen dritter Ordnung.

Die verschiedenen Gestalten der Flächen dritter Ordnung mit parabolische Curven und die wichtigsten ihrer Hesse'schen Flächen
von Dr. Carl Rodenberg,
Professor der Mathematik an der technischen Hochschule zu Darmstadt.

Ganze Serie, bestehend aus 27 Modellen. **I. Gruppe**. Modelle Nr. 1–15,
II. Gruppe. Modelle Nr. 16–26.

Den Modellen ist eine 1½ Bogen in gr. 8 umfassende Abhandlung beigelegt.
Preis der **ganzen Serie** 300 ₰ excl. Emballage (16 ₰) und Versendung
kosten. **I. Gruppe** 140 ₰ (Emballage 8 ₰), **II. Gruppe** 160 ₰ (Emb. 8 ₰)
Modelle und Prospekte sind durch die Verlagshandlung zu beziehen.

Mehrfach geäußertem Wunsch entsprechend, gelangen die

Carton-Modelle von Flächen zweiter Ordnung

für welche bisher die Kreisschnitte lose ineinander gesteckt waren, noch in **einer dauerhafteren Darstellungsart** zur Ausgabe, wobei die beweglichen Kreisschnitt derart gegeneinander befestigt sind, dass ein Herausfallen derselben unmöglich ist
Preis der Serie in der bisherigen Darstellung 11 ₰
Preis der Serie mit gegenseitig befestigten Kreisen 16 ₰
Die Verlagshandlung **L. Brill in Darmstadt.**

In meinem Verlage ist heute erschienen u. durch jede Buchhandlung zu beziehen
Die

Fortschritte der Physik im Jahre 1876.

Dargestellt von
der physikalischen Gesellschaft zu Berlin.
XXXII. Jahrgang.
Redigirt von
Prof. Dr. **B. Schwalbe.**
II. Abtheilung.

Enthaltend: Wärmelehre, Electricitätslehre, Physik der Erde. Preis: ₰ 16.50
32. Jahrgang complet Preis: ₰ 27.50.
Berlin, den 15. April 1881. **G. Reimer.**

Verlag mathematischer Modelle von **L. Brill in Darmstadt.**

Flächenstreifen constanter positiver und negativer Krümmung aus Guttaperchapapier.

Anhang zu den von dem **mathematischen Institut der technischen Hochschule zu München** veröffentlichten Modellen von Rotations- und Schraubenfläche **constant**er Krümmung, deren Abwickelbarkeit theils auf sich selbst theils auf einander sie veranschaulichen.
Preis der vier in einem Carton vereinigten Streifen 4 ₰

Abb. 4
Serien von Flächen 3.
Ordnung, nach Angabe
von Prof. Dr. C. Rodenberg,
in: Ludwig Brill, Catalog
mathematischer Modelle,
Darmstadt 1888, S. 40



Abb. 5
Karl Friedrich Rodenberg:
Fläche mit vier reellen C_2 ,
Brill-Serie 7, Nr. 3, 1881,
MNF-Ma-A35



Abb. 6
Karl Friedrich Rodenberg:
Flächen mit vier reellen C_2 ,
Brill-Serie 7, Nr. 4, 1881,
MNF-Ma-A36



Abb. 7
Karl Friedrich Rodenberg:
Flächen mit vier reellen C_2 ,
Brill-Serie 7, Nr. 5, 1881,
MNF-Ma-A37



Abb. 8
Karl Friedrich Rodenberg:
Flächen mit vier reellen
conischen Knoten C_2 ,
Brill-Serie 7, Nr. 6, 1881,
MNF-Ma-A38

Abb. 9
Karl Friedrich Rodenberg:
Fläche mit drei reellen C2,
Brill-Serie 7, Nr. 7, 1881,
MNF-Ma-A39



Abb. 10
Karl Friedrich Rodenberg:
Fläche mit drei reellen C2,
Brill-Serie 7, Nr. 8, 1881,
MNF-Ma-A40



Abb. 13
Karl Friedrich Rodenberg:
Fläche mit einem B3,
dessen Ebenen konjugiert
imaginär sind, Brill-Serie 7,
Nr. 11, 1881,
MNF-Ma-A43



1 Ludwig Brill: Catalog mathematischer Modelle [...], Darmstadt ³1885, S. 14, in: Alexander von Brill: Mathematische Modelle, o. J. [Sammelband], Fachbibliothek Mathematik und Physik, Bereich Mathematik, Inventarnummer: 100/3. Online: <http://idb.uni-tuebingen.de/diglit/BRILL> (29.03.2018).

2 L. Brill ³1885, S. 16, in: Alexander von Brill: Mathematische Modelle, o. J. [Sammelband], Fachbibliothek Mathematik und Physik, Bereich Mathematik, Inventarnummer: 100/3 und S. 40.

3 Der Sammelband findet sich auch online: <http://idb.uni-tuebingen.de/diglit/BRILL> (29.03.2018).

4 Theodor Kuen: Catalog der Modell-Sammlung des mathematischen Instituts der k. technischen Hochschule [München], aufgestellt im Januar 1882 von Theodor Kuen und fortgeführt, berichtigt und ergänzt 1934 [heute: TU München, Garching, M10], S. 147 und S. 278, Nr. 23–33.

5 L. Brill ³1885, S. 30, in: Alexander von Brill: Mathematische Modelle, o. J. [Sammelband], Fachbibliothek Mathematik und Physik, Bereich Mathematik, Inventarnummer: 100/3.

6 L. Brill ³1885, S. 15–16 und 30–33.

7 Karl Friedrich Rodenberg: Das Pentaeder der Flächen dritter Ordnung beim Auftreten von Singularitäten, Univ. Diss. Göttingen 1874; Link: <http://reader.digitale-sammlungen.de/resolve/display/bsb11187565.html> (29.03.2018).

8 Rudolf Vierhaus (Hg.): Deutsche biographische Enzyklopädie (DBE), München ²2007, Bd. 8, S. 465.

9 Karl Friedrich Rodenberg: Zur Classification der Flächen 3. Ordnung (1877), in: Mathematische Annalen, Bd. 14, Heft 1, 1879, S. 46–110.

10 Rodenberg 1879, S. 110.

11 Nachlass Felix Klein: Brief von Karl Friedrich Rodenberg an Felix Klein. Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen, Signatur: Cod. Ms. F. Klein 11: 545–586.

Abb. 11
Karl Friedrich Rodenberg:
Fläche mit drei reellen B3,
Brill-Serie 7, Nr. 9, 1881,
MNF-Ma-A41



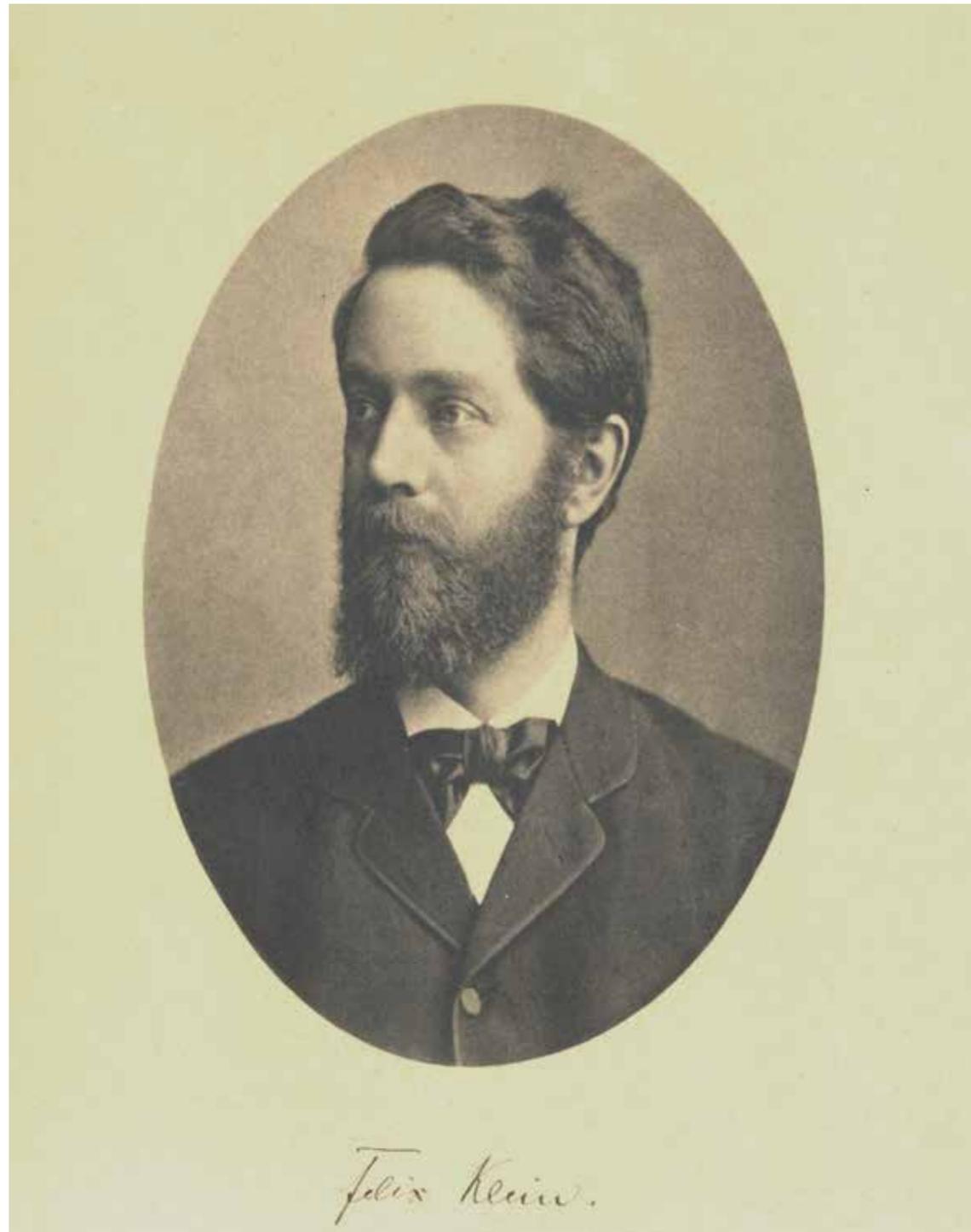
Abb. 12
Karl Friedrich Rodenberg:
Fläche mit B3, dessen
Ebenen in je drei reellen
Knotenstrahlen schneiden,
Brill-Serie 7, Nr. 10, 1881,
MNF-Ma-A42/AC22



Abb. 14
Karl Friedrich Rodenberg:
Fläche mit B4 und zwei
reellen C2, Brill-Serie 7, Nr.
12, 1881,
MNF-Ma-A44



Abb. 1
Unbekannter Fotograf:
Porträt von Felix Klein,
um 1890,
MNF-Ma-A356



Brill-Serie 7

Flächen dritter Ordnung von Karl Friedrich Rodenberg, 1878 und 1881

Angelina Schmidle

Felix Klein (Abb. 1) ging als einer der Mitbegründer der anschaulichen Mathematik in die Geschichte ein. So begründete er im Jahr 1875 zusammen mit Alexander von Brill die praktischen Übungen zur Geometrie an der Polytechnischen Hochschule München.¹ Brill, der einst feststellte: „Die Mannigfaltigkeit dieser Formen regt [...] die Einbildungskraft an und [...] zieht wenig Begabte zum Interesse an der Geometrie heran“², legte den Grundstein der heutigen Tübinger Sammlung. Bereits 1881 erkannte er in München die Wichtigkeit der Modelle für die Verbreitung des Interesses an der Mathematik. Aus dem Kreis seiner Studierenden, die in seinem Modellierkabinett wichtige Impulse erhielten, gingen Professoren, Dozenten und Lehrer hervor, welche die anschauliche Mathematik innerhalb der Wissenschaftsgemeinde und darüber hinaus bekannt machten.³

Jahrelang als Mittel für den praktischen Unterricht genutzt, standen die Tübinger Modelle aber ebenso auf Ausstellungen für die Elite der Mathematik zur Verfügung, ehe sie in den Schaukästen

der Universität Tübingen ihren vorläufig letzten Aufbewahrungsort erhielten. Trotz ihrer großen Bedeutung für die Mathematik gerieten die Objekte mehr und mehr in Vergessenheit.

Die Gipsmodelle (Abb. 2 und 4–15), die 1881 durch Karl Friedrich Rodenberg im Darmstädter Verlag von Ludwig Brill veröffentlicht und zum Kauf angeboten wurden, waren bereits 1886 in den Besitz der Universität Tübingen gekommen.⁴ Sie gaben Flächen dritter Ordnung und Regelflächen wieder.⁵

Flächen dritter Ordnung wurden bereits früh durch Klein untersucht.⁶ In der Folge zeigten die Modelle von Rodenberg parabolische Kurven, Singularitäten und Hesse'sche Flächen.⁷ Die möglichen Typen von Singularitäten waren bereits seit 1864 durch den schweizer Mathematiker Ludwig Schläfli (1814–1895) bekannt geworden. Doch erst die Rodenberg-Serie schaffte eine Visualisierung der komplizierten Flächensingularitäten. Neben den Singularitäten gibt die Serie auch einen Überblick über alle gestaltlichen Verhältnisse von kubischen Flächen.⁸

Insgesamt umfasst die Serie von Rodenberg 27 Modelle. Ausgangspunkt war seine Dissertation

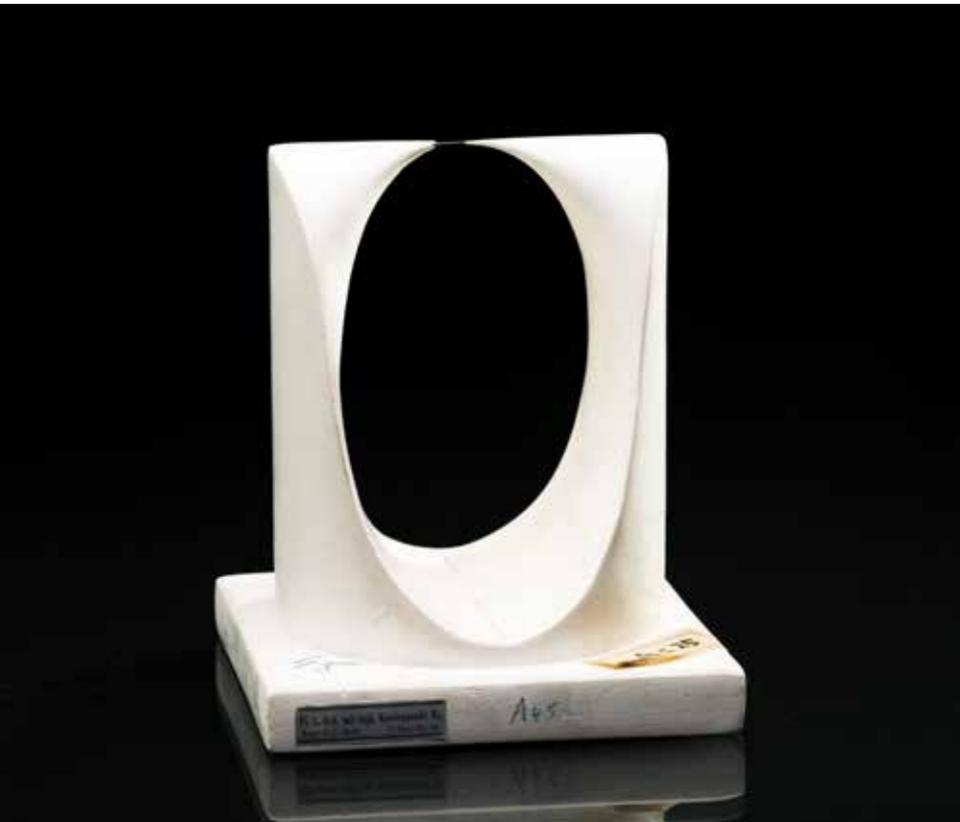


Abb. 2
Karl Friedrich Rodenberg:
Fläche mit B_4 und zwei
imaginären C_2 , Brill-Serie 7,
Nr. 13, 1881,
MNF-Ma-A45

aus dem Jahr 1874⁹, die den Modellen den Namen Rodenberg-Serie einbrachte.¹⁰ Die Tübinger Sammlung ist eine der wenigen, die eine vollständige Serie und somit eine Gesamtübersicht über die Flächen dritter Ordnung sowie sämtliche charakteristische Typen besaß, wie aus dem persönlichen Sammelband von Alexander von Brill mit eingebundenen Darmstädter Modellkatalog von 1885 (Abb. 3) hervorgeht.¹¹ 1881 betrug der Preis der ganzen Serie 300 Mark, wobei ihr ideeller Wert den materiellen weit übersteigt.¹²

Abb. 3
Gips-Modelle von
Flächen dritter Ordnung, in:
Ludwig Brill, Catalog
mathematischer Modelle,
Darmstadt ³1885, S. 14, in:
Alexander von Brill
[Sammelband], o. J.

14

Siebente Serie.

Gips-Modelle von Flächen dritter Ordnung.

Die verschiedenen Gestalten der Flächen dritter Ordnung mit parabolischen Curven und die wichtigsten ihrer Hesse'schen Flächen

von
Dr. Carl Rodenberg,
Professor der Mathematik an der Gr. technischen Hochschule zu Darmstadt.

Ganze Serie, bestehend aus 27 Modellen.

I. Gruppe Mod. Nr. 1 — 15, II. Gruppe Mod. Nr. 16 — 26.

A 33	—	1. Diagonalfäche mit 27 reellen Geraden.
A 34-38	—	2-6. Flächen mit 4 reellen C_2 *, welche unter sich collinear sind, und nur im Verhalten zur unendlich fernen Ebene Unterschiede zeigen.
A 39	—	7. Fläche mit 3 reellen C_2 , zu denen kein vierter treten kann.
A 40	—	8. Dieselbe Art, von der andern Flächenseite betrachtet, zur Bildung des U_6 (Modell 16).
A 41	—	9. Fläche mit 3 reellen B_3 .
A 42	—	10. Fläche mit B_3 , dessen Ebenen in je drei reellen Knotenstrahlen schneiden. Das Modell dient gleichzeitig zur Ueberführung des B_3 in einen U_6 .
A 43	—	11. Fläche mit B_3 , dessen Ebenen conjugirt imaginär sind.
A 44	—	12 u. 13. Fläche mit $B_4 + 2$ $\left\{ \begin{array}{l} \text{reellen} \\ \text{imaginären} \end{array} \right\} C_2$. Bei 12 sind die Ebenen des B_4 reell, bei 13 imaginär.
A 45	—	14. Fläche mit $B_5 + C_2$.
A 46	—	15. Fläche mit $B_6 + C_2$.
A 47	—	16 u. 17. Fläche mit U_6 , dessen Ebene in $\left\{ \begin{array}{l} \text{drei} \\ \text{einem} \end{array} \right\}$ reellen $\left\{ \begin{array}{l} \text{Strahlen} \\ \text{Strahl} \end{array} \right\}$ schneidet.
A 48-49	—	18. Fläche mit U_7 .
A 50	—	19. Fläche mit U_8 .
A 51	—	20. Regelfläche, deren Doppelgerade völlig von reellen Flächentheilen umgeben ist.
A 52	—	21. Regelfläche, bei deren Doppelgerade dies nur für eine endliche von zwei Cuspidalpunkten begrenzten Strecke der Fall ist.
A 53	—	

*) Die Buchstaben C , B , U bedeuten bezw. einen conischen, einen biplanaren, einen uniplanaren Knoten, der angehängte Zeiger gibt die Anzahl der Einheiten, um welche die Klasse durch die betreffende Singularität erniedrigt wird. — Vergl. übrigens die Ausführungen im 2. Theil.

Abb. 4
Karl Friedrich Rodenberg:
Fläche mit B5 und C2,
Brill-Serie 7, Nr. 14, 1881,
MNF-Ma-A46



Abb. 5
Karl Friedrich Rodenberg:
Fläche mit B6 und C2,
Brill-Serie 7, Nr. 15, 1881,
MNF-Ma-A47



Abb. 8
Karl Friedrich Rodenberg:
Fläche mit U7, Brill-Serie 7,
Nr. 18, 1881,
MNF-Ma-A50



Abb. 9
Karl Friedrich Rodenberg:
Fläche mit U8, Brill-Serie 7,
Nr. 19, 1881,
MNF-Ma-A51



Abb. 6
Karl Friedrich Rodenberg:
Fläche mit uniplanaren
Knoten U6,
Brill-Serie 7, Nr. 16, 1881,
MNF-Ma-A48



Abb. 7
Karl Friedrich Rodenberg:
Fläche mit U6,
Brill-Serie 7, Nr. 17, 1881,
MNF-Ma-A49



Abb. 10
Karl Friedrich Rodenberg:
Regelfläche, deren Doppel-
gerade völlig von reellen
Flächenteilen umgeben ist,
Brill-Serie 7, Nr. 20, 1881,
MNF-Ma-A52



Abb. 11
Karl Friedrich Rodenberg:
Regelfläche, deren Doppel-
gerade völlig von reellen
Flächenteilen umgeben ist,
Brill-Serie 7, Nr. 21, 1881,
MNF-Ma-A53

Abb. 12
Karl Friedrich Rodenberg:
Cayley'sche Regelfläche mit
unendlich fernem Cuspidal-
punkt, Brill-Serie 7, Nr. 22,
1881,
MNF-Ma-A54



Abb. 13
Karl Friedrich Rodenberg:
Cayley'sche Regelfläche mit
im Endlichen gelegenen
Cuspidalpunkte,
Brill-Serie 7, Nr. 23, 1881,
MNF-Ma-A55



Abb. 14
Karl Friedrich Rodenberg:
Hesse'sche Fläche zu zwei
und fünf, Brill-Serie 7, Nr.
24a, 1881,
MNF-Ma-A56



Abb. 15
Karl Friedrich Rodenberg:
Hesse'sche Fläche zu
sieben, Brill-Serie 7, Nr. 265,
1881,
MNF-Ma-A58

1 Alexander von Brill: Über die Modellsammlung des mathematischen Seminars der Universität Tübingen [Vortrag gehalten 1886], in: Mathematisch-naturwissenschaftliche Mitteilungen, Hg. v. Otto Böklen, Bd. 2, 1887–1888, Tübingen 1889, S. 75.

2 Brill 1889, S. 69.

3 Alexander von Brill: Aus meinem Leben, 3 Bde. (Bd. 1–2, Transkription in Typoskript durch Justine Panck im Auftrag von Alexander von Brill), Tübingen 1887–1928, Bd. 1, S. 27.

4 Brill 1889, S. 78.

5 Ludwig Brill: Catalog mathematischer Modelle [...], Darmstadt ³1885, 1. Teil, S. 14, 7. Serie, in: Alexander von Brill: Mathematische Modelle, o. J. [Sammelband], Fachbibliothek Mathematik und Physik, Bereich Mathematik, Inventarnummer: 100/3. Online: <http://idb.ub.uni-tuebingen.de/diglit/BRILL> (29.03.2018).

6 Felix Klein: Ueber Flächen dritter Ordnung, in: Mathematische Annalen, Bd. 6, 1873, S. 551.

7 Alexander von Brill: Mathematische Modelle, o. J. [Sammelband], Fachbibliothek Mathematik und Physik, Bereich Mathematik, Inventarnummer: 100/3, S. 141; Wolf Barth: Algebraische Flächen, in: Gerd Fischer (Hg.): Mathematische Modelle, Kommentarband, Braunschweig/Wiesbaden 1986, S. 10; vgl. den Objekttext von Katharina Rohmeder in diesem Band.

8 Barth 1986, S. 10.

9 Die Dissertation trug den Titel: Das Pentaeder der Flächen dritter Ordnung beim Auftreten von Singularitäten, Univ. Diss. Göttingen 1874; Karl Friedrich Rodenberg: Zur Classification der Flächen dritter Ordnung, in: Mathematische Annalen, Bd. 14, Heft 1, 1879, S. 46.

10 Barth 1986, S. 10.

11 L. Brill ³1885, S. 14–15, in: Alexander von Brill: Mathematische Modelle, o. J. [Sammelband], Fachbibliothek Mathematik und Physik, Bereich Mathematik, Inventarnummer: 100/3. Heute fehlen in der Mathematischen Sammlung von der Brill-Serie Nr. 7 lediglich drei Modelle: A43/Ac23; A57/Ac37; A59/Ac39.

12 Ludwig Brill: Gesamt-Verlags-Katalog des Deutschen Buchhandels: ein Bild deutscher Geistesarbeit und Cultur; Buch- und Kunst-Katalog, Darmstadt 1881, S. 780.

Abb. 1
Gottlieb Herting:
Catenoid, Brill-Serie 8,
Nr. 25c, 1882,
MNF-Ma-A65-2



Brill-Serie 8

Schrauben- und Rotationsflächen von Gottlieb Herting
und Peter Vogel, 1877 und 1882

Henri Hoor

Unter den in der Geometrie bekannten Rotationsflächen ist das Katenoid die einzige, die zugleich auch eine Minimalfläche darstellt. Ihre charakteristische Kurve bildet die sogenannte Kettenlinie, da sie der Form nach an eine an beiden Enden in gleicher Höhe aufgehängte, durchhängende Kette unter Schwerkraft zeigt. Lässt man die Kettenlinie um eine bestimmte Achse rotieren, erhält man als Rotationsfläche ein Katenoid.¹

Mit seinem runden Sockel und der sich verjüngenden und wieder verbreiternden Form erinnert das Gipsmodell eines Katenoids (Abb. 1) beinahe an ein Gefäß auf einer Töpferscheibe. Bedenkt man, dass es sich bei dem hier abgebildeten Modell um eine Rotationsfläche handelt, deren Bewegung quasi in Gips erstarrt ist, wird diese Assoziation nur noch verstärkt. Eine theoretische mathematische Flächenberechnung bekommt so das Bild eines sehr plastischen, formgebenden Prozesses. Im alten China gab es für die Vorstellung einer sich ewig kreisenden Bewegung der Natur passenderweise den Begriff des „tianjun“, den einer himmlischen Töpferscheibe.²

Das hölzerne Urmodelle des Katenoids (Abb. 2) hat sich in der „Sammlung Mathematischer Modelle“ der technischen Universität Dresden erhalten. Dieser Prototyp stammt aus der Zeit des Münchner Modellierkabinetts. Im Münchner Katalog der Modell-Sammlung (Abb. 3) aus jener frühen Zeit findet sich ein Eintrag mit den Gleichungen zu dieser Modell-Serie von Rotationsflächen, die „nicht schwer aufzustellen“ und von „stud. math. Herting berechnet“ wurden.³ Durch den Verkauf des Darmstädter Ludwig-Brill-Verlages an den Hallensischen später Leipziger Martin-Schilling-Verlag im Jahr 1899 gelangten die Modelle-Serien – darunter auch die Münchner Urmodelle – von Darmstadt nach Leipzig. Im Jahr 1960 wurde der hölzerne Katenoid aus den Beständen des Martin-Schilling-Verlages in Leipzig, der vor der Auflösung stand, für Dresden angekauft.⁴ Der potenzielle Autor des Katenoid erschließt sich aufgrund einer wiederkehrenden Systematik, die im „Catalog mathematischer Modelle“⁵ des Darmstädter Verlegers Ludwig Brill vorliegt. Für die Brill-Serie 8 mit der römischen Nummer 25, zu der drei Modelle bezeichnet mit „a. Windschiefe Schraubenfläche“, „b. Catenoid

Abb. 2
Gottlieb Herting:
Katenoid, Urmodell zu
Brill-Serie 8, Nr. 25c, 1881,
TU Dresden, Sammlung
Mathematischer Modelle



[...] aus biegsamen Messingblech“ und „c. Dasselbe in Gips“ zählen, wird zugehörig zum ersten Modell als Autor respektive als Hersteller „cand. math. G. Herting“ genannt.⁶ Das Prinzip, das der jeweilige Mathematiker und Gestalter nur am Anfang einer Modell-Gruppe genannt wird, findet sich an vielen Stellen des Modell-Kataloges.⁷ Gottlieb Herting (1856–1919) studierte zuerst an der Technischen Hochschule Karlsruhe, später an der Technischen Hochschule in München bei Brill und unter Noether in Erlangen, die seine Dissertation förderten.⁸ Er promovierte 1884 an der Münchner Universität bei Professor Ludwig Philipp Seidel (1821–1896) zum Thema: „Über die gestaltlichen Verhältnisse de Flächen dritter Ordnung und ihrer parabolischen Kurven“.⁹ Die mathematischen Beschreibungen und Berechnungen zum Modell des Katenoid und zur Schraubenfläche finden sich in einer frühen Publikation von Herting aus dem Jahr 1881, die er unter der Leitung von Alexander von Brill schrieb: „Minimalfläche neunter Ordnung. Catenoid und Schraubenfläche. Modellirt von cand. math. G. Herting.“¹⁰ Hierdurch ist sowohl die Zuschreibung dieser Modelle an Herting als auch die Datierung des Dresdner

Ur-Modells belegt. Nach seiner Promotion wurde Herting 1885 Assistent bei Brill.¹¹ Doch folgte er seinem Professor nicht nach Tübingen nach. Statt dessen wechselte er ins Lehramt. So unterrichtete Herting 1889 als Gymnasiallehrer und 1890 als Gymnasialprofessor der Mathematik und Physik am Gymnasium bei St. Anna in Augsburg. Was aber genau sind geodätische Linien, oder kurz Geodäten, die auf vielen der hier behandelten Gipsmodellen eingeritzt sind? Es handelt sich bei ihnen um die lokal kürzeste Verbindungskurve zweier Punkte. Auf einer Rotationsfläche sind beispielsweise die Profillinien, also diejenigen ebenen Kurven, durch deren Drehung der Rotationskörper entsteht, stets Geodäten.¹² Auf der Erdkugel stellen dies gerade die Großkreise dar, insbesondere die Meridiane oder auch der Äquator. Andere Flächen dieser Serie sind in Form von Schrauben gestaltet, so das Modell einer Wendelfläche (Abb. 4), die ebenso wie das Katenoid 1776 bereits früh vom französischen Mathematiker Jean-Baptiste Meusnier de la Place beschrieben wurde.¹³ Ihre in die Höhe strebenden Windungen greifen eine bekannte architektonische Formensprache auf. So bietet sich der Vergleich einer Wendelfläche mit dem einer Wendeltreppe an. Im selben Zeitraum wie das Katenoid modellierte Brills Assistent Gottlieb Herting die auf einem Rotationsellipsoid abwickelbare Schraubenfläche (Abb. 5).¹⁴ Diese ähnelt frappierend Spiralsäulen, die in der Architekturgeschichte auch als salomonische Säulen bezeichnet werden. Insbesondere im Barock griff man auf dieses Architekturzit zurück, das in vielen Kirchen als nobilitierendes Ausstattungselement vorkam. Ältere Typen finden sich beispielsweise auch an Fenstern des Dogenpalastes in Venedig (Abb. 6). Bevor Brill sich der Mathematik zuwandte, studierte er in den Jahren von 1860 bis 1862 Architektur und Ingenieurwissenschaft am Polytechnikum in Karlsruhe.¹⁵ Seine Vorliebe für Formgebung und das räumliche Denken könnte demnach in seinem anfänglichen Interesse am Bauwesen begründet liegen.¹⁶

Abb. 3
Modell-Sammlung des
Mathematischen Instituts
[München], begonnen
vor 1882 bis 1934, S. 53

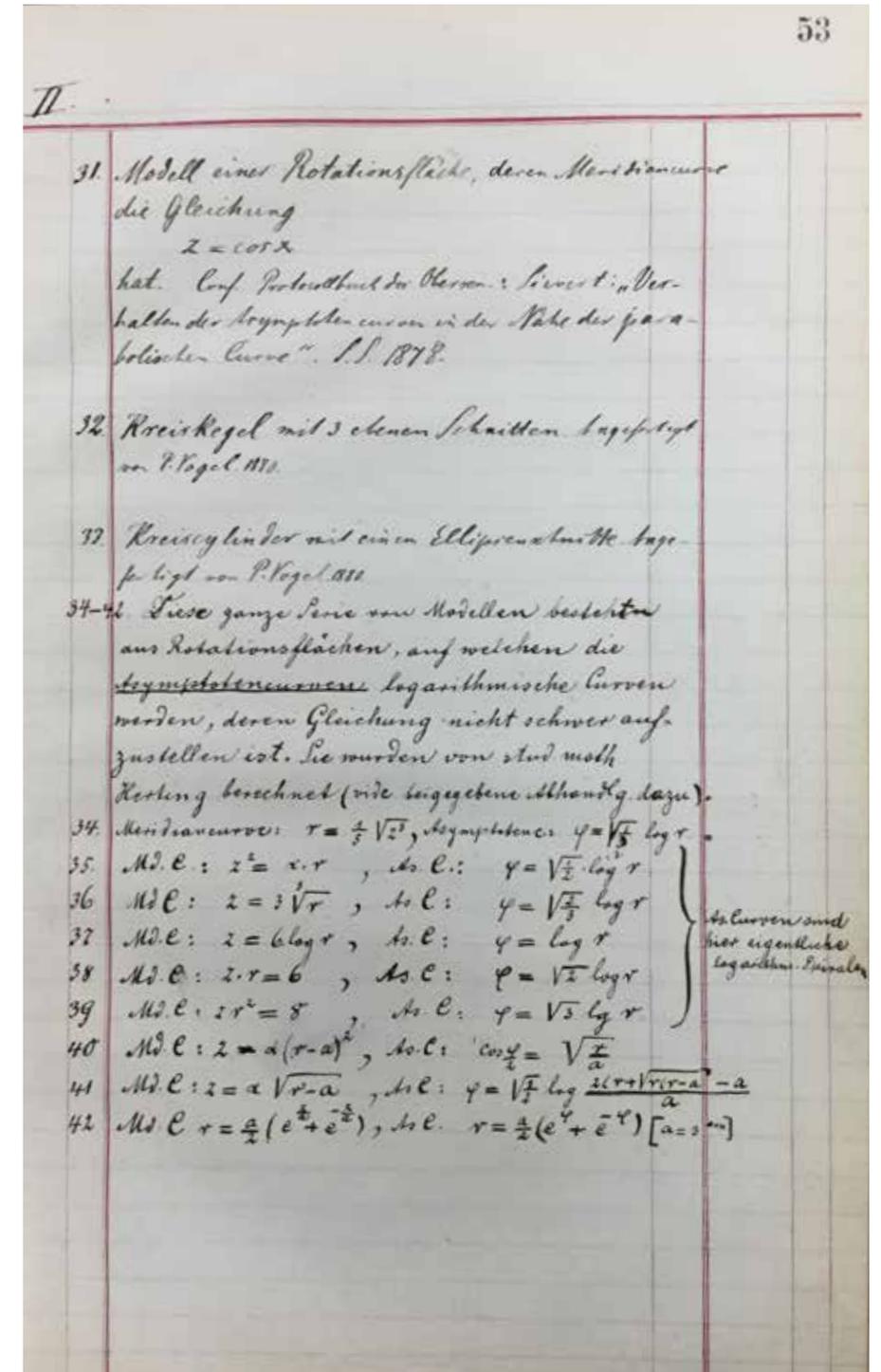




Abb. 4
Gottlieb Herting:
Windschiefe Schrauben-
fläche, Brill-Serie 8,
Nr. 25a, 1882,
MNF-Ma-A65-6



Abb. 5
Gottlieb Herting:
Auf das Rotationsellipsoid
abwickelbare Schrauben-
fläche, Brill-Serie 8,
Nr. 26, 1882,
MNF-Ma-A66

Abb. 6
Fenster des Dogenpalastes,
Porta della Carta,
Venedig, 1438–1442



Abb. 7
J. Mack:
Fläche von constantem
negativen Krümmungsmaß
mit ebenen Krümmungs-
linien nach Theodor Kuen,
Brill-Serie 8, Nr. 20, 1882,
MNF-Ma-A60



Abb. 8
Gottlieb Herting:
Minimalfläche neunter
Ordnung, Brill-Serie 8,
Nr. 21, 1882,
MNF-Ma-A61

Abb. 9
H. Thoma:
Reliefperspektivische Dar-
stellung, Brill-Serie 8,
Nr. 23, 1882,
MNF-Ma-A63

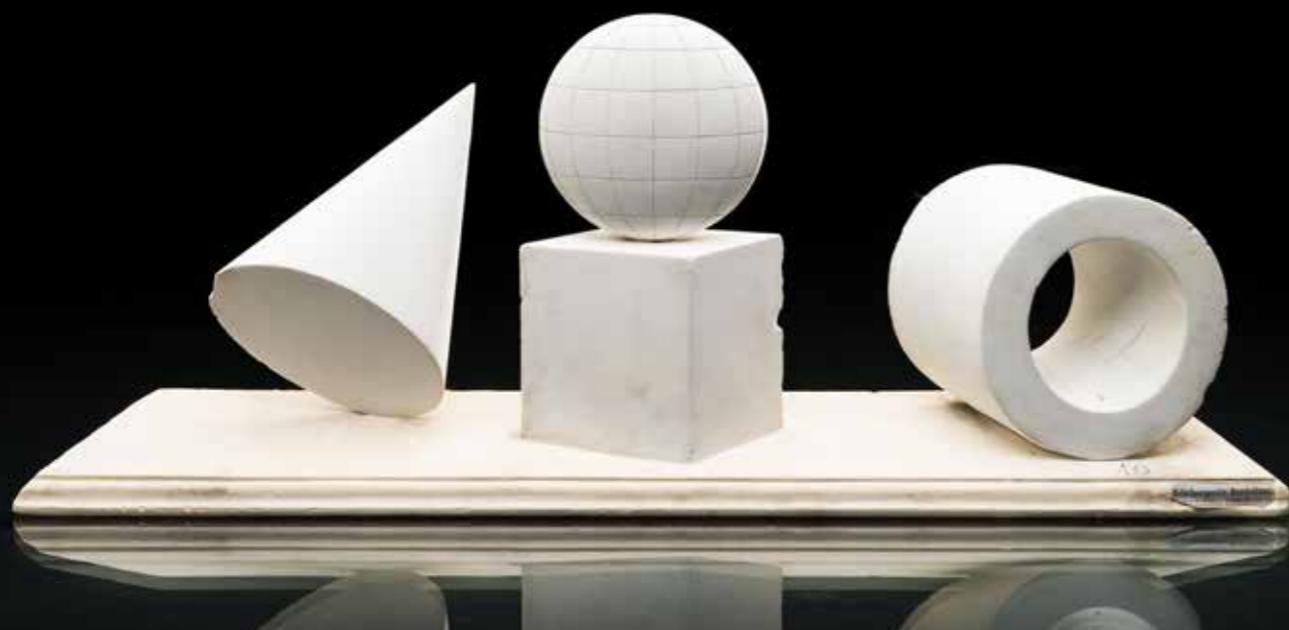


Abb. 10
Theodor Kuen:
Röhren-Schraubenfläche,
Brill-Serie 8, Nr. 24, 1882,
MNF-Ma-A64

1 Gerd Fischer (Hg.): Mathematische Modelle. Kommentarband, Braunschweig/Wiesbaden 1986, S. 46.

2 Hans P. Hoffmann: Die Welt als Wendung. Zu einer Literarischen Lektüre des Wahren Buches vom südlichen Blütenland (Zhuangzi), Wiesbaden 2001, S. 109.

3 Modell-Sammlung des Mathematischen Instituts [in München], Abteilung b, Anwendung der Differentialrechnung auf Geometrie, begonnen vor 1882 bis 1934 [heute: TU München, Garching, M10], S. 53, Nr. 34–42.

4 Vgl. Daniel Lordick: Die Sammlung Mathematischer Modelle, in: Sammlungen und Kunstbesitz – Technische Universität Dresden (Hg. Technische Universität Dresden, Klaus Mauersberger), Dresden 2015, S. 75.

5 Ludwig Brill: Catalog mathematischer Modelle [...], Darmstadt 1881, S. 24, Nr. 25c

6 Vgl. auch den Eintrag in der Datenbank der Historischen Sammlung mathematischer Modelle in Halle zum Catenoid, Inv. Nr. Df-003: <http://did2.mathematik.uni-halle.de/modell/modell.php?Nr=Df-003> (10.12.2017).

7 Zum Beispiel wird als Autor der vier Dupinschen Cyclide nur einmal Peter Vogel gleich zu Beginn der Nummer 16 genannt: Ludwig Brill: Catalog mathematischer Modelle [...], Darmstadt 1881, S. 17–18, Nr. 16 a-d.

8 Ulf Hashagen: Walther von Dyck (1856–1934). Mathematik, Technik und Wissenschaftsorganisation an der TH München, Stuttgart 2003, S. 673.

9 Univ. Diss. München, publiziert in zwei Teilen, Augsburg 1887 und 1888; <http://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:hbz:061:1-468770> und <http://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:hbz:061:1-468786> (10.12.2017).

10 Gottlieb Herting: Minimalfläche neunter Ordnung. Catenoid und Schraubenfläche. Modellirt von cand. math. G. Herting; München 1881, in: Alexander von Brill: Mathematische Modelle, o. J. [Sammelband], S. 89–95, Fachbibliothek Mathematik und Physik, Bereich Mathematik, Inventarnummer: 100/3.

11 Brill zählt Herting unter seinen Schülern zusammen mit dem Datum der Promotionsschrift auf: „1887 G. Herting“. Alexander von Brill: Aus meinem Leben, 3 Bde. (Bd. 1–2, Transkription in Typoskript durch Justine Panck im Auftrag von Alexander von Brill), Tübingen 1887–1928, Bd. 1, S. 156–157.

12 Gerhard Betsch: Geodätische auf einem 1-schaligen Rotationshyperboloid. Anmerkungen zu einem konkreten mathematischen Modell, in: David Ludwig, Cornelia Weber, Oliver Zauzig (Hg.): Das materielle Modell. Objektgeschichten aus der wissenschaftlichen Praxis, Paderborn 2014, S. 227.

13 Fischer 1986, S. 47. Andere Quellen gehen davon aus, dass bereits 1740 der Schweizer Leonhard Euler das Katenoid entdeckte. Die Form selbst dürfte freilich in ihrer Einfachheit bereits früher bekannt gewesen sein. Vgl. auch: Georg Glaeser/Konrad Polthier: Bilder der Mathematik, Heidelberg 2009, S. 154.

14 Walther von Dyck: Katalog mathematischer und mathematisch-physikalischer Modelle, Apparate und Instrumente, München 1892, S. 291.

15 Gerhard Betsch: Alexander von Brill (1842–1935), in: Volker Schäfer (Hg.): Bausteine zur Tübinger Universitätsgeschichte, Folge 3, Tübingen 1987, S. 73.

16 So gelangten in die Tübinger Sammlung auch mehrere Modelle des Mathematikprofessors Guido Hauck, Brill-Serie 26A Zehn Gips-Modelle architektonischer Polyeder, Nr. 1, Nr. 6, Nr. 7, Nr. 9, vgl.: Inventar des Mathematischen Seminars der Universität Tübingen, 1933, S. 66–67, Inv. Nr.: Ah 3 bis 6, A378a bis A378d.

Abb. 1
Christian Wiener:
Modell über die Abhängig-
keit der Rückkehrelemente
der Projektionen einer un-
ebenen Kurve [...]: Modell
1, Brill-Serie 11, Nr. 1, 1884,
MNF-Ma-A139

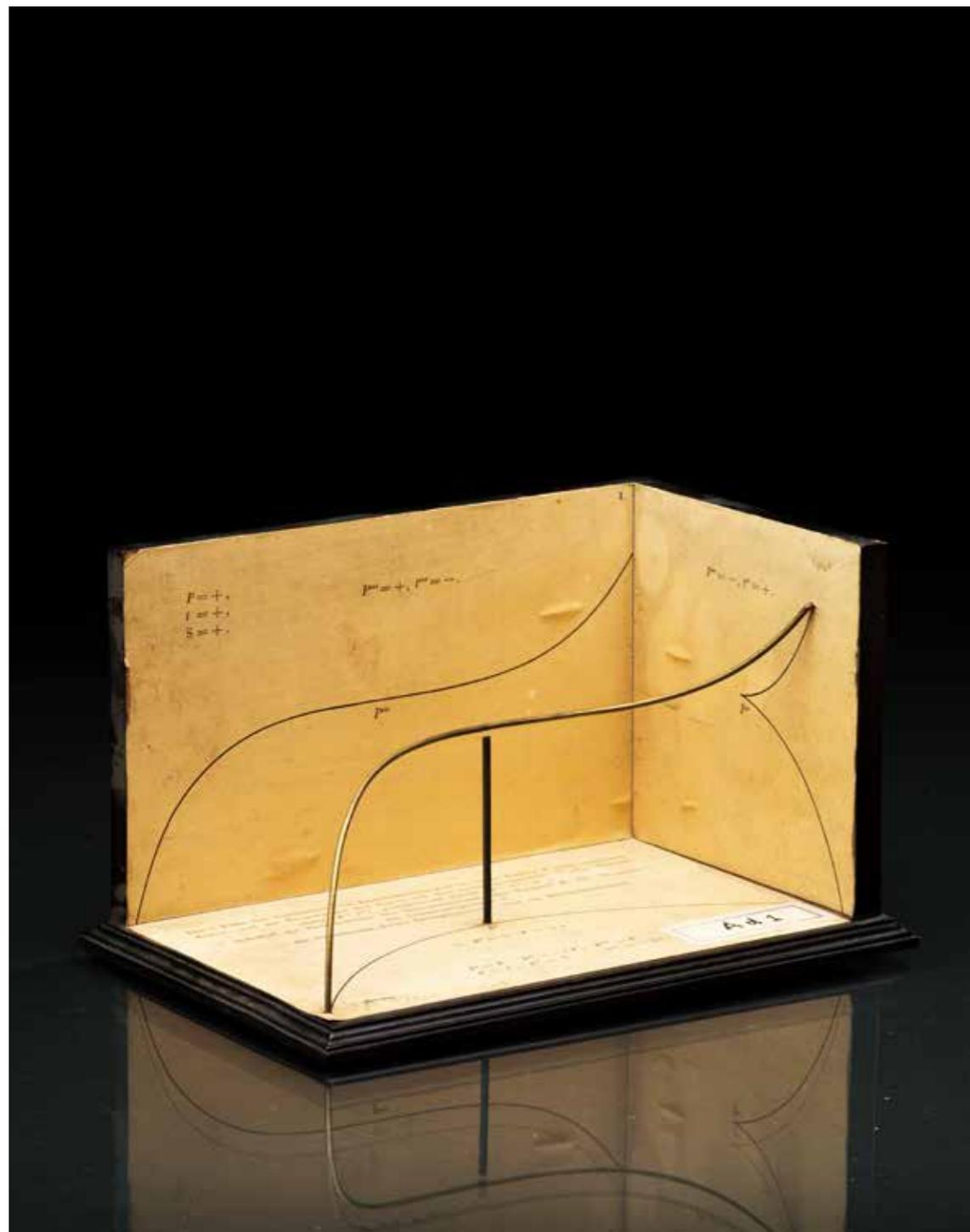
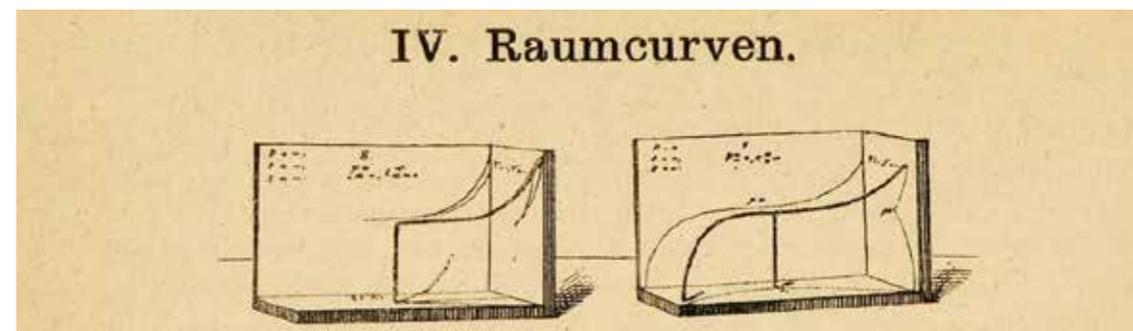


Abb. 2
Darstellungen von Raum-
kurven, in: Ludwig Brill,
Catalog mathematischer
Modelle, Darmstadt 1885,
2. Teil, S. 38



Brill-Serie 11

„Wiener Modelle“ von Christian Wiener, 1879 und 1884

Felicia Stahl

Von Christian Wiener wurde im Jahr 1879 eine Serie von acht Modellen (Abb. 1 und 4–10) – laut Alexander von Brill – „publiziert“, also konzipiert und gebaut.¹ Die Objekte erschienen im Jahr 1884 als elfte Serie im „Catalog mathematischer Modelle“ des Ludwig-Brill-Verlags (Abb. 2). Die Urmodelle (Abb. 3) haben sich im KIT-Archiv in Karlsruhe erhalten.² Sie waren der Ausgangspunkt für die späteren Nachbauten der Verlage. Diese Serie entstand zu einem speziellen Teilbereich der Differential-Geometrie. Sie zeigt „die Abhängigkeit der Rückkehrelemente der Projektionen einer unebenen Kurve von denen der Kurve selbst.“³ Um eine erste Unterscheidung verschiedener Singularitäten von Raumkurven vornehmen zu können, was kurz gesagt das Ziel der Modelle ist, setzte Wiener während seiner Lehrveranstaltungen auf den interaktiven und praxisnahen Umgang von Studenten mit Objekten:⁴ „Die Modelle zeigen die acht möglichen Fälle [...] und lassen durch Visieren oder Schattenwerfen die Abhängigkeit ihrer Charactere, und durch allmähliche Aenderung der Projektionsrichtung die

Entstehung der Projektionsrichtung die Entstehung der Singularitäten der Projektionen erkennen.“⁵

Die Interessenvielfalt des studierten Mathematikers, Physikers und Philosophen⁶ Christian Wiener spiegelt sich nicht nur in der variablen Themenwahl seiner Publikationen wider, beispielsweise über „Die Helligkeit des klaren Himmels und die Beleuchtung durch Sonne, Himmel und Rückstrahlung“⁷, „Die Begründung der Sittenlehre und ihre geschichtliche Entwicklung“⁸ oder das „Lehrbuch der darstellenden Geometrie“⁹. Auch die Konzeption seiner Modelle in Verbindung physikalischer, besonders optischer Gegebenheiten, mit mathematischen Sachverhalten, lässt auf seine interdisziplinären Fähigkeiten schließen. Christian Wiener, geboren 1826, war ab 1852 Professor der darstellenden Geometrie und graphischen Statik am Polytechnikum in Karlsruhe. Die naturwissenschaftlich-mathematische Begeisterung lag in der Familie. Nicht nur sein Sohn, Hermann Wiener (1857–1939), sollte einmal ein bekannter Mathematiker werden, sondern auch Christian Wieners Neffe Alexander von Brill.

Abb. 3.1
Christian Wiener:
Vier Modelle, 1879,
Karlsruher Institut für
Technologie (KIT)



Abb. 3.2

Die acht kleinen Holzwinkel mit den Maßen 11 x 17 cm bestehen aus Boden-, Rücken- und einer Seitenfläche (Abb. 1 und 4–10). Sie dienen dem Betrachter, der in diesem Fall gleichzeitig Anwender ist, als Materialisierung der drei mathematischen Hauptebenen, Projektionsfläche von darin angebrachten Drahtkurven, Informationsträger zur Anwendung und schließlich als eine Art Diorama für eine mathematische Funktionen. Im Rahmen der „Deutschen Unterrichts-Ausstellung in Chicago“ im Jahr 1893 schreibt Walther von Dyck in seinem zur Ausstellung erschienenen Sonderkatalog über die Mathematischen Modelle: „Die Vorteile einer solchen Darstellung, die den eigentlichen Character einer Fläche zur Anschauung bringt, tritt hier gegenüber den stets mehr als Körper erscheinenden Gipsmodellen u.ä. hervor.“¹⁰

Diese „Vorteile“ erkannte man auch andernorts in mathematischen Instituten und zugehörigen Sammlungen. Bereits 1879 war man auf Christian Wiener persönlich zugekommen und hatte „[...] die Frage wegen Nachbildung an ihn gerichtet [...]“, nachdem er die Modelle im selben Jahr bei der Naturforscher-Versammlung in Baden-Baden

vorge stellt hatte. Wiener erklärte sich bereit, die Nachbildungen zu veranlassen und merkte hierzu an, „[...] dass sich der Preis der acht Modelle auf 30 Mark“¹¹ belaufen sollte. Er kalkulierte also mit einem sehr niedrigen Preis. Im Jahr 1884 gingen die kleinen Holzmodelle dann in Serie. Unter der Rubrik Serie XI vertrieb Ludwig Brill, der Bruder von Alexander von Brill, die mathematischen Anschauungsobjekte über seinen Verlag für 45 Mark exklusive Verpackungs- und Versandkosten.¹² Als Martin Schilling den Darmstädter Verlag Ludwig Brill 1899 übernahm, wurde im Katalog der Preis auf 60 Mark angehoben.¹³ Der Nachfrage und dem Ansehen dieser Wiener’schen Serie tat dies keinen Abbruch. Sie befanden sich einst zu Brills Zeit in der Modell-Sammlung¹⁴ der TU München und finden sich noch heute in vielen Universitäten im In- und Ausland, etwa in Göttingen, Halle-Wittenberg aber auch in den Niederlanden und sogar in Italien.¹⁵ Der überwiegende Anteil dieser Serien stammt wohl aus dem Verlag Martin Schilling.

Bei der Serie in Tübingen sind heute bei drei Modellen die Kurven aus Draht verloren gegangen. Nur noch die Projektionen und die Aufhängungs-

Abb. 4
Christian Wiener:
Brill-Serie 11, Nr. 2, 1884,
MNF-Ma-A140

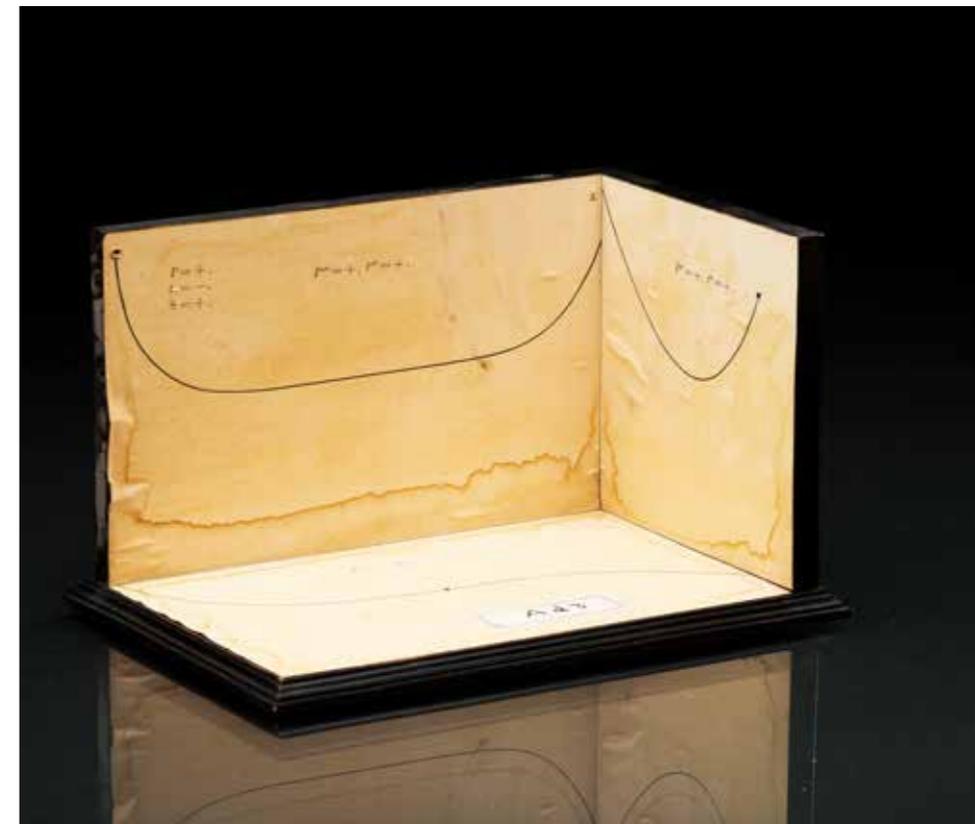


Abb. 5
Christian Wiener:
Brill-Serie 11, Nr. 3, 1884,
MNF-Ma-A141

Abb. 6
Christian Wiener:
Brill-Serie 11, Nr. 4, 1884,
MNF-Ma-A142



Abb. 7
Christian Wiener:
Brill-Serie 11, Nr. 5, 1884,
MNF-Ma-A143

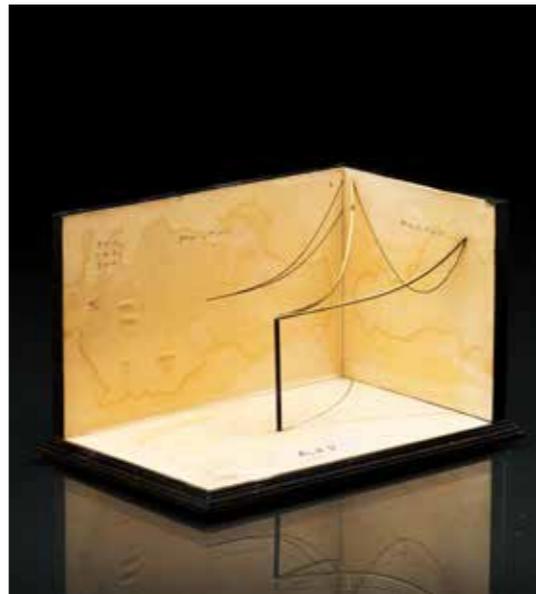


Abb. 8
Christian Wiener:
Brill-Serie 11, Nr. 6, 1884,
MNF-Ma-A144

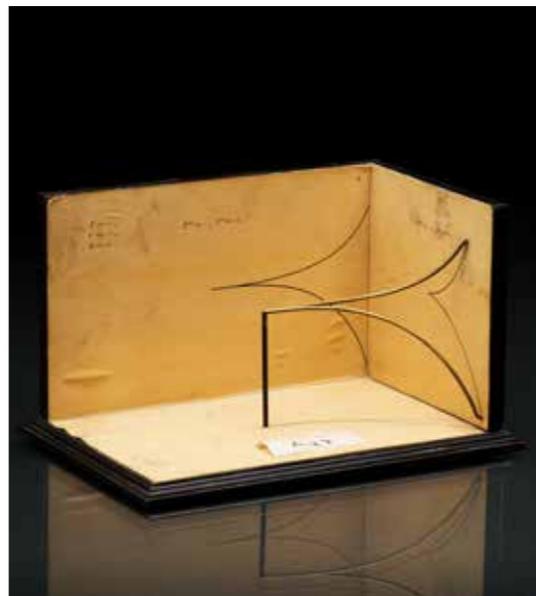


Abb. 9
Christian Wiener:
Brill-Serie 11, Nr. 7, 1884,
MNF-Ma-A145

Abb. 10
Christian Wiener:
Brill-Serie 11, Nr. 8, 1884,
MNF-Ma-A146



Abb. 11
Matrix der acht Fälle. Das
„+“ bedeutet, dass die
Richtung beibehalten wird,
„-“ steht für ein
Rückkehrelement.
Christian Wiener,
1880, S. 95

Raumes geht. In einem Punkte der Kurve, Punkt, Tangente, Schmiegungebene halten oder umkehren. Wir wollen dies Verhalten den Charakter beim Beibehalten des Sinnes negativ nennen; ein Element mit negativem Rückkehr- oder stationäres Element nun folgende acht Fälle auf:

	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
P	+	+	+	+	-	-	-	-
t	+	+	-	-	+	+	-	-
S	+	-	+	-	+	-	+	-

löcher in den Holzplatten lassen hier auf die ursprüngliche Form der dargestellten Kurve schließen (Abb. 4–5 und 8).

Um die mathematischen Inhalte des Titels „Über die Abhängigkeit der Rückkehrelemente der Projektionen einer unebenen Kurve von denen der Kurve selbst“ besser zu verstehen, soll die Mathematik dahinter kurz beleuchtet werden:

Bei der Unterscheidung sogenannter „Singularitäten“ (Abb. 11), also einem Punkt auf einer Kurve, an der sie nicht „glatt“ ist, sondern ein „Knick“ oder eine „Spitze“ auftritt, betrachtet man deren Projektionen auf drei bestimmte Ebenen. Bei den modellierten Kurven sind die Singularitäten etwa in der Mitte des Raumquaders angesiedelt, und die drei Holzplatten stellen die Ebenen dar. Durch die Projektion der ursprünglich „unebenen Kurve“, also einer Kurve im dreidimensionalen Raum, auf eine einzelne Ebene, wird die Kurve zu einer „ebenen Kurve“. Nun lässt sich erkennen, ob diese Kurve jeweils einen Umkehrpunkt hat oder nicht, wobei man neben dem Punkt auch dessen Tangente und seine so genannte Schmiegeebene mit einbeziehen muss. Ein solcher Umkehrpunkt wurde im 19. Jahrhundert als „Rückkehrelement“

bezeichnet. Christian Wiener erläutert ihn in seinem Begleittext zu den acht Modellen wie folgt: „Wenn sich auf einer ebenen Kurve ein Punkt und mit ihm die Tangente und die Schmiegeebene¹⁶ der Curve hinbewegt, so kann an einer Stelle jedes dieser Elemente seinen Bewegungssinn beibehalten oder umkehren. Dieses Verhalten wird der Charakter der Curve und ein umkehrendes Element ein Rückkehrelement genannt.“¹⁷ Da für jedes der drei Elemente – Punkt, Tangente und Schmiegeebene – zwei Optionen bestehen – entweder es gibt ein Umkehrelement oder eben nicht –, liegen insgesamt acht Möglichkeiten vor, die auftreten können. Mit seinen acht Modellen visualisierte Wiener jeden dieser Fälle.

1 Alexander von Brill: Über die Modellsammlung des mathematischen Seminars der Universität Tübingen [Vortrag gehalten 1886], in: Mathematisch-naturwissenschaftliche Mitteilungen, Hg. v. Otto Böklen, Bd. 2, 1887–1888, Tübingen 1889, S. 78.

2 Karlsruher Institut für Technologie (KIT), Archiv, Bestandsnummer: 83001; Signaturen: 38, 39, 40, 41, 42. Diese Modelle weisen im Gegensatz zu den späteren in Serie produzierten Verlagsmodellen, die gedruckte Formeln und Texte zeigen, handschriftliche Notationen auf den Papierflächen auf.

3 Ludwig Brill: Catalog mathematischer Modelle [...], Darmstadt 1888, S. 23.

4 Der manuelle Umgang der Objekte war auch bei Modellen von Hermann Wiener, dem Sohn Christian Wieners, zentral. Vgl. hierzu den Objekttext von Celia Maurer in diesem Band.

5 L. Brill 1888, S. 23.

6 Hermann Wiener: s.v. [mit Erlaubnis] Wiener, Christian, in: Historische Kommission bei der Bayerischen Akademie der Wissenschaften (Hg.): Allgemeine Deutsche Biographie, Bd. 42, 1897, S. 790–792.

7 Christian Wiener: Die Helligkeit des klaren Himmels und die Beleuchtung durch Sonne, Himmel und Rückstrahlung, Halle 1900.

8 Christian Wiener: Die Begründung der Sittenlehre und ihre geschichtliche Entwicklung, Darmstadt 1879.

9 Christian Wiener: Lehrbuch der darstellenden Geometrie, 2 Bde., Leipzig 1884 und 1887.

10 Hierbei muss jedoch beachtet werden, dass es nicht um Flächen, sondern um Kurven geht. Speziell werden die möglichen Singularitäten thematisiert, die eine Raumkurve haben kann. Walther von Dyck: Special-Katalog der mathematischen Ausstellung, Deutsche Unterrichts-Ausstellung in Chicago 1893, Gruppe X der Universitäts-Ausstellung, Berlin 1893, S. 58.

11 Beide Zitate nach: Christian Wiener: Kleinere Mitteilungen, VIII. Die Abhängigkeit der Rückkehrelemente der Projektionen einer unebenen Curve von denen der Curve selbst, in: Zeitschrift für Mathematik und Physik, Bd. 25, Heft 2, 1880, S. 97. http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN599415665_0025%7CLOG_0018 (27.11.2017).

12 Ludwig Brill: Catalog mathematischer Modelle [...], Darmstadt 1885, S. 23, in: Alexander von Brill: Mathematische Modelle, o. J. [Sammelband], Fachbibliothek Mathematik und Physik, Bereich Mathematik, Inventarnummer: 100/3. Online: <http://idb.ub.uni-tuebingen.de/diglit/BRILL> (30.03.2018).

13 Martin Schilling: Catalog mathematischer Modelle [...], Leipzig 1911, 1. Teil, S. 23.

14 Theodor Kuen: Catalog der Modell-Sammlung des mathematischen Instituts der k. technischen Hochschule [München], aufgestellt im Januar 1882 von Theodor Kuen und fortgeführt, berichtigt und ergänzt 1934 [heute: TU München, Garching, M10], S. 157.

15 Göttingen: Georg-August-Universität Göttingen: <http://modellsammlung.uni-goettingen.de/index.php?m=170> (27.11.2017). Halle-Wittenberg: Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg: <http://did2.mathematik.uni-halle.de/modell/modell.php?Nr=Di-002> (27.11.2017). Neapel: Università degli Studi di Napoli Federico II <http://www.dma.unina.it/~nicla.palladino/catalogo/Descrizioni/11%20125-132.htm> (27.11.2017). Groningen: University of Groningen: http://www.math.rug.nl/models/Serie11_nr6.html (27.11.2017).

16 „Schmiegeebene“ oder „Schmiegeebene“ ist eine Ebene, die sich an die zu betrachtende Kurve anschmiegt.

17 Dyck 1893, S. 59.

Abb. 1
Karl Rohn:
Regelfläche mit einer
Doppelkurve dritter Ord-
nung und vier Pinchpoints,
Brill-Serie 13, Nr. 9, 1886,
MNF-Ma-Ad35



Brill-Serie 13

Regelflächen vierter Ordnung von Karl Rohn, 1886

Michaela Gfrörer

Die grünen Seidengarne des Fadenmodells (Abb. 1) mit der Modellnummer 9 aus der 13. Serie des Ludwig-Brill-Verlages spannen sich straff zwischen den Kanten des Messinggestells. Das 18 x 18 cm große Modell zeigt eine Regelfläche vierter Ordnung mit Doppelkurve dritter Ordnung und vier Zwickpunkten.¹

Die filigrane Konstruktion gestaltete Karl Rohn im Jahr 1886 am Königlich-Sächsischen Polytechnikum² zu Dresden. Im selben Jahr wurde das Modell im Ludwig-Brill-Verlag in Darmstadt zum Kauf angeboten.³

Seine akademische Laufbahn begann Rohn 1872 am Polytechnikum in Darmstadt mit dem Studium der Ingenieurwissenschaften. Er wechselte bereits ein Jahr später noch in Darmstadt zur Mathematik. Ab 1874 studierte er ein Jahr lang in Leipzig, bevor er 1875 sein Studium in München fortsetzte. Dort traf er auf Alexander von Brill und Felix Klein. Bei ihnen besuchte er ein Oberseminar und Modellier-Übungen. 1877 baute Rohn unter Brills Leitung sieben Modelle zur Darstellung des Verlaufs der geodätischen Linien

auf dem Ellipsoid⁴ und ein lineares Strahlensystem mit zusammenfallenden Leitlinien. Unter der Leitung von Klein konstruierte er drei Modelle von Kummer'schen Flächen.⁵ Zu letzteren wurde er 1878 bei Felix Klein über „Betrachtungen über die Kummer'sche Fläche und ihr Zusammenhang mit den hyperelliptischen Funktionen $p=2$ “ promoviert.⁶ Nach seinem Studium erhielt er einen Ruf an die Technische Hochschule Dresden. Dort modellierte er weitere Modelle, darunter drei Objekte der Steiner'schen Fläche (Abb. 2) und sieben Fadenmodelle der abwickelbaren Flächen der Raumkurven vierter Ordnung.⁷

Anfang des 20. Jahrhunderts entdeckte auch die Kunst die mathematischen Modelle. Die Ästhetik der Fadenmodelle faszinierte die Surrealisten. „Max Ernst und in seinem Gefolge Man Ray entdeckten sie zufällig – wie es sich für richtige ‚objets trouvés‘ gehört – in einer verstaubten Vitrine des Pariser Institut Poincaré.“⁸ 1935 setzte Man Ray eben dieses Fadenmodell Nummer neun kunstvoll in einer seiner Aufnahmen mittels Foto (Abb. 3–4) in Szene, in dem er es auf ein zweites Modell der Raumkurve vierter Ordnung erster Art (Abb. 5) stellte. Er beleuchtete die Objekte



aus zwei Richtungen und fotografierte sie in Nahaufnahme.⁹ Die verwirrende Räumlichkeit, die er durch das Aufeinanderstellen der Modelle, durch die Wahl des Ausschnitts und durch das Licht- und Schattenspiel der gespannten Fäden entstehen ließ, erzeugte einen Phantasie- und Traumraum, wie er nicht typischer für den Surrealismus sein konnte.¹⁰ Die dreizehnte Serie umfasst zehn Modelle,¹¹ von denen Alexander von Brill nach 1885 fünf aus der Serie für die Sammlung des Mathematisch-physikalischen Seminars in Tübingen erstand.¹² Das Modell Nummer neun konnte – laut Werbung – seit 1886 für 40 Mark sowie die gesamte Serie für 380 Mark über den Verlag von Ludwig Brill in Darmstadt erworben werden (Abb. 6).¹³ Im Jahr 1899 gingen die Rechte an den Verlag Martin Schilling über und wurden dort weiterhin für 45 Mark je Modell und für 430 Mark für die gesamte Serie vertrieben.¹⁴ Obgleich Brill auf viele seiner Modelle für die eigenen Vorlesungen zur „Flächenkrümmung“ und „Raumgeometrie“ aktiv zugriff, nutzte er „nur selten“, wie er selbst sagte, die Serien anderer Mathematiker, wie etwa „Rohn, Dyck und Rodenberg“ da er „sie nicht genügend kenne.“¹⁵

1 Vgl. <https://mathematical-models.org/models/view/557> (16.11.2017) und Inventar des Mathematischen Seminars der Universität Tübingen, 1933, S. 34–35.

2 Die heutige TU Dresden hieß ab 1890 Königlich Sächsische Technische Hochschule.

3 Ludwig Brill: *Catalog mathematischer Modelle* [...], Darmstadt 1888, S. 27–28.

4 Karl Rohn: Die geodätischen Linien auf dem Rotationsellipsoid. Modelliert von stud. math. K. Rohn, Darmstadt [o.J.], S. 21–24, in: Alexander von Brill: *Mathematische Modelle*, o. J. [Sammelband], Fachbibliothek Mathematik und Physik, Bereich Mathematik, Inventarnummer: 100/3.

5 Karl Rohn: Drei Modelle der Kummer'schen Fläche. Modelliert von stud. math. K. Rohn. München 1877, S. 29–31, in: Alexander von Brill: *Mathematische Modelle*, o. J. [Sammelband], Fachbibliothek Mathematik und Physik, Bereich Mathematik, Inventarnummer: 100/3.

6 Die Dissertation von Karl Rohn ist einsehbar an der Technischen Hochschule München, der Universitätsbibliothek Eichstätt und der Bayerischen Staatsbibliothek München.

7 Karin Reich: Rohn, Karl Friedrich Wilhelm, in: Otto zu Stolbger-Wernigerode (Hg.): *Neue deutsche Biographie*, Berlin 2005, Bd. 22, S. 2–3.

8 <http://www.spektrum.de/magazin/mathematik-im-surrealismus/830010> (20.11.2017).

Abb. 2
Ernst Eduard Kummer:
Die Römische Fläche von
Steiner, Brill-Serie 9,
Nr. 3, 1883,
MNF-Ma-A132

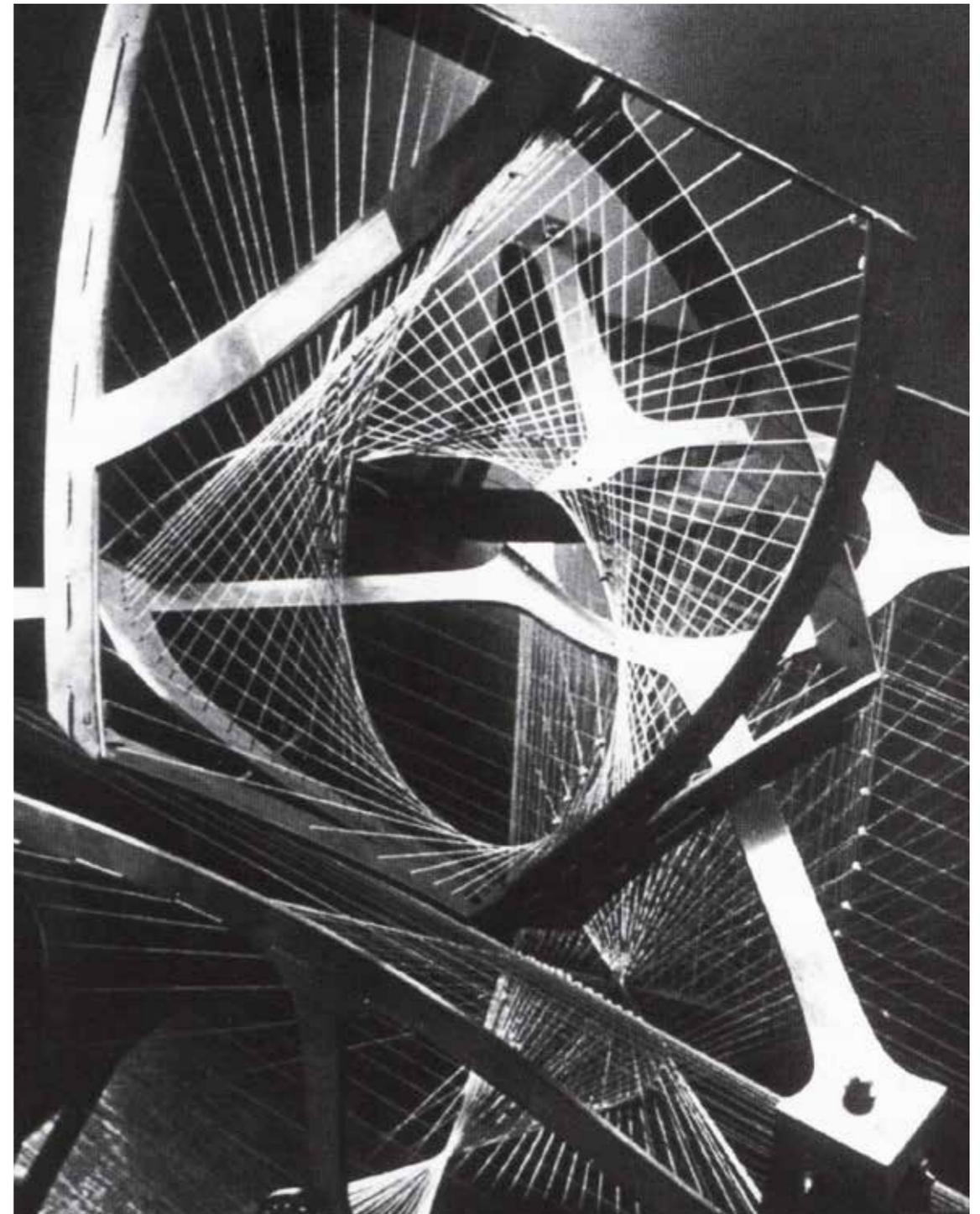


Abb. 3
Man Ray:
Objet mathématique, um
1935, Musée national d'art
moderne, Paris, Inv.: AM
1994-393 (6976)

Abb. 4
 Man Ray:
 Maquette. Différentes sur-
 faces réglées enchevêtrées;
 fotografische Reproduktion,
 um 1935, Sammlung Lucien
 Treillard, Paris

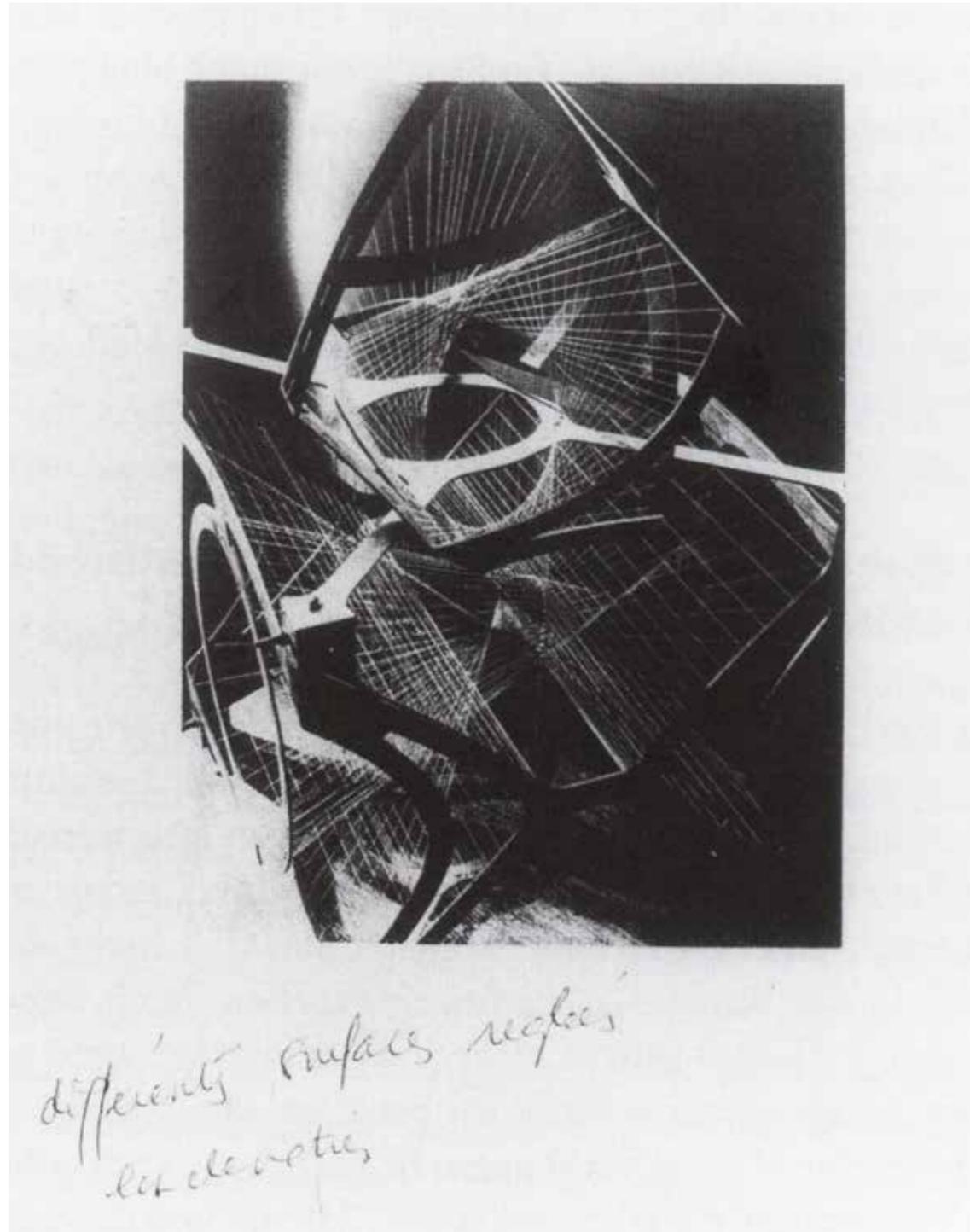


Abb. 6
 Ludwig Brill:
 [Werbeanzeige], in: Mathe-
 matische Annalen, Bd. 28,
 Heft 3, 1886

Math. Modelle

13. Serie.
10 Faden-Modelle
 der Regelflächen vierter Ordnung,
 dargest. durch Seidenfäden in Messinggestellen
 von Prof. Dr. Rohn in Dresden.

Regelfl. mit einem Paar reeller Dp.-Geraden (Nr. 1–3.), mit 2 conj. imag. Dp.-Ger. (4.), einer Selbstberührungs-Ger. (5.), mit einer dreif. Ger. (6. 7.), Dp.-Kegelschn. u. Dp.-Ger. (8.), Dp.-Curve 3. Ord. (9. 10.). — Dazu eine Abhandl.

Preis der Mod. 1. 4. 5. je 36 Mark, 3. 6. 7. 9. 10. je 40 Mark, 2. 8. je 44 Mark, der ganzen Serie 380 Mark.

Ser. XIII. Nr. 2.

9 <http://www.math.tu-dresden.de/modellsammlung/karte.php?ID=557> (20.11.2017).

10 Gabriele Werner: Mathematik im Surrealismus. Man Ray, Max Ernst, Dorothea Tanning, Marburg 2002, S. 96.

11 Weitere Modelle von Karl Rohn finden sich in den Sammlungen von Dresden, Göttingen und Erlangen-Nürnberg.

12 Inventar des Mathematischen Seminars der Universität Tübingen, 1933, S. 34–35. „Brill, Serie 13, Nr. 1, Nr. 2, Nr. 6, Nr. 8, Nr. 9.“

13 Ludwig Brill: [Werbeanzeige], in: Mathematische Annalen, Bd. 28, Heft 3, 1886.

14 Martin Schilling: Catalog mathematischer Modelle [...], Leipzig 1911, S. 27 und S. 127–128.

15 Brill: Aus meinem Leben, Bd. 1, S. 110.



Abb. 5
 Herrmann Wiener:
 Raumkurve vierter
 Ordnung erster Art [...],
 Brill-Schilling-Serie 12,
 Nr. 1, 1884, TU Dresden,
 Sammlung Mathematische
 Modelle

Abb. 1
Adolf Wildbrett:
Realanteil der Funktion
 $w^2=z^2-1$ / Zweifache Überla-
gerung mit zwei Verzwei-
gungspunkten, Schilling-Se-
rie 14, Nr. 1a, nach 1900,
MNF-Ma-A309A



Brill-/Schilling-Serie 14

Modelle zur Funktionentheorie unter der Leitung
von Walther von Dyck, 1886 und 1886/nach 1900

Celia Maurer

Die 14. Serie aus dem Darmstädter Ludwig-Brill-Verlag, die unter der Leitung von Walther von Dyck entstanden ist, beinhaltet eine Reihe von Modellpaaren (Abb. 1–4). Thema der Serie ist die Funktionentheorie, die als Gegenstand der reinen Mathematik und nicht etwa der angewandten Mathematik gesehen wurde.¹ Dementsprechend liegen den Modellen Funktionen zu Grunde, genauer komplexwertige Funktionen in einer komplexen Veränderlichen. Deren Verläufe und ihr Verhalten an besonderen, singulären Stellen sind in den Modellen festgehalten. Dabei werden die realen und imaginären Werte der Funktionen sichtbar, indem zu jedem Argument in der Regel zwei Modelle gefertigt wurden. Die eingeritzten Buchstaben „R“ für reelle und „I“ für imaginär erleichtern die Identifikation des entsprechenden Teils der Funktion.² Auf der Oberfläche der Modelle wurden die Niveaulinien und die Orthogonaltrajectorien aufgebracht, die bei einer „Projection [...] in die Ebene des complexen Argumentes mit der Projection der Falllinien bzw. Niveaulinien für die andere Fläche

in eben diese Ebene identisch sind.“³ Doch nicht nur innerhalb der Modellpaare gibt es inhaltliche Verbindungen, die Serie ist weiter in kleine Themengruppen unterteilt. Die Modellpaare I (Abb. 1–2) und II (Abb. 6–7) zeigen das Verhalten ihrer Funktionen an Verzweigungsstellen, IV und V das Zusammenrücken zweier logarithmischer Unendlichkeitspunkte an. Aus dem größten Themenkomplex der Reihe zum Verlauf von elliptischen Funktionen, dem die Modellpaare VII bis X angehören, wurde für Tübingen nur das Modellpaar Nummer IX (Abb. 3–4) erworben.⁴

Entstanden ist diese Serie im Kontext einer Vorlesung zur Funktionentheorie im Wintersemester 1886/1887⁵ von Walther Dyck, der zu jener Zeit Professor der Mathematik war und später zum Direktor der Technischen Hochschule in München aufstieg.⁶ Mit Dycks Vorlesung kam der Wunsch nach Veranschaulichung der Theorie in Modellen auf. Die Voraussetzungen an der Hochschule zum Modellbau, wie etwa Akzeptanz und offizielle Einbindung ins Studium, waren dank der beiden Wegbereiter Alexander von Brill und Felix Klein bereits vorhanden.⁷ Dyck war während seiner Münchner Zeit – seit dem 1. November 1879

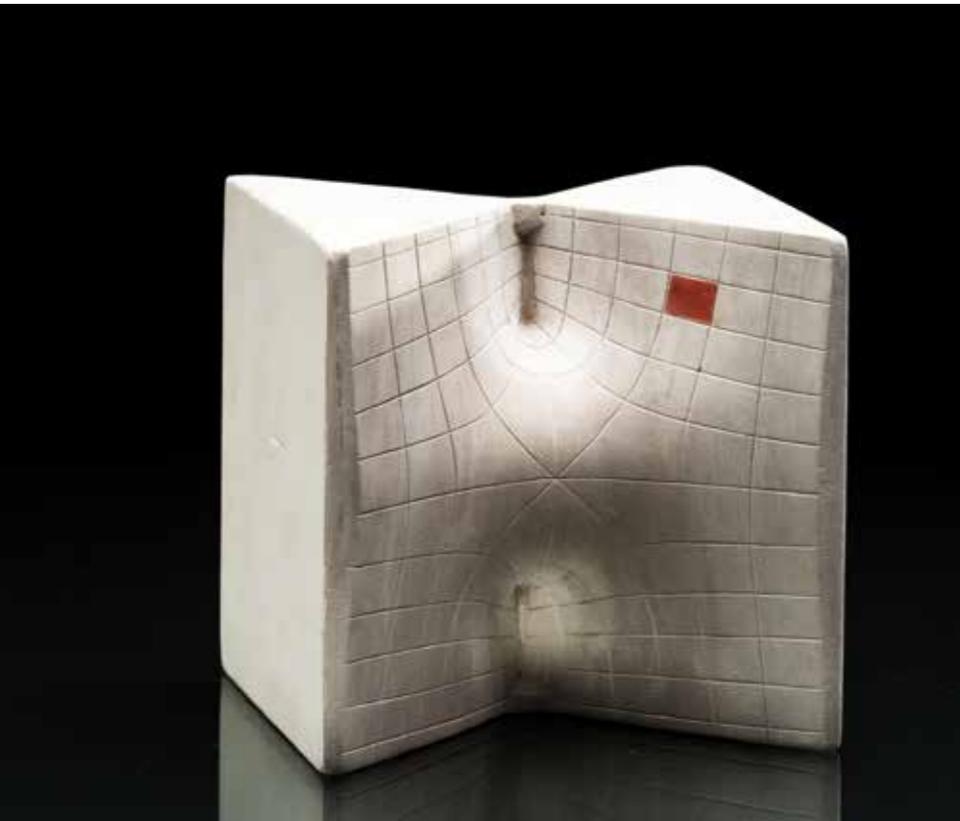


Abb. 2
Adolf Wildbrett:
Imaginäranteil der Funktion
 $w^2 = z^2 - 1$ / Zweifache Überlagerung mit zwei Verzweigungspunkten, Schilling-Serie 14, Nr. 1b, nach 1900, MNF-Ma-A309B



Abb. 3
Hermann Burckhardt,
Adolf Wildbrett:
Real- oder Imaginärteil von
 $w = \sqrt{z}$ für $g_2=0, g_3=4$,
Brill-Serie 14, Nr. 9a, 1886,
MNF-Ma-A191

Abb. 4
Hermann Burckhardt,
Adolf Wildbrett:
Real- oder Imaginärteil von
 $w = \sqrt[3]{z}$ für $g_2=0, g_3=4$,
Brill-Serie 14, Nr. 9b, 1886,
MNF-Ma-A192



– Assistent von Klein und folgte diesem im Oktober 1880 dann auch nach Leipzig. Dort wurde er im Oktober 1881 erneut zum Assistenten von Klein ernannt und übernahm in der Folge immer mehr Aufgaben in der Lehre und Verwaltung des Seminars.⁸ Klein war die dominierende Autorität für Dyck, hatte jener doch schon die Münchner Dissertation von Dyck maßgeblich initiiert und betreut. Seit Dycks Berufung nach München im Jahr 1884 zog er für die Konzeption und Modellierung der Modelle seine eigenen Assistenten und Studenten heran.

Für die insgesamt 16 Modelle der 14. Serie nahmen Adolf Wildbrett (geb. 12.3.1864), Heinrich Burkhardt (1861–1914) und Johann Kleiber (1865–1941) sowohl die Berechnungen als auch den Modellbau vor.⁹ Erstmals veröffentlicht wurde die Serie sehr schnell in Form von Gipsabgüssen nach der Herstellung der Urmodelle in München im Ludwig-Brill-Verlag 1886 (Abb. 5) in Darmstadt.¹⁰ Für den späteren Vertrieb der Modelle sorgte der Verleger Martin Schilling. Dieser erwarb den Ludwig-Brill-Verlag 1899, zum Bedauern Alexanders von Brill,¹¹ und setzte den Verkauf der Modelle in Halle und Leipzig fort.¹²

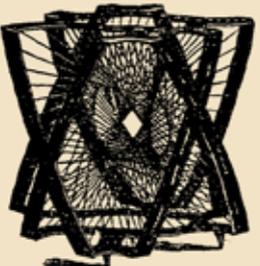
Dabei erfuhren manche Serien augenscheinlich eine Preissteigerung, so kosteten nun die beiden Modelle Ia und Ib aus der Serie 14 je 11.50 Mark und zusammen 23 Mark,¹³ während sie 1888 noch für zusammen 20 Mark zu haben waren.¹⁴ Im Tübinger Inventar aus dem Jahr 1933 sind die Modelle mit dem handschriftlichen Eintrag „Schilling, Serie 14“ und „Preis je 11.50 M“¹⁵ versehen. Sowohl der höhere Preis als auch die Etiketten der Modelle mit dem Aufdruck „Verlag v. Martin Schilling, Leipzig“ sprechen für einen Erwerb aus diesem Verlag¹⁶. Doch wurde nicht die ganze Serie aus Leipzig erworben, wie dies die weiteren Einträge im Inventar aus dem Jahr 1933 zeigen. Dort ist zu lesen: „Brill, Serie 14, Nr. 9ab Preis 70.- M.“ Offensichtlich kaufte man in der Ära Alexanders von Brill die Modelle der 14. Serie für die Tübinger Sammlung nicht zur selben Zeit an, wofür nicht nur die unterschiedlichen Verlage, sondern auch die weit auseinanderliegenden alten „A“ Inventarnummern sprechen.¹⁷ Das Modellpaar IX. ist mit der Nummer A 191 und 192 bezeichnet, während das Paar Ia und Ib mit den Nummern 309a und 309b versehen sind. Dies lässt es sehr plausibel erscheinen, dass zunächst

Abb. 5
Ludwig Brill:
[Werbeanzeige], in: Mathe-
matische Annalen, 1887,
Bd. 28, Heft 3, nach S. 456

Verlag von Modellen für den höheren math. Unterricht.
Bei L. Brill in Darmstadt sind soeben erschienen:

Math. Modelle

13. Serie.
10 Faden-Modelle
der Regelflächen vierter Ordnung,
dargest. durch Seidenfäden in Messinggestellen
von Prof. Dr. Rohn in Dresden.
Regelfl. mit einem Paar reeller Dp.-Geraden
(Nr. 1-3.), mit 2 conj. imag. Dp.-Ger. (4.), einer
Selbstberührungs-Ger. (5.), mit einer dreif. Ger.
(6. 7.), Dp.-Kegelschn. u. Dp.-Ger. (8.), Dp.-Curve
3. Ord. (9. 10.). — Dazu eine Abhandl.
Preis der Mod. 1. 4. 5. je 36 Mark, 3. 6. 7. 9.
10. je 40 Mark, 2. 8. je 44 Mark, der ganzen
Serie 380 Mark.



Ser. XIII. Nr. 2.

14. Serie.
16 Gips-Modelle
zur Funktionentheorie,
nach den im math. Inst. der techn. Hochsch.
München unter Leitung von Prof. Dr. Dyck an-
gefert. Originalen.
Der reelle und imaginäre Theil der Werthe einer
Funktion über der Ebene des complexen Argu-
ments als Ordinaten aufgetragen, liefert je eine
Fläche. — Dieselben sind beide für folgende
Funktionen construiert und die Niveau- und Fall-
Linien eingetragen:
 $w^2 = z^2 - 1$; $w^3 = z^4 - 1$; $w^4 = 1 - z^2$; (Ver-
zweig.-Pkte.); $w = \frac{1}{z}$; $w = \frac{1}{2\varepsilon} \log \frac{z-\varepsilon}{z+\varepsilon}$ (algebr.
Unendl.-Pkt.); $6w = e^{6z}$ (wesentl. singul. Pkt.).
Ferner für die ellipt. Funktionen: $w = p(u)$;
 $w = p'(u)$ für 1) $g_2 = 4, g_3 = 0$; 2) $g_2 = 0,$
 $g_3 = 4$. Nebst erläuterndem Text u. Abbildungen.
Preis der Serie 330 Mark, Einzelpreise s. Prospect.



Ser. XIV. Nr. IXa.

15. Serie.
I. Projektions-Modelle der 4 ersten regelm. vier-dimens. Körper
in Draht und Seidenfäden dargestellt von Dr. V. Schlegel in Hagen i. W.
Das 5-, 8-, 16-, 25-Zell, aus dem vier-dimens. Raum in den drei-dimens. projicirt,
so dass eine der Zellen in ein regelm. Polyeder übergeht, das die übr. umschliesst.
Nebst einer Abhandlung.
Preis der vier Modelle 26 Mark
(Nr. 1 Mk. 1.20, Nr. 2 Mk. 4.50., Nr. 3 Mk. 4., Nr. 4 Mk. 18.).

**II. Fläche, auf welche das Ellipsoid durch parallele Normalen con-
form abgebildet wird, mit Krümmungslinien.**
In Gips mod. von Dr. Reinbeck in Einbeck.
Preis 2 Mark.
Sämmtliche Prospective auf Verlangen gratis und franco.

Abb. 6
Adolf Wildbrett:
Realteil der Funktion
 $w^2 = z^4 - 1$, Brill-Serie 14,
Nr. 2a, 1886,
MNF-Ma-A187



Abb. 8
Adolf Wildbrett:
Modell der Funktion $w=1/z$,
Brill-Serie 14, Nr. 4, 1886,
MNF-Ma-A189

Abb. 7
Adolf Wildbrett:
Imaginärteil der Funktion
 $w^2 = z^4 - 1$ / Zweifache
Überlagerung mit vier
Verzweigungspunkten,
Brill-Serie 14, Nr. 2b, 1886,
MNF-Ma-A188



Abb. 9
Hermann Burckhardt,
Johann Kleiber:
Modell der Funktion
 $w=(1/2\varepsilon)[\dots]$,
Schilling-Serie 14,
Nr. 5a, nach 1900,
MNF-Ma-A310A



Abb. 10
Hermann Burckhardt,
Johann Kleiber:
Modell der Funktion
 $w = (1/2\epsilon) \log((z-\epsilon)/(z+\epsilon))$
($\epsilon = \pi/4$), Schilling-Serie 14,
Nr. 5b, nach 1900,
MNF-Ma-A310B



Abb. 11
Johann Kleiber:
Modell der Funktion
 $6w = e^{1/6z}$, Schilling-Serie 14,
Nr. 6, nach 1900,
MNF-Ma-A311

das Paar IX und zu einem späteren Zeitpunkt die Nummern Ia und Ib gekauft wurden.

3 Martin Schilling: Catalog mathematischer Modelle [...], Leipzig 1911, S. 159.

4 Walther von Dyck: Special-Katalog der mathematischen Ausstellung, Deutsche Unterrichts-Ausstellung in Chicago 1893, Gruppe X der Universitäts-Ausstellung, Berlin 1893, S. 8–11. In Tübingen sind aus der 14. Serie die Exemplare Ia und b, II a und b, IV, V a und b, VI und IX a und b erhalten.

5 Ulf Hashagen: Walther von Dyck (1856–1934). Mathematik, Technik und Wissenschaftsorganisation an der TH München, Stuttgart 2003 (Boethius, 47), S. 239, Anm. 25 und S. 240, Anm. 34.

6 Vgl. auch: Fakultät für Mathematik, TUM (Hg.): Geschichte der Mathematik an der TH München. Online unter: http://www.ma.tum.de/foswiki/pub/UeberUns/Profil/Geschichte_der_Mathematik.pdf (25.11.2017). Ab 1884 war Dyck Professor, zwischen 1900 bis 1906 und von 1919 bis 1925 Rektor.

7 Vgl. Schilling 1911, S. 29.

8 Zu diesen meist biographischen Informationen siehe: Hashagen 2003, S. 82–87, 97–103, 121–128, 175 und 240.

9 Theodor Kuen: Catalog der Modell-Sammlung des mathematischen Instituts der k. technischen Hochschule [München], aufgestellt im Januar 1882 von Theodor Kuen und fortgeführt, berichtet und ergänzt 1934 [heute: TU München, Garching, M10], S. 193–194, Nr. 13–22. „V, 13–22. Modelle der Functionentheorie“, S. 193; „Die Einheit ist bei sämtlichen Modellen = 3 cm.“, S. 194. Zum Material der Urmodelle findet sich keine Angabe.

10 L. Brill 1888, S. 29–30.

11 Alexander von Brill: Aus meinem Leben, 3 Bde. (Bd. 1–2, Transkription in Typoskript durch Justine Panck im Auftrag von Alexander von Brill), Tübingen 1887–1928, Bd. 1, S. 86.

12 Richter 2008, S. 39.

13 Schilling 1911, S. 30.

14 L. Brill 1888, S. 30.

15 Inventar des Mathematischen Seminars der Universität Tübingen, 1933, S. 72–73.

16 In einem Schreiben von Alexander von Brill, vom 28. Juni 1915, an das Universitäts-Kassenamt zeigt er den Modell-Verkauf an einen Kollegen an. Hierbei handelt es sich um das Modell Nr. 6 aus der Schilling-Serie 14. Dieses war doppelt in der Sammlung vorhanden und das ältere Modell wies zudem Beschädigungen auf; siehe Universitätsarchiv Tübingen UAT, Signatur: 815/12.

1 Karin Richter: Modelle wurden mir in den Vorlesungen unentbehrlich: zum 100. Todestag des Verlegers Martin Schilling der Modellfirma M. Schilling, in: Georg-Cantor-Vereinigung der Freunde und Förderer von Mathematik und Informatik an der Martin-Luther-Universität, Halle a. S. 2008, Bd. 10, S. 39.

2 Vgl. Ludwig Brill: Catalog mathematischer Modelle [...], Darmstadt 1888, S. 48–49.

17 Zu den Inventarnummern und Inventaren siehe auch den Beitrag von Edgar Bierende in diesem Band.

Abb. 1
Friedrich Kölmel:
Kegel dritter Ordnung,
um 1886,
MNF-Ma-A261



Friedrich Kölmel

Urmodelle verschiedener Typen von Kegeln 3. Ordnung, um 1886

Julian Günthner

Wie sich aus dem handschriftlichen Inventarbuch des Mathematischen Seminars der Universität Tübingen aus dem Jahr 1933 ergibt, wurden die sich spinnennetzartig in ihren schwarz gebeizten Holzrahmen ausdehnenden Fadenmodelle (Abb. 1) aus dünnen goldschimmernden Fäden „von H.[errn] Kölmel gefertigt“.¹ Sie zählen, wie bereits Alexander von Brill in seinem Vortrag vom 7. November 1886 besonders hervorhob, zu den „nicht vervielfältigten Modellen“ also zu den Unikaten der Tübinger Sammlung.²

Die sechs Objekte (Abb. 1–6) umfassende Reihe veranschaulicht dabei verschiedene Typen von Kegeln der dritten Ordnung. Eben jenen Objekten widmete sich auch Professor Dr. Hermann Wiener der Großherzoglich Technischen Hochschule zu Darmstadt im Jahr 1901. Dabei stellt Wiener bereits in der Einleitung seiner Arbeit fest, dass eine Veranschaulichung dieser Art von Kegeln am praktischsten durch die vorliegend gewählte Art möglich ist: „Am bequemsten gewinnt man eine Übersicht an der Hand von Fadenmodellen dieser Kegel.“ Wiener beschäftigte sich ebenfalls mit der

Einteilung verschiedener Kegel dritter Ordnung, dabei seien „die gestaltlichen Unterschiede so mannigfacher Natur, dass ihre Einteilung in Arten und Unterarten immer wieder neue Bearbeiter gefunden hat.“³

Friedrich Kölmel (1862–1926), der Schöpfer dieser Modelle aus der Tübinger Sammlung, findet sich unter der Matrikelnummer 24039 in den Studentenakten des Akademischen Rektorates des Universitätsarchives der Universität Tübingen wieder. Er war in den Jahren von 1884–1886 als studiosus rerum naturalium eingeschrieben.⁴ Überdies findet sich hier der 6. August 1886 als Tag seines Rigorosums, welcher wohl zugleich der Tag seines Ausscheidens aus der Studentenschaft gewesen war.

Weiteren Aufschluss über das Leben von Brills Doktoranden Kölmel liefert das „Biographisch-literarische Handwörterbuch zur Geschichte der exacten Wissenschaften“.⁵ Demnach wurde er am 1. Oktober 1862 in Radolfzell am Bodensee geboren und begann seine mathematischen Studien 1881 an der Technischen Hochschule in Karlsruhe, woraufhin er diese im Jahr 1884 an der Universität München und schließlich im selben



Abb. 2
Friedrich Kölmel:
Kegel dritter Ordnung,
um 1886,
MNF-Ma-A259

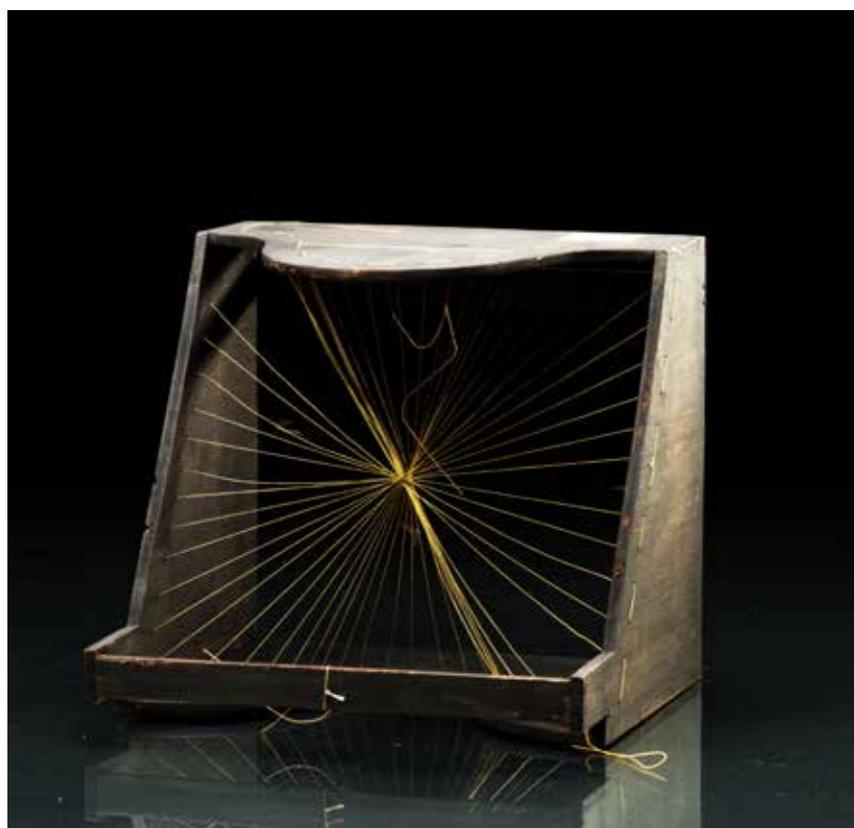


Abb. 3
Friedrich Kölmel:
Kegel dritter Ordnung,
um 1886,
MNF-Ma-A260



Abb. 4
Friedrich Kölmel:
Kegel dritter Ordnung,
um 1886, (A256),
MNF-Ma-Ad9



Abb. 5
Friedrich Kölmel:
Kegel dritter Ordnung,
um 1886,
MNF-Ma-A258

Abb. 6
Friedrich Kölmel:
Kegel dritter Ordnung,
um 1886,
MNF-Ma-A257



Jahr in Tübingen fortsetzte. Dies wohl zusammen mit seinem späteren Doktorvater Alexander von Brill. Nach seiner Promotion 1886 führte ihn sein beruflicher Werdegang als Gymnasial-Professor in seine badische Heimat zurück. Dort war er als Lehrer für Mathematik und Physik in Müllheim, Ettenheim und Mosbach sowie schließlich in Baden-Baden tätig, wo er am 5. Januar 1926 starb.⁶ Die Modelle, die Kölmel der Mathematischen Schausammlung hinterließ, stehen in Zusammenhang mit seiner wissenschaftlichen Forschung, die in seiner Tübinger Dissertation mit dem Titel „Die Grassmann'sche Erzeugungsweise von ebenen Kurven dritter Ordnung“ im Jahr 1886 publiziert ist.⁷ Neben seinen dargestellten mathematischen Erkenntnissen, entrichtet Kölmel seinen ausdrücklichen Dank an seinen Doktorvater Brill: „Es sei mir gestattet, an dieser Stelle Herrn Professor Dr. Brill für die vielen Anregungen, welche er mir bei meinen Studien überhaupt und speziell bei diesen Untersuchungen zuteil werden liess, meinen innigsten Dank auszusprechen.“⁸ Die Dissertation Kölmels lässt sich bis heute im Rara-Bestand der Fachbibliothek für Mathematik und Physik einsehen. Neben den Fadenmodellen hinterlässt Kölmel in der Mathematischen Sammlung auch diverse Zeichnungen und Kopien, die ebenfalls von seinen Forschungen Zeugnis geben.⁹ Doch auch nach der Verteidigung seiner Dissertation blieb Dr. Friedrich Kölmel als Mitglied des mathematisch-physikalischen Vereins Tübingen der Tübinger Mathematik verbunden. Dies wird durch das Protokoll-Buch des Vereins für das Wintersemester 1887/88 belegt.¹⁰

1 Inventar des Mathematischen Seminars der Universität Tübingen, 1933, S. 30–31.

2 Alexander von Brill: Über die Modellsammlung des mathematischen Seminars der Universität Tübingen [Vortrag gehalten 1886], in: Mathematisch-naturwissenschaftliche Mitteilungen, Hg. v. Otto Böklen, Bd. 2, 1887–1888, Tübingen 1889, S. 79.

3 Beide Zitate nach Hermann Wiener: Die Einteilung der ebenen Kurven und Kegel dritter Ordnung in 13 Gattungen, Halle a. S. 1901, S. 1.

4 Friedrich Kölmel in den Tübinger Studentenakten: www.ub-archiv.uni-tuebingen.de/w646/w646fram.htm (28.11.2017); Studentenakte, Universitätsarchiv Tübingen UAT, Signatur: 40/116, 101.

5 J. C. Poggendorff: Biographisch-literarisches Handwörterbuch zur Geschichte der exacten Wissenschaften, Bd. 4, Leipzig 1883–1904, Teil 1.

6 Poggendorff 1883–1904, Bd. 4, Teil 1, S. 775.

7 Universität Tübingen, Fachbibliothek Mathematik und Physik, Bereich Mathematik, Inventarnummer: 259/2006.

8 Friedrich Kölmel: Die Grassmannsche Erzeugungsweise von ebenen Kurven dritter Ordnung, Univ. Diss. Tübingen 1886, S. 4.

9 Inventar des Mathematischen Seminars der Universität Tübingen, 1933, S. 116–117. Inventarnummer: D 10 bzw. A 101, 9 Blätter Zeichnungen über Kurven 3. Ordnung wurden durch Kollinnation aus den 5 Grundtypen derselben abgeleitet. Gezeichnet von stud. math. F. Kölmel (1886). Preis 60.- M. – S. 118–119. Inventarnummer: D 13 bzw. A 103, 4 Blätter rationaler Kurven 4. Ordnung (nach Angaben von Prof. Brill). Kopiert nach Dr. Wolff von F. Kölmel.

10 Protokoll-Buch des mathematisch-physikalischen Vereins [SS 1887 bis WS 1888/89], [Tübingen] 1887. Fachbibliothek Mathematik und Physik, Bereich Mathematik, Tübingen, Signatur: Ar 3 /2007.

Abb. 1
Carl Tesch:
Elliptische Krümmung,
Brill-Serie 22, Nr. 1, 1895,
MNF-Ma-AE1



Abb. 2
Carl Tesch:
Detail der Hyperbolischen
Krümmung, Brill-Serie 22,
Nr. 3, 1895,
MNF-Ma-AE3



Brill-Serie 22

Kartonmodelle über die Krümmung der Flächen von Carl Tesch,
1894 und 1895

Sandra Müller

An vielen Stellen der drei Kartonmodelle (Abb. 1) hat die Zeit ihre Spuren hinterlassen. Ihre abgewetzten Kanten, die geknickten Ecken und die gerissenen Stellen der Kartons führen uns die historische Zeitzugenschaft der Kartons vor Augen. Auf ihren früheren Gebrauch als mathematische Anschauungsmodelle verweisen die inzwischen vergilbten Kartons mit einigen dunklen Flecken, die Fingerabdrücken gleichen. Darüber hinaus lässt sich anhand der schwarz aufgedruckten Umrisslinien auf einigen Kanten die Herstellung der Modelle nachvollziehen. Sorgsam wurden sie mit ihrer jeweiligen Inventarnummer gekennzeichnet – einerseits durch einen Aufkleber, andererseits durch eine direkte Beschriftung auf dem Karton. Zusätzlich sind sie mit dem jeweiligen Namen des Modells, dem „Verl. v. L. Brill“ (Abb. 2) sowie der Seriennummer 22 und der individuellen Modellnummer von römisch eins bis drei bedruckt.

Die Geschichte der Modelle beginnt am Polytechnikum in Karlsruhe bei Christian Wiener. Er hatte seit 1852 die Professur für Darstellende Geometrie und graphische Statik inne. Unter seiner Lei-

tung publizierte der spätere Ingenieur Carl Tesch im Jahr 1894 die drei Kartonmodelle (Abb. 3) über die Krümmung der Flächen.¹ Der gebürtige Koblenzer schrieb sich im Alter von 23 Jahren, im Jahr 1891, am Polytechnikum in Karlsruhe als Student des Maschinenwesens ein. Zwei Jahre später beendete Tesch sein Studium am 20. Oktober 1893 mit der erfolgreich bestandenem Diplomprüfung mit der Note gut.² Dies war bis zum Jahr 1900 noch eine Besonderheit, da es bis dahin üblich gewesen war ohne Abschlussprüfung abzugehen. Das Universitätsarchiv des heutigen Karlsruher Instituts für Technologie (KIT) verfügt in seiner Mathematischen Modellsammlung über eine Vielzahl von Objekten aus der Hand Teschs, die er in seiner Studienzeit zwischen 1890 bis 1893 hergestellt hatte.³ Unter ihnen befinden sich einige Kartonmodelle, die sich zu jener Zeit großer Beliebtheit an den Universitäten und Fachhochschulen erfreuten. Aufgrund ihrer Papierform (Abb. 4) können sie massenhaft gedruckt werden und sind für einen großen Adressatenkreis zu einem niedrigen Preis verfügbar. In Deutschland bot Alexander von Brill zusammen mit seinem Bruder Ludwig seit 1874 im Darmstädter Verlag Ludwig

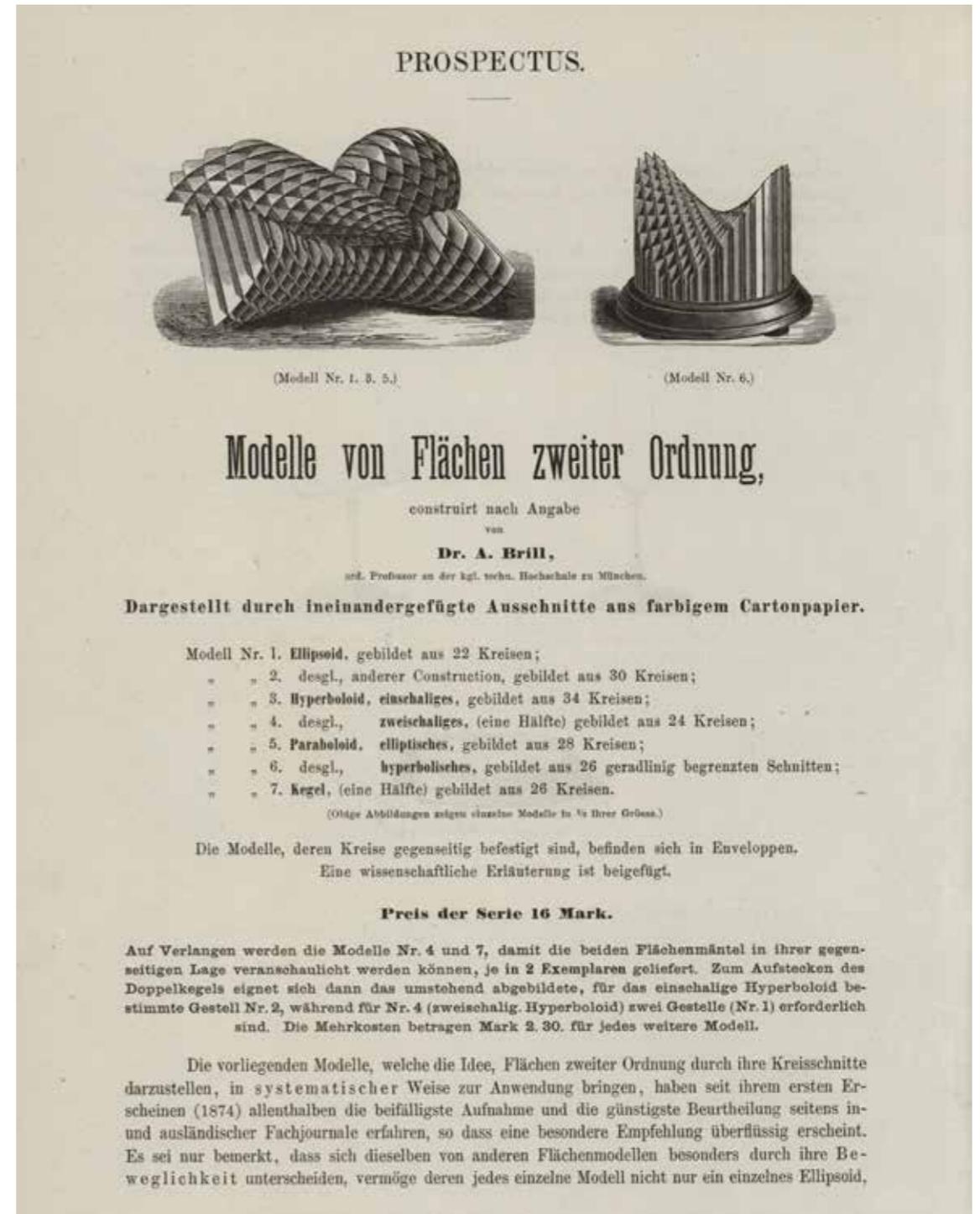


Abb. 3
Carl Tesch:
Parabolische Krümmung,
Brill-Serie 22, Nr. 2, 1895,
MNF-Ma-AE2



Abb. 4
Carl Tesch:
Hyperbolische Krümmung,
Brill-Serie 22, Nr. 3, 1895,
MNF-Ma-AE3

Abb. 5.1
Alexander von Brill:
Prospectus [des Verlages L.
Brill], Darmstadt 1884

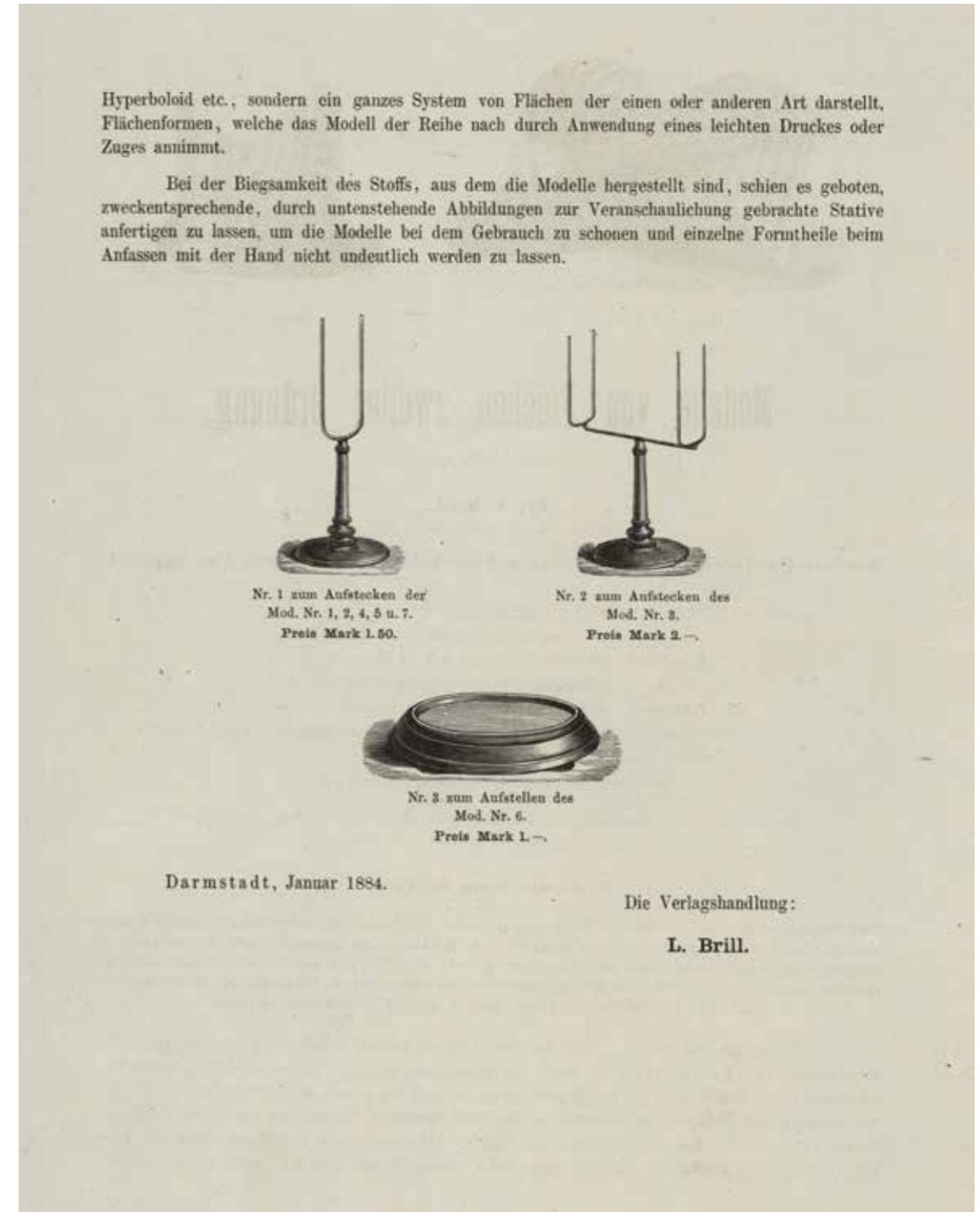


Brill solche Modelle an.⁴ Noch vor seiner Professur am Polytechnikum in München wird Brill auf das in London gefertigte „Paraboloid-Modell aus Kartonscheiben“ von Olaus Henrici (1840–1918) aufmerksam, da Felix Klein ein solches auf der Göttinger Tagung 1873 präsentierte. Aus Kartonscheiben hergestellt, offenbart es Brill – zu jener Zeit Professor an der TH Darmstadt – eine völlig neue Möglichkeit Flächen zweiter Ordnung abzubilden. Die Modelle sind handlich und können vor allem kostengünstig hergestellt und verschickt werden.⁵ Bereits im Jahr 1874 warb der Verlag Ludwig Brill für die Kartonmodelle von Flächen zweiter Ordnung in einem Prospekt (Abb. 5).⁶ In einem Begleitwort aus dem Jahr 1874, das Brill zu seinen Kartonmodellen geschrieben hatte, lobte er deren einzigartige Beweglichkeit, die es ermöglicht durch leichten Druck auf das Modell sie in eine andere, dennoch gleiche Form zu verändern, ohne die spezifischen Merkmale des Modells zu verlieren.⁷

Erstmals erworben wurde für die Serie 22 im Darmstädter Brill Verlag mittels einer Anzeige in den „Mathematischen Annalen“ (Abb. 6) im Jahr 1895.⁸ Da Christian Wiener der Onkel mütterlicherseits von Alexander von Brill war,⁹ hatte Brill sicherlich intime Kenntnisse von den Karlsruher Entwicklungen. Als Tesch die Modellgruppe über die Krümmung der Flächen wohl vor Oktober 1893 berechnete, war er – nach Martin Schilling – damals noch Assistent in Karlsruhe bevor er als „Ingenieur“ in Mannheim arbeitete. Das Jahr der Modell-Veröffentlichung erfolgte also nach der Studienzeit von Tesch im Jahr 1894. Als Serie 22, die aus den Kartonmodellen der Elliptischen Krümmung, der Parabolischen Krümmung und der Hyperbolischen Krümmung (Abb. 1) bestand, war sie für 16 Mark im Schilling-Verlag erhältlich.¹⁰ Zusätzlich gab es für die Objekte passende Stative, die zwischen ein bis zwei Mark kosteten.¹¹ Geliefert wurden die Modelle als Kartons, die zunächst entlang der aufgedruckten Umrisslinien ausgeschnitten wurden. Anschließend wurden die Einzelteile nach der jeweiligen

Kennzeichnung passend ineinandergesteckt und teilweise verklebt.

Waren die Modelle fertig aufgebaut, dienten sie als mathematische Anschauungsmittel zur Verdeutlichung der Flächenkrümmung. Die drei besonderen Fälle, welche die Modelle darstellen, basieren auf dem Gauß'schen Krümmungsmaß. Bestimmt von den jeweiligen Hauptkrümmungsradien werden mithilfe von Normalschnitten die Krümmungsradien in der Distanz von 15° zu 15° festgelegt, während die Krümmungskreise in Form von Kartonscheiben abgebildet werden. Fixiert wird dies anhand von senkrechten Kartonscheiben auf der Flächennormale. Die bis heute an der Universität Tübingen erhaltenen Kartonmodelle und Kartons machen dem Betrachter ihre eigene Geschichte zugänglich. Früher wären sie wohl aufgrund ihres geringen Preises ausgetauscht worden, da sie weder gut zu reinigen noch leicht zu reparieren waren. Heute sind sie wertvolle historische Artefakte, deren Geschichte und Gebrauch in ihre materielle Erscheinung eingeschrieben ist.



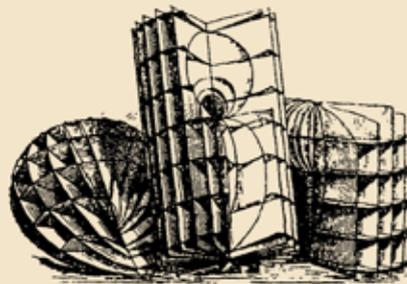
Verlag von Modellen für den höheren mathematischen Unterricht
von **L. Brill** in Darmstadt.

Durch obige Verlagsbehandlung ist zu beziehen:

Zweiundzwanzigste Serie.

Drei Cartonmodelle

über die Krümmung der Flächen.



Nach den an der Grossh. badischen
technischen Hochschule zu Karls-
ruhe unter Leitung von Geh. Hof-
rath Prof. Dr. Wiener herge-
stellten Originalen entworfen von
C. Tesch,

früher Assistent der darstell. Geometrie
a. d. technisch. Hochschule zu Karlsruhe.

Die Krümmung einer Fläche in
der Umgebung eines Punktes wird
durch die den Normalschnitten zu-
gehörigen Krümmungskreise (aus
Cartonscheiben) dargestellt, die
im vorliegenden Fall in Ab-

ständen von je 15° auf einander folgen. — Die 3 Modelle betreffen die
Fälle einer elliptisch (positiv), hyperbolisch (negativ) und parabolisch
gekrümmten Flächenstelle. Eine kurze Abhandlung ist beigelegt.
Preis der Serie 16 Mk., excl. Emballage u. Versandkosten (1 Mk.).

Modelle

aus Gips, Messinggestellen mit Seidenfäden,

aus Draht, Messingblech etc.

22 Serien.

Die Modelle von sieben dieser Serien sind angefertigt nach den
im math. Institut der kgl. techn. Hochschule in München hergestellten
Originalen unter Leitung der Hrn. Prof. Dr. Brill, Dr. Klein und Dr. Dyck;
weitere Serien von den Hrn. Prof. Dr. Kummer in Berlin, Dr. Neovius
in Helsingfors, Dr. Rodenberg in Hannover, Dr. Rohn in Dresden, Dr.
Schlegel in Hagen i. W., Geh. Hofrath Prof. Dr. Wiener in Karlsruhe,
Prof. Dr. H. Wiener in Darmstadt u. a. m.

Von vier Serien abgesehen, sind sämtliche Nummern einzeln
beziehbar. Dem weitaus grössten Theil der Modelle ist ein erläuternder
Text beigelegt. — Die Preise verstehen sich excl. Emballage u. Ver-
sendungskosten.

Prospecte auf Verl. gratis u. franco. — Von den insgesamt 249 Nummern des
Modell-Verlags sind 173 Modelle aus Gips hergestellt, 33 in Seidenfäden, 40 aus Draht u. s. w.
Sie berühren fast alle Gebiete des math. Wissens: synthet. u. analyt. Geometrie, Krüm-
mungstheorie, math. Physik, Funkt.-Theorie u. s. w.

Modell-Untersätze aus Holz, schwarz gebeizt, zur Herstellung eines besseren
Auflagers für die Modelle in Kugel- und Ellipsoidform.

Alle Modelle können im In- u. Auslande direct von der Verlags-
handlung bezogen werden.

1 Martin Schilling: Catalog mathematischer Modelle [...],
Leipzig 1911, S. 52.

2 Archiv des Karlsruher Instituts für Technologie KIT, Prü-
fungsakten, Bestandsnummer: 21015.

3 Nach Auskunft des KIT-Archivleiters Dr. Klaus Nippert,
E-Mail vom 20.11.2017.

4 Ludwig Brill: Catalog mathematischer [...], Darmstadt
1888, S. 1; vgl. Karin Richter et al.: Verborgene Schätze.
Historische Sammlungen mathematischer Modelle, Halle
(Saale) 2008, S. 10–11.

5 Alexander von Brill: Über die Modellsammlung des ma-
thematischen Seminars der Universität Tübingen [Vortrag
gehalten 1886], in: Mathematisch-naturwissenschaftliche
Mitteilungen, Hg. v. Otto Böklen, Bd. 2, 1887–1888, Tübingen
1889, S. 75.

6 Alexander von Brill: Prospectus [des Verlages L. Brill]. Mo-
delle von Flächen zweiter Ordnung construirt nach Angaben
von Dr. A. Brill, ord. Professor an der kgl. Techn. Hochschule
zu München, Darmstadt 1884 [Umfang: Ein Blatt mit zwei
Seiten ohne Seitenzählung].

7 Alexander von Brill: Modelle von Flächen zweiter Ordnung
construirt nach Angaben von Dr. A. Brill, ord. Professor an
der kgl. Techn. Hochschule zu München, Darmstadt 1884,
in: Ludwig Brill: Catalog mathematischer Modelle [...],
Darmstadt 1885, in: Alexander von Brill: Mathematische
Modelle, o. J. [Sammelband], Fachbibliothek Mathema-
tik und Physik, Bereich Mathematik, Inventarnummer:
100/3. Online: <http://idb.ub.uni-tuebingen.de/diglit/BRILL>
(31.03.2018).

8 Ludwig Brill: [Werbeanzeige], in: Mathematische Annalen,
Bd. 46, Heft 3, 1895. [am Ende des Bandes ohne Seitenzäh-
lung]. Link: http://gdz.sub.uni-goettingen.de/dms/load/img/?PID=PPN235181684_0046%7CLOG_0039 (31.03.2018).

9 Betsch 1987, S. 71.

10 Schilling 1911, S. 52.

11 Hiervon haben sich einige an der Universität Tübingen in
der Sammlung des Fachbereichs Mathematik erhalten.

Abb. 1
Eugen Albrecht:
Würfel mit 20 cm Kanten-
länge, 1894,
MNF-Ma-A224



Eugen Albrecht

Unikate von Drahtmodellen – Würfel und Quadrat
mit 20 cm Kantenlänge, 1894

Julian Günthner

Als einer der fünf Platonischen Körper gehört der Würfel zu jenen Polyedern, die eine größtmögliche Symmetrie aufweisen.¹ Damit zählt der Würfel – eine der geometrischen Grundfiguren – sicherlich zum Grundbestand einer jeden geometrischen Sammlung. Dazu gehört hier ein Quadrat mit eingearbeitetem Kreis, der durch einen dünnen Draht in vier Teile aufgegliedert ist.

In der Mathematischen Sammlung der Universität Tübingen wird dieser Platz durch einen grazilen Würfel aus dünnem Draht (Abb. 1) mit einer Kantenlänge von 20 cm eingenommen. Ihm folgt ein Quadrat (Abb. 2), das ebenso aus fragilem Draht gefertigt ist und 20 cm an jeder Seite misst. Das Quadrat schließt einen Innkreis ein. Ein solcher Innkreis berührt dabei jede der vier Seitenlinien des Quadrates. Im Kontrast zu den zahlreichen anderen Modellen der Sammlung zeichnet sich der Würfel ebenso wie das Quadrat durch seine besondere Schlichtheit aus. Gerade diese Erscheinung und die völlig reduzierte Art der Darstellung auf das geringste Maß an Material, verleiht diesen Objekten der Tübinger Samm-

lung ihre Besonderheit. Bei genauer Betrachtung fällt auf, dass die zierlichen Drähte mittlerweile angelaufen sind. Dieses Detail deutet auf das Alter der Drahtmodelle hin und weist zugleich auf deren Historizität hin, womit sich die Frage nach dem Hersteller der beiden Objekte stellt. Als Handwerker nennt das Inventarbuch des Mathematischen Seminars aus dem Jahr 1933 lediglich einen „Mechaniker Albrecht, Tübingen (1894)“². Mit dem Jahr 1894 ist das Herstellungsdatum der Modelle genannt. Zudem findet sich im Inventar ein Preis, der mit 10 Mark für beide Objekte angegeben ist (Abb. 3).

Eugen Albrecht wurde am 7. November 1842 in Tübingen geboren, wo er auch am 12. November 1922 starb.³ Er hatte seine Ausbildung zum Mechaniker ebenfalls in Tübingen bei seinem Vorgänger, dem Universitätsmechaniker Keinath, abgelegt. Von 1867 bis 1920 unterhielt Albrecht eine feinmechanische Werkstatt (Abb. 4) und fertigte in dieser Zeit diverse Objekte (Abb. 5–6) für die Universität Tübingen an, was ihm zahlreiche Bestätigungen und Würdigungen seitens der Universität einbrachte.⁴ So wurde Albrecht in Anerkennung seiner besonderen Leistung im

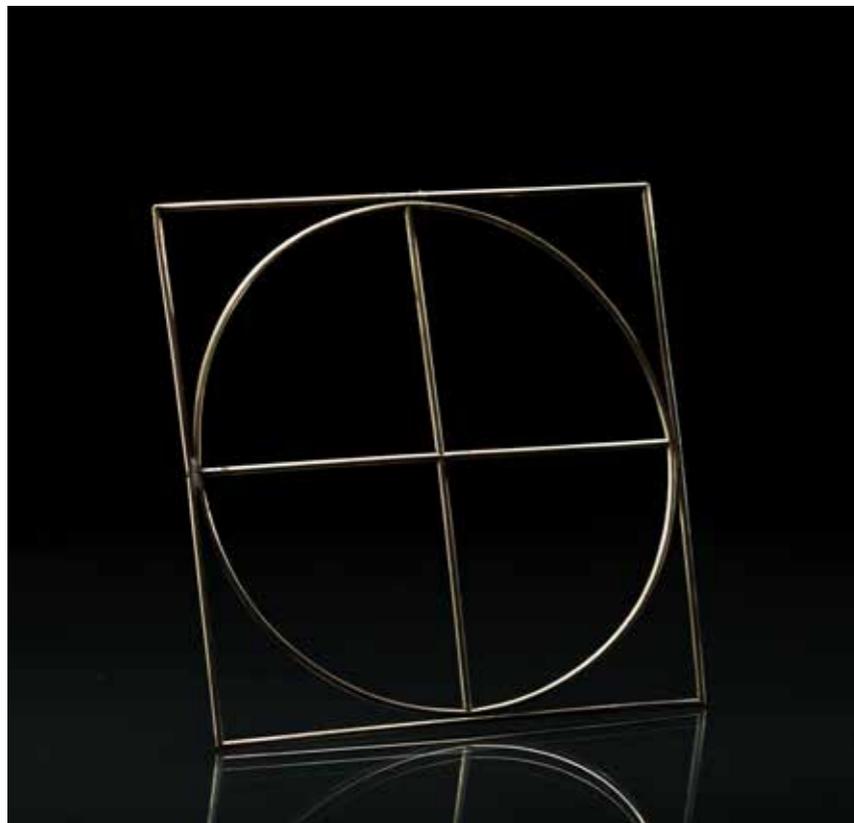


Abb. 2
Eugen Albrecht:
Quadrat mit einbeschriebenen Kreis, 1894,
MNF-Ma-A225

Jahr 1878 der Titel eines „Universitäts-Mechanikus“ verliehen. Darüber hinaus zeichnete ihn die Medizinische Fakultät der Universität am 30. Juli 1920 mit der Würde eines Doktors der Medizin ehrenhalber als ganz besondere Anerkennung für seine Verdienste im Bereich der chirurgischen Technik aus.⁵ Neben seinen universitären Tätigkeiten nahm Eugen Albrecht auch an nationalen und internationalen technischen Ausstellungen teil, wie etwa im Jahr 1881 an der Gewerbeausstellung in Stuttgart, wo seine Ausstellungsobjekte mit der silbernen Medaille ausgezeichnet wurden. Überdies führten ihn seine technischen Erzeugnisse im Jahr 1891 auf die Internationale Elektrotechnische Ausstellung nach Frankfurt am Main, wo er ebenfalls mit einer silbernen Medaille honoriert wurde. Weiterhin konnte Albrecht im Rahmen der Ausstellung der Société royale et Centrale des sauveteurs de Belges eine Goldmedaille erringen.⁶ Das Leben des Universitäts-Mechanikus Dr. med. h.c. Eugen Albrecht (Abb. 7), der von der Geschichte weitgehend vergessen scheint, bleibt dank seiner Drahtmodelle immer ein Teil der Mathematischen Sammlung der Universität Tübingen.

1 Ilka Agricola, Thomas Friedrich: Elementargeometrie. Fachwissen für Studium und Mathematikunterricht. Springer Spektrum, Wiesbaden 2015, S. 68.

2 Inventar des Mathematischen Seminars der Universität Tübingen, 1933, S. 66–67.

3 Im Universitätsarchiv Tübingen ist keine Personalakte zu Eugen Albrecht vorhanden.

4 Schwäbische Chronik, Nr. 524 vom 08.11.1912, Tübinger Chronik, vom 13.11.1922. Heinrich Ihme: Südwestdeutsche Persönlichkeiten, Stuttgart 1988, Bd. 1, S. 8.

5 Universitätsarchiv Tübingen UAT, Signatur: 125/83,10: Ehrenpromotionsvorgang (1920–1921), UAT Signatur: 132/52-1920,4 (Ehrendoktoratdiplom). Chirurgisch-Technisches Korrespondenz-Blatt für Chirurgie-Mechanik, Bd. 43, Nr. 49 vom 09.12.1922.

6 Chirurgisch-Technisches Korrespondenz-Blatt für Chirurgie-Mechanik, Bd. 43, Nr. 49 vom 09.12.1922.

Abb. 3
Inventar des mathematischen Seminars der Universität Tübingen, 1933, S. 67

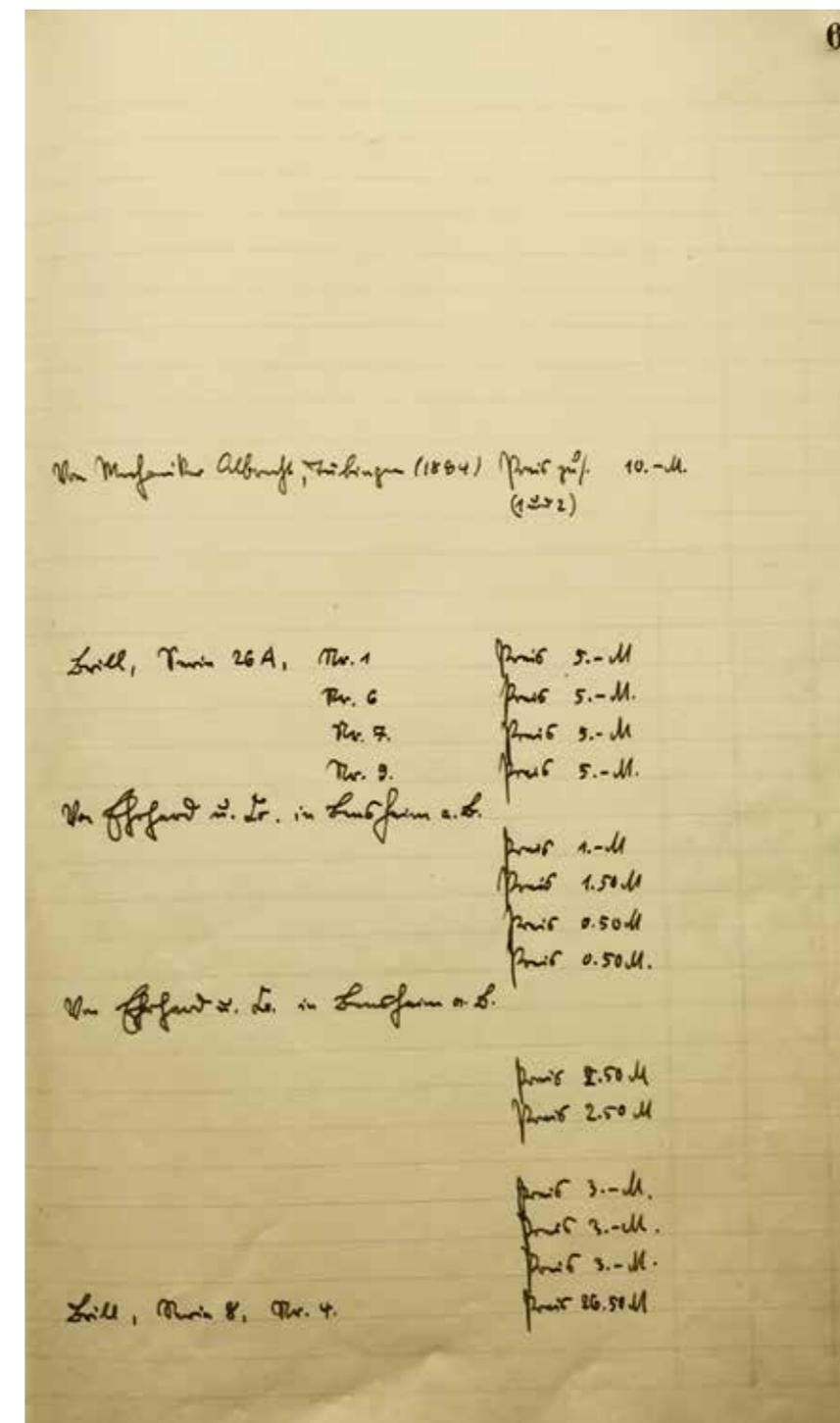


Abb. 6
Eugen Albrecht:
Darstellung des
Spectral-Photometers von
Hüfner, 1892

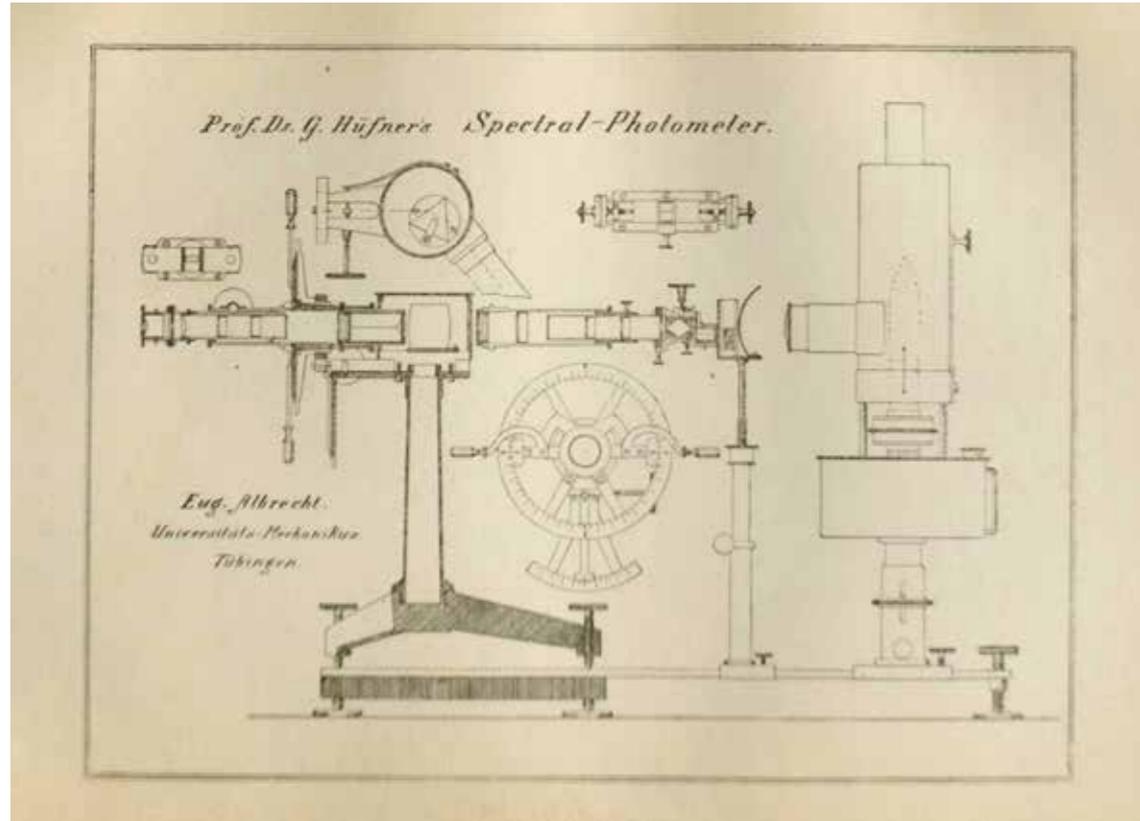
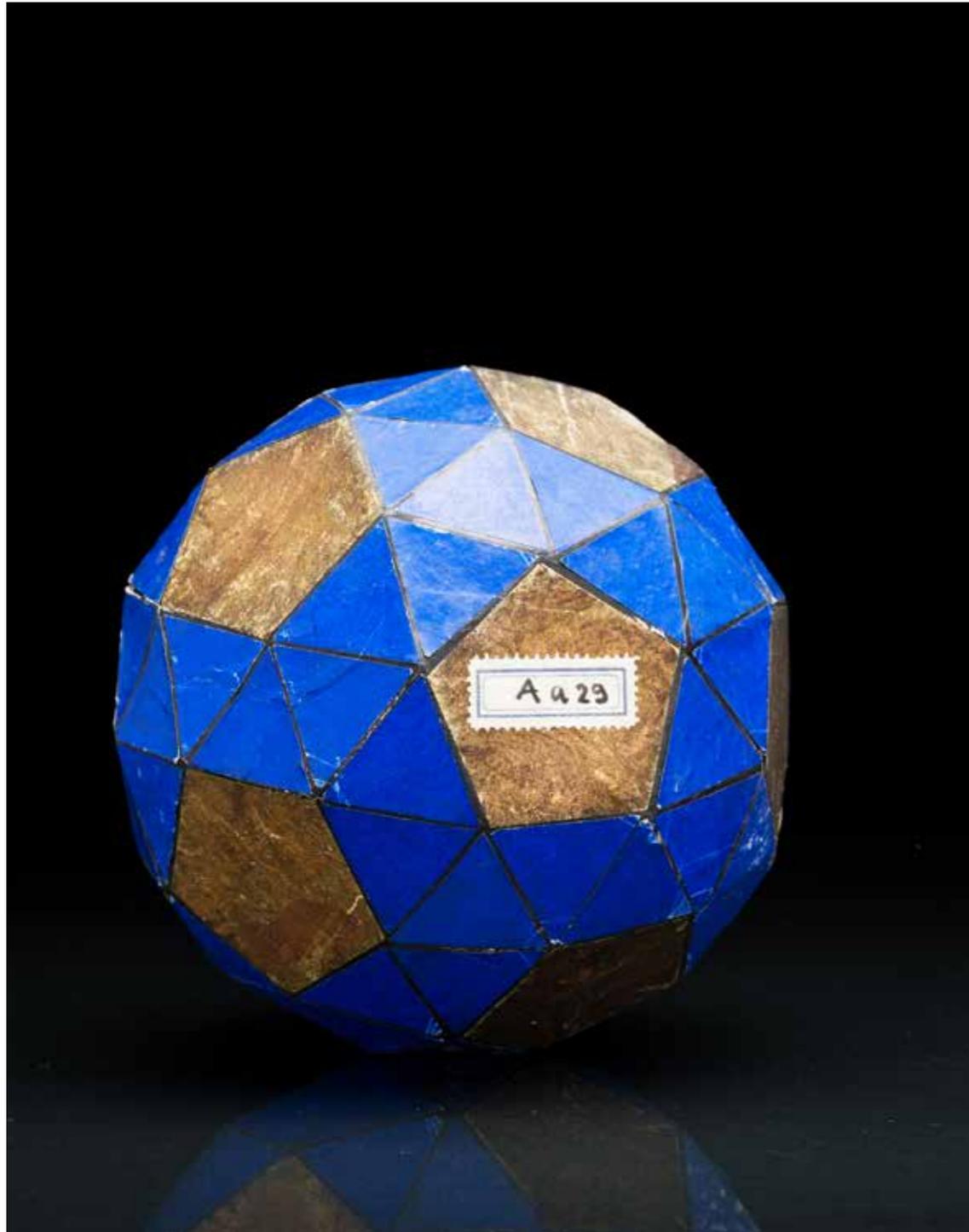


Abb. 7
Unbekannter Fotograf:
Eugen Albrecht,
um 1900



Abb. 1
Unbekannter Autor:
Abgeschrägtes Dodekaeder,
um 1900,
MNF-Ma-AA29



Unbekannter Autor

Dreizehn Halbreguläre Polyeder – Archimedische Körper, um 1900

Michaela Gfrörer

Im Herbst 1892 fand in Nürnberg eine Ausstellung zur Zusammenkunft der Mathematiker-Vereinigung statt. Zu dieser Ausstellung gab Walther von Dyck den umfangreichen und umfassenden Katalog mathematisch und mathematisch-physikalischer Modelle, Apparate und Instrumente heraus. In diesem sind unter dem Kapitel Geometrie die Semiregulären (Archimedischen) Körper erwähnt, die von der Lehrmittelanstalt Ehrhard & Sohn in Bensheim hergestellt wurden.¹

In der neuen Dauerausstellung „Mind and Shape“ des Fachbereichs Mathematik in Tübingen finden sich dreizehn (Abb. 1–8 und 10–14) von einem unbekanntem Autor stammende Archimedische Körper, die unter ihren griechischen Benennungen gezeigt sind, wie etwa abgeschrägtes Dodekaeder (Abb. 1), abgestumpftes Ikosaeder (Abb. 2), Kuboktaeder (Abb. 3), Rhombenkuboktaeder (Abb. 4), abgestumpftes Kuboktaeder (Abb. 5), Ikosidodekaeder (Abb. 6), Rhombenikosidodekaeder (Abb. 7) und abgestumpftes Ikosidodekaeder (Abb. 8).

Ihr Entdecker ist zugleich Namensgeber: Archimedes (Abb. 9). Er wurde etwa 287 v. Chr. in Syrakus geboren und ist bis heute einer der bekanntesten Mathematiker der Antike. In der sizilianischen Stadt war er nicht nur als Mathematiker und Physiker, sondern auch als Ingenieur und technischer Berater für den Tyrannen Gelon II. tätig. In Alexandria, der damaligen Wissensmetropole, hielt er sich länger auf und knüpfte dort Kontakte zu Mathematikern wie Konon, Dositheos und Eratosthenes. Ihnen soll er später einige seiner Schriften zugesandt haben. Aus seinem Leben sind hauptsächlich nur Legenden überliefert und seine Abhandlung über die Archimedischen Körper ist lediglich durch eine Zusammenfassung des Mathematikers Pappos bekannt.² Die Archimedischen Körper sind halbregulären Polyeder.³ Sie werden durch ihre Oberflächen definiert, die aus regelmäßigen Vielecken bestehen. Jede Ecke des Polyeders kann durch Drehungen und Spiegelungen auf jede andere Ecke abgebildet werden. Es handelt sich also um ein uniformes Polyeder.⁴ Die catalanischen Körper, die ebenfalls zur Gruppe der Polyeder gehören, sind eng mit ihnen verwandt. Sie sind die dualen Polyeder zu den Archimedischen Körpern und be-

Abb. 2
Unbekannter Autor:
Ikosaederstumpf (Fußball),
um 1900,
MNF-Ma-AA21



Abb. 3
Unbekannter Autor:
Kuboktaeder, um 1900,
MNF-Ma-AA25



Abb. 4
Unbekannter Autor:
Rhombenkuboktaeder,
um 1900,
MNF-Ma-AA24



Abb. 5
Unbekannter Autor:
Abgestumpftes Kuboktaeder,
um 1900,
MNF-Ma-AA22

Abb. 6
Unbekannter Autor:
Ikosidodekaeder, um 1900,
MNF-Ma-AA26



Abb. 7
Unbekannter Autor:
Rhombenikosidodekaeder,
um 1900,
MNF-Ma-AA27



Abb. 8
Unbekannter Autor:
Abgestumpftes Ikosidode-
kaeder, um 1900,
MNF-Ma-AA23

finden sich ebenfalls in der Tübinger Sammlung. Sie unterscheiden sich in ihrer charakteristischen Eigenschaft von denen der Archimedischen Körper. Während die catalanischen Körper in ihren Flächen uniform sind, sind die Archimedischen Körper in ihren Ecken uniform.⁵

Unsere geometrischen Modelle aus der Tübinger Sammlung wurden aus buntem Karton in Gelb-, Blau-, Türkis-, Braun- und Goldtönen gestaltet. Die Nummerierung auf den Flächen der Körper (Abb. 8 und 10), gibt dabei die jeweilige Anzahl der Vielecke an. Sie wurden einst von der Tübinger Sternwarte übernommen.⁶ In die Sammlung des Mathematischen Instituts kamen sie erst nach der Zeit von Alexander von Brill, da sie im Inventar aus dem Jahr 1933 keine alte Inventarnummer besitzen, dafür jedoch mit einer neuen „Aa“ Signatur gekennzeichnet sind.⁷ Ausstellungscharakter hatten die Körper schon damals, ihren Platz fanden sie in der Neuen Aula vor dem Hörsaal zwölf, dem ehemaligen Standort des Mathematisch-physikalischen Seminars.⁸ Ihre Anwendung in der Lehre fanden sie unter anderem bei dem Tübinger Professor Gerhard Hessenberg (1874–1925). Er zeichnete im Februar 1923 eine

Schautafel zur „Darstellende[n] Geometrie. Beispiele von Aufgaben über reguläre Vielfache.“ Unter diesen mathematischen Körpern befinden sich auch drei halbbreguläre Polyeder, mit den Nummern 16K, 16V, 16D (Abb. 15).

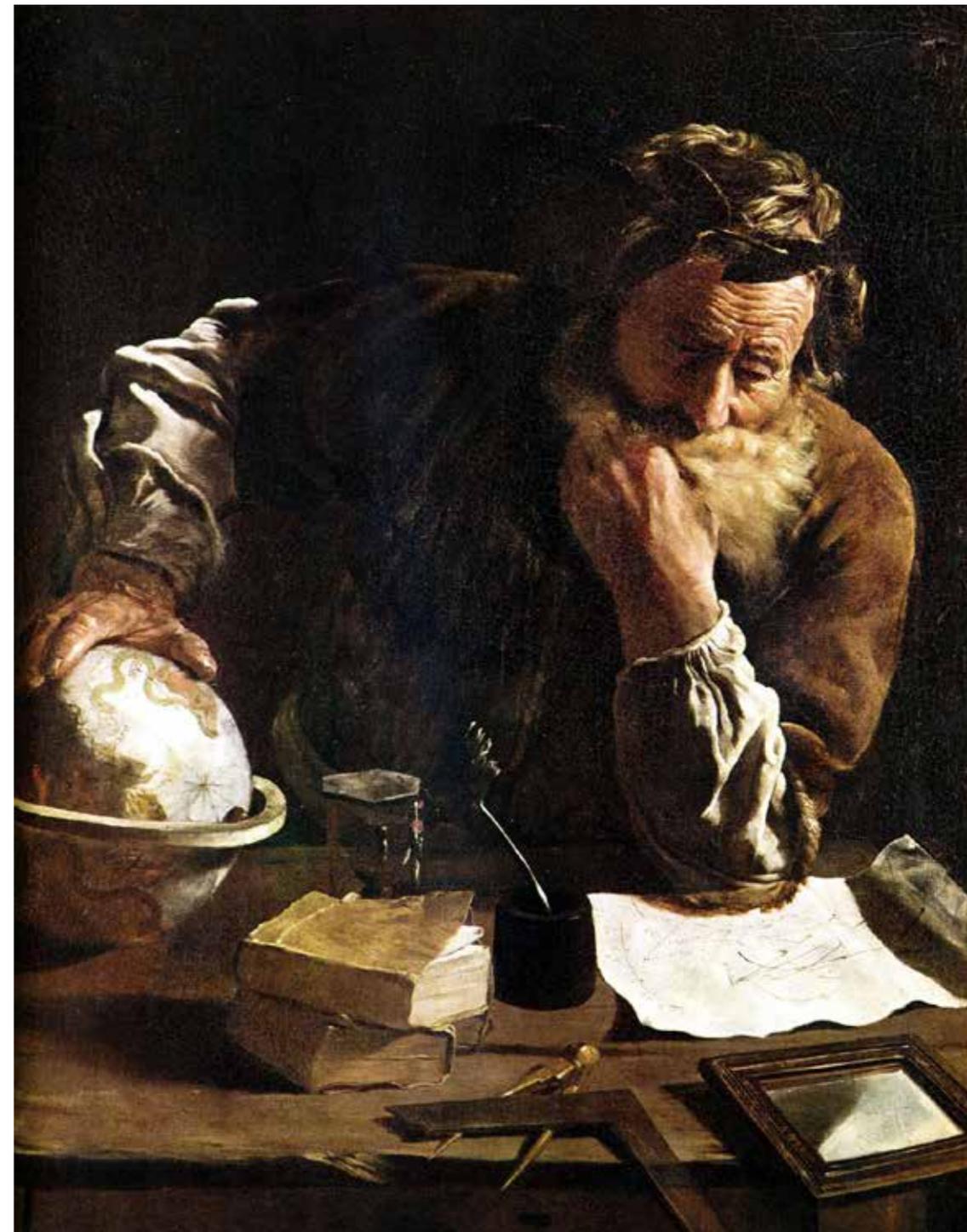


Abb. 9
Domenico Fetti:
Archimedes,
Öl auf Leinwand, um 1620,
Gemäldegalerie
Alte Meister, Dresden,
Gal.-Nr. 692

Abb. 10
Unbekannter Autor:
Abgeschrägtes Hexaeder,
um 1900,
MNF-Ma-AA28



Abb. 11
Unbekannter Autor:
Abgestumpftes Tetraeder,
um 1900,
MNF-Ma-AA17

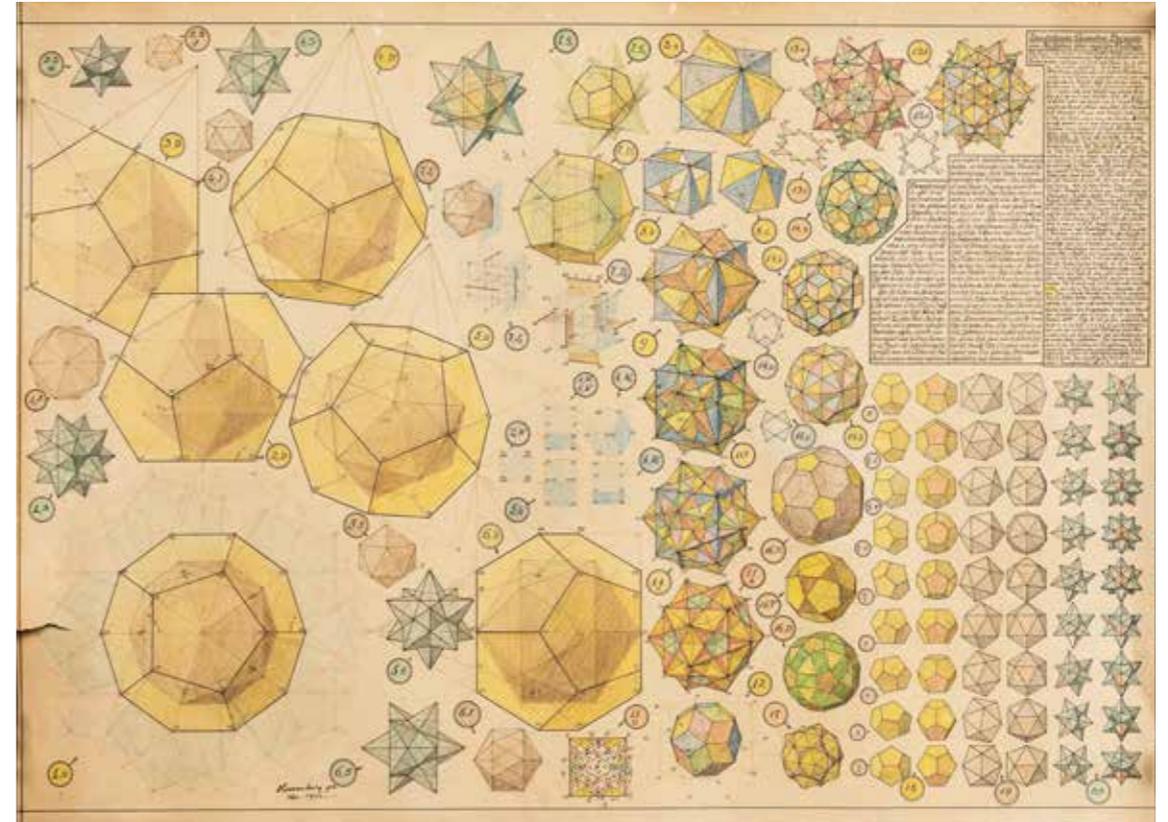


Abb. 14
Unbekannter Autor:
Abgestumpftes Dodekaeder,
um 1900,
MNF-Ma-AA19



Abb. 12
Unbekannter Autor:
Abgestumpftes Hexaeder,
um 1900,
MNF-Ma-AA18



Abb. 13
Unbekannter Autor:
Abgestumpftes Oktaeder,
um 1900,
MNF-Ma-AA20

Abb. 15
Gerhard Hessenberg:
Darstellende Geometrie.
Beispiele von Aufgaben
über reguläre Vielfache,
Zeichnung, 1923,
MNF-Ma-D23



1 Walther von Dyck: Katalog mathematischer und mathematisch-physikalischer Modelle, Apparate und Instrumente, München 1892, S. 246, Nr. 130.

2 Vgl. http://referenceworks.brillonline.com/entries/der-neue-pauly/archimedes-e132480?s.num=0&s.f.s2_parent=s.f.book.der-neue-pauly&s.q=archimedes (04.12.2017).

3 Max Brückner: Vielecke und Vielfache. Theorie und Geschichte, Leipzig 1900, S. 132–140.

4 <http://www.mathe.tu-freiberg.de/%7Eehbisch/cafe/archimedisches.html> (26.11.2017).

5 Vgl. auch den Beitrag von Frank Loose in diesem Band.

6 Inventar des Mathematischen Seminars der Universität Tübingen, 1933, S. 9. Andere Objekte, die im Inventar aus dem Jahr 1933 vermerkt sind, wurden im Jahr 1878 von der Tübinger Sternwarte erworben, für die Archimedischen Körper fehlt jedoch ein Herstellungsdatum und die Nennung eines Autors.

7 Die Archimedischen Körper besitzen nur neue Inventarnummern, die bei den Objekt-Aufnahmen in das Inventarbuch im Jahr 1933 vergeben wurden.

8 Inventar des Mathematischen Seminars der Universität Tübingen, 1933, S. 8–9. Mit Bleistift statt wie sonst üblich in Tinte ausgeführt findet sich der handschriftliche Zusatz „Hs. 12“.

Abb. 1
Walther Fischer:
Modell einer Fläche mit
einem singulären Punkt,
Schilling-Serie 30, Nr. 8,
1910,
MNF-Ma-A11



Schilling-Serie 30

Modell Nr. 8 der Fläche mit einem singulären Punkt
von Walther Fischer, 1903 und 1910

Janine Lehleiter

Was wie die vereinfachte und minimierte Fassung einer Gebirgssilhouette anmutet, ist in Wirklichkeit ein Produkt genauester mathematischer Berechnung. Dem Zufall ist dabei nichts überlassen, denn das achte Objekt der 30. Serie des Verlags Martin Schilling stellt die gekrümmte Fläche einer

$$z = xy \cdot \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$$

ganz bestimmten Funktion dar (Abb. 1). Als ein-

$$\frac{\delta^2 z}{\delta x \delta y} \neq \frac{\delta^2 z}{\delta y \delta x}$$

zige Singularität fungiert der Nullpunkt, denn nur für ihn gilt die zusätzliche Information (Abb. 2). Veröffentlicht wurde das Modell durch den Maschinenbauer Walter Fischer (1889–1952) erstmals im Jahr 1903 an der Technischen Universität Danzig.¹ Beim Betrachten des Gips-Modells schaut der Betrachter direkt auf die Achsen der Fläche (Abb. 3). „Das Modell ist seitlich abgegrenzt durch die vier

Ebenen $x = 9 \text{ cm}$ und $y = 9 \text{ cm}$.“² Betrachtet man das Objekt aber von oben, sind die x - sowie die y -Achse als grüne Linien auf die Fläche gezeichnet (Abb. 4). Die Halbierung ihrer Winkel markieren außerdem zwei rote Geraden, die auch auf der Fläche liegen. Verschiedene Symmetrieeigenschaften der dargestellten Fläche können auf diese Weise direkt abgelesen werden. Zur weiteren Illustration sind zahlreiche Schnittkurven ähnlich einer proportional verlaufenden Quadrierung in den Gips eingeritzt.

Sicherlich fand das Modell Nr. 8 im Unterricht Verwendung. Um eine Vorstellung von Räumlichkeit in der theoretischen Disziplinen der Mathematik zu bieten, scheinen haptische und materiell präsente Schauobjekte äußerst nützlich und sinnvoll zu sein, auch wenn deren Einsatz heute wohl zunehmend durch virtuelle Simulationsprogramme ersetzt wird.³ Noch heute sieht man diesem Modell an, dass es, bevor es einen musealen Status erlangte, ehemals von Hand zu Hand ging. Einige Spuren verraten dies: Der ursprünglich weiße Gips erscheint nun mehr vergilbt und ist durch Flecken verunreinigt. Dem Etikett des Schilling-Verlags fehlt ein Stück der rechten unter-



Abb. 2
Walther Fischer:
Modell einer Fläche mit
einem singulären Punkt,
Ansicht von oben, Schilling-
Serie 30, Nr. 8, 1910,
MNF-Ma-A11

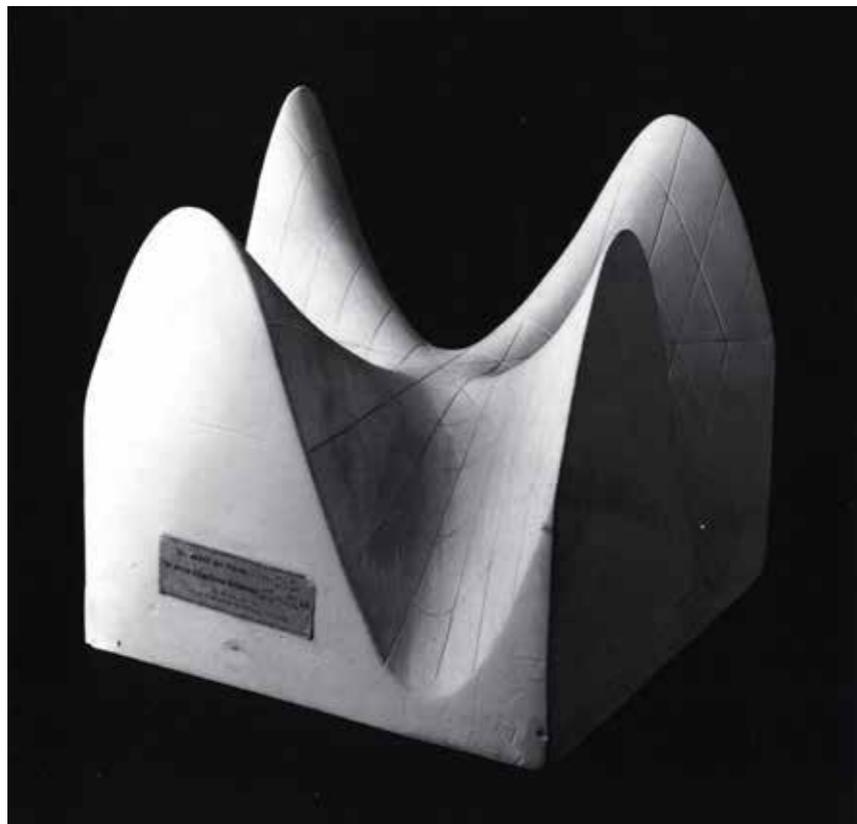
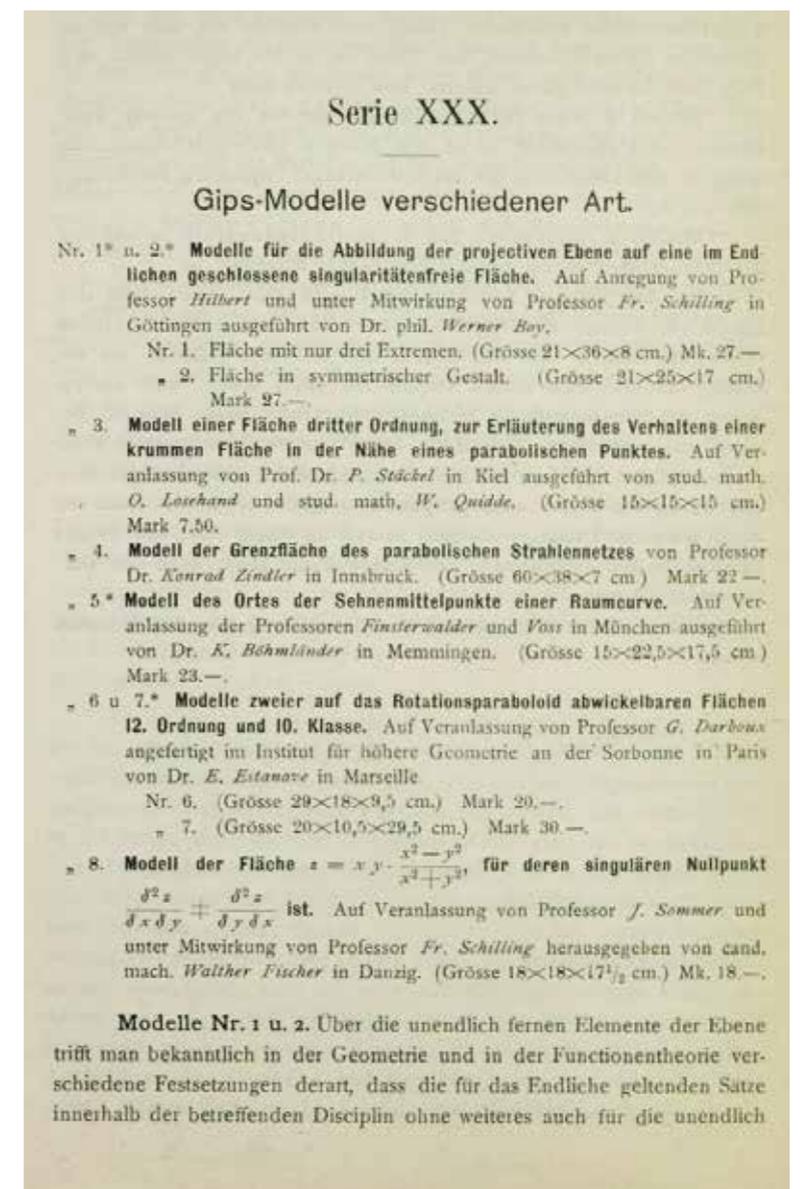


Abb. 3
Vergleichsmodell aus der
Sammlung mathematischer
Modelle der Universität
Heidelberg, o. A.

Abb. 4
Serie XXX. Gips-Modelle
verschiedener Art, aus:
Martin Schilling: Catalog
mathematischer Modelle,
Leipzig 1911, S. 78



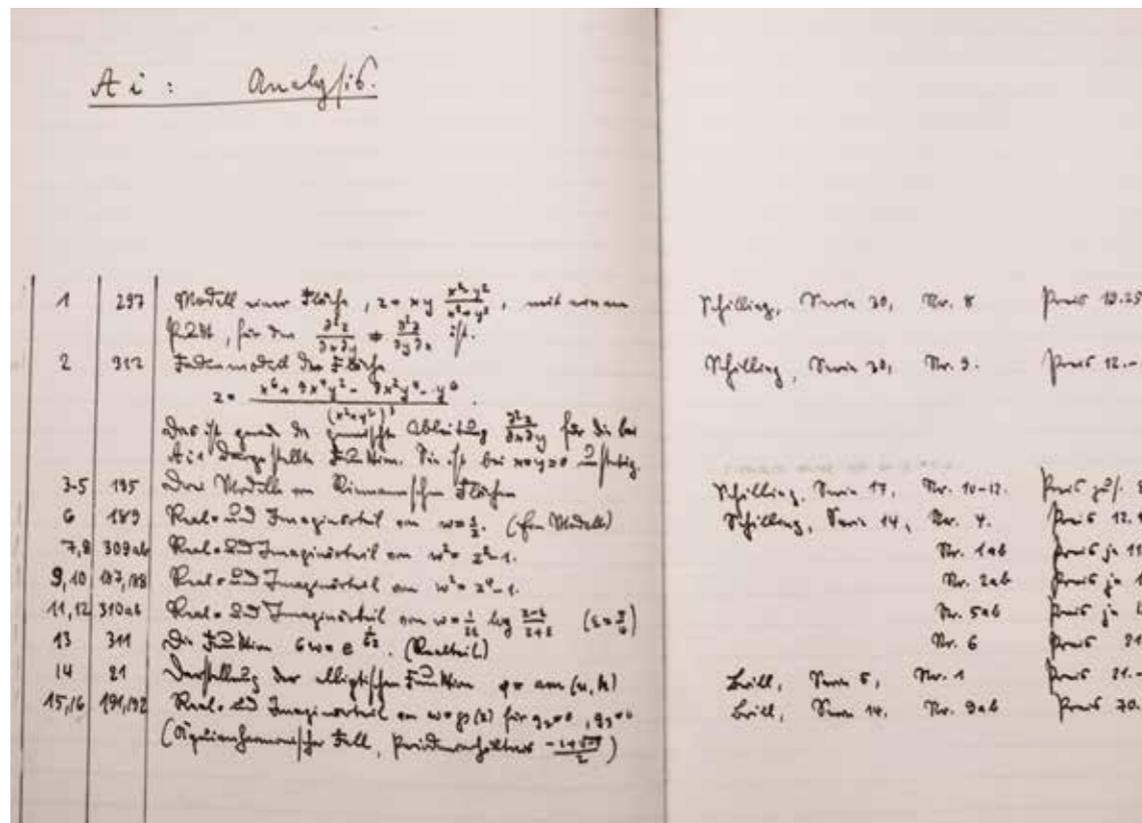
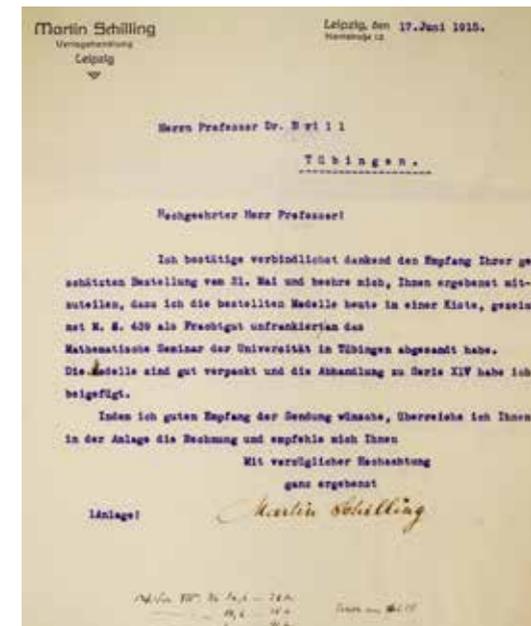


Abb. 5
Inventar des Mathematischen Seminars, 1933, S. 72–73, Kapitel Ai: Analysis, Inventarnummer: Ai2 bzw. A312

Abb. 6
Brief von Martin Schilling an Alexander von Brill, Leipzig, den 17. Juni 1912, Universitätsarchiv Tübingen



neunte Modell aus der Serie (Abb. 7), als Einzelstück angekauft wurde. Dieses neunte Modell wurde nachweislich im Juni 1915 durch Alexander von Brill für das Mathematische Seminar bei Martin Schilling in Leipzig (Abb. 8) angekauft.⁹ Ein wichtiger Beleg dafür, dass der Modellkauf in Tübingen Chefsache war.

ren Ecke, und genau dort scheint sich das Papier von der Oberfläche zu lösen. Auf dieses Etikett schrieb man oben links die ältere Inventarnummer „A 297“. Auch das darüber angebrachte zweite Papier, das die zweite Inventarnummer „Ai 1“ aus dem Jahr 1933 der Mathematischen Modellsammlung trägt, scheint nicht mehr allzu fest am Objekt zu haften. Noch deutlicher zeigen sich die Spuren der Zeit an den Kanten, an denen sich zahlreiche kleine Bestoßungen und Kerben befinden. An den Scheiteln der vier Kurven sieht man noch drastischer die Brüchigkeit des Materials, da diese alle – mal mehr, mal weniger – verletzt sind. Als Vergleich eignet sich ein Modell, das sich in der Sammlung der Universität Heidelberg befindet, das keine derartigen Abplatzungen und Brüche aufweist (Abb. 5).⁴ Wahrscheinlich sind die starken Bestoßungen und Abbrüche an diesem Modell – und an vielen anderen – in der Zeit entstanden als man die Modelle aufgrund der Institutsumzüge in unterschiedlichen Kellerräumen lagerte, statt wie zuvor in Schränken und Vitrinen.⁵ Zu Alexander von Brills Zeiten lag die Pflege der Sammlung in den Händen der Pedell-Gehilfin Friederike Walker. Sie

reinjigte die Modelle viermal im Jahr und erhielt hierfür stets – nach den Kassenamtsbüchern von 1885 bis 1909 – eine Zahlung von zumeist 60 Mark.⁶ Die regelmäßige Pflege der Objekte lässt nicht nur Rückschlüsse auf die besondere Wertschätzung derselben zu, sondern auch auf deren fortwährenden Gebrauch. Am Ende stellt sich die Frage, wie verhält sich das Achte zu den anderen Modellen der 30. Serie. Wie in Schillings Verlagskatalog aus dem Jahr 1911 zu lesen, sind dort sieben weitere Gipsmodelle verzeichnet (Abb. 6). Alle Objekte wurden von unterschiedlichen Personen erdacht und modelliert. Allein das achte Modell entstand „Auf Veranlassung von Professor J. Sommer (1871–1943) und unter Mitwirkung von Professor Fr. Schilling (1868–1950) [...] von cand. mach. Walther Fischer in Danzig.“⁷ Die Frage, warum nur dieses eine Objekt der 30. Serie für die Tübinger Sammlung angekauft wurde, scheint hinfällig, da die Serie entsprechend ihrer Bezeichnung „Gips-Modelle verschiedener Art“ ein Konglomerat von verschiedenen Modellen darstellt. Daher verwundert es nicht, dass – laut Inventarbuch aus dem Jahr 1933⁸ – nur noch ein weiteres, das

1 Martin Schilling: Catalog mathematischer Modelle [...], Leipzig 1911, S. 84. Neben dem Jahr der ersten Veröffentlichung 1903 werden genannt: 1905, 1909 und 1910.
2 Schilling 1911, S. 82–84 und S. 136–137 Nr. 176.
3 Vgl. in diesem Band das Interview mit Carla Cederbaum.
4 Ob es sich dort wirklich um das achte Objekt der 30. Serie Schillings handelt, ist laut Sammlungskatalog nicht bestätigt.
5 Vgl. den Beitrag von Sieghart Stangler in diesem Band.
6 Kassenamtsbücher der Mathematik, Universitätsarchiv Tübingen UAT, Signatur: 146/43,15 bis 146/43,30.
7 Dieses und das folgende Zitat nach: Schilling 1911, S. 78.
8 Inventar des Mathematischen Seminars der Universität Tübingen, 1933, S. 72–73. Es handelt sich dabei um ein Fadenmodell und nicht wie die anderen, um eines aus Gips. Nicht gelistet ist das neunte Modell der 30. Serie in: Schilling 1911, S. 82–84.
9 Schreiben von Martin Schilling an Alexander von Brill, Leipzig, den 17. Juni 1915; siehe Universitätsarchiv Tübingen UAT, Signatur: 815/12.

Abb. 1
Hermann Wiener:
Kugel aus Drahtkreisen,
Teubner-Reihe 7,
Nr. 407, 1911,
MNF-Ma-A299



Hermann Wiener

Drahtmodelle aus dem Verlag Teubner, Reihe 4 und 7, 1905 und 1912

Celia Maurer

Eine Modellfläche (Abb. 1) stellt die sie bestimmenden Inhalte in einer filigranen Anordnung von Messingdrähten dar. Diese Merkmale zeichnen die Drahtmodelle aus der Serie von Hermann Wiener aus, der als Professor an der TH Darmstadt lehrte und forschte. Hier setzte er die Familientradition des Modellbaues fort. Bereits im Studium unter seinem Vater Christian Wiener konstruierte und baute er Modelle an der Technischen Hochschule in Karlsruhe.¹ In der Tübinger Sammlung haben sich drei Exemplare (Abb. 1–3) erhalten: eine Kugel², ein Ellipsoid³ und ein Hyperbolisches Paraboloid⁴.

Die Objekte gehören zu unterschiedlichen Reihen aus einer Serie von Wiener, die 1905 erstmals veröffentlicht⁵ und 1912 (Abb. 4–5) um weitere Reihen gemeinsam mit Peter Treutlein (1845–1912) ergänzt wurden.⁶ Allen Messingmodellen von Wiener liegt ein Prinzip zu Grunde: Sie sind abstrahiert und geben ihre äußere Form nicht vollständig wieder. Die Modelle liefern lediglich die charakterisierenden Eigenschaften für die Form. Parallelkreise bilden die Kugelform,⁷ das El-

lipsoid ist durch seine Hauptschnitte dargestellt. Das hyperbolische Paraboloid benötigt mehr Zuordnungen, ergänzend zu den Hauptschnitten und den Scheitelerzeugenden beschneiden zwei Hyperbeln und vier Erzeugende das Modell.⁸

Diese Reduzierung der Formen auf Erzeugende und Schnitte und die daraus resultierende Transparenz der Modelle sah Wiener als Vorteil gegenüber Karton- und Gipsmodellen. Die Flächen zwischen diesen konstanten Merkmalen sind nicht fest, entstehen „zufällig“ und sind „mehrdeutig“.⁹ Mit dem Verzicht der Wiedergabe dieser und der Konzentration auf die wesentlichen Elemente werden die Modelle klarer und übersichtlicher.

Die Veränderung der Oberflächen dazwischen leistet bei manchen Modellen eine patentierte technische Feinheit, nämlich „H. Wieners geschränktes [...] Verbindungsgelenk“.¹⁰ Durch dieses wird es möglich, einige der Modelle in ihrer Form zu verschieben. Weiter sind auch Drehungen möglich, es bringen etwa bei der erhaltenen Kugel laut Wiener die „blanken Messingdrähte [...] einen hellen Schimmer hervor, der an den Rändern besonders glänzend und dabei völlig durchsichtig ist und damit ist eine auch die ver-

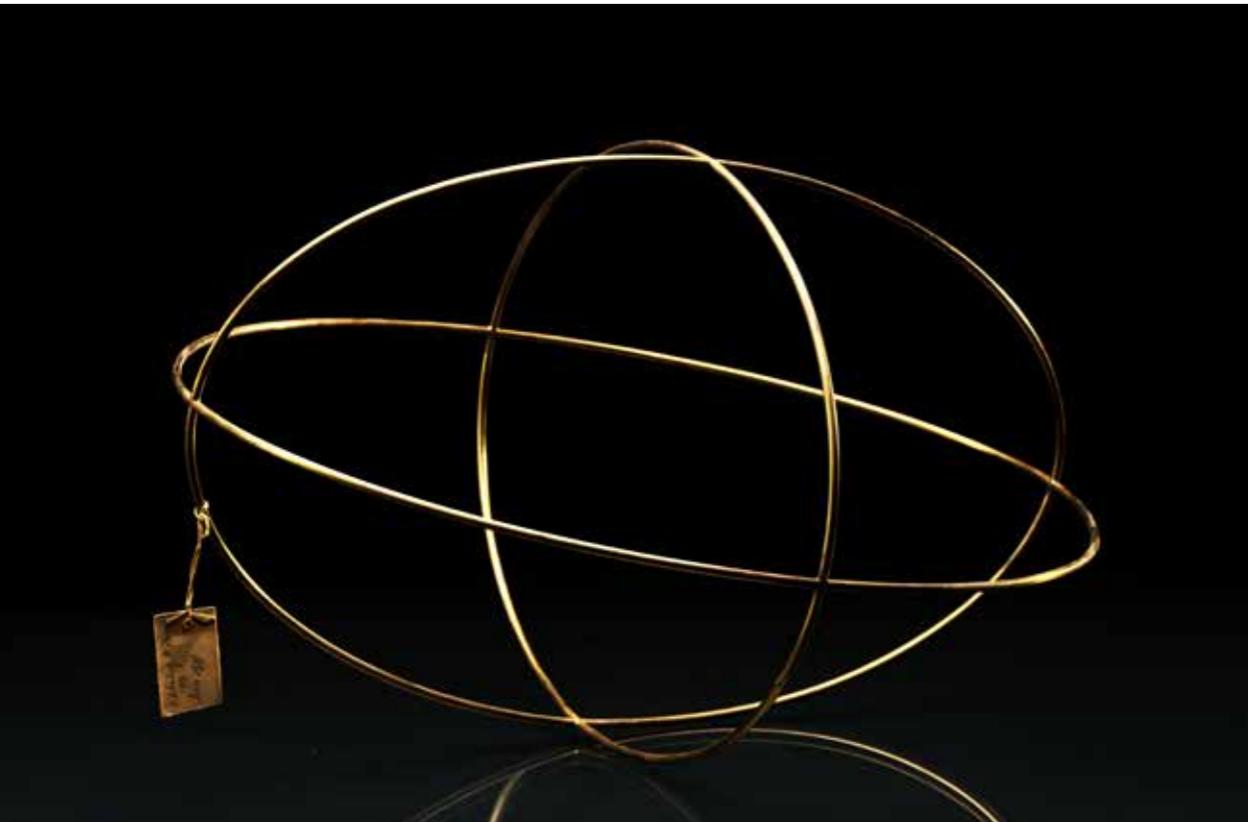


Abb. 2
Hermann Wiener:
Ellipsoid, durch die
Hauptschnitte dargestellt,
Teubner-Reihe 4,
Nr. 402, 1911,
MNF-Ma-A303



Abb. 3
Hermann Wiener:
Hyperbolischer Paraboloid,
durch die Hauptschnitte
dargestellt, Teubner-Reihe
4, Nr. 406, 1911,
MNF-Ma-A304

Abb. 4
Titelseite des Katalogs
„Verzeichnis mathematischer Modelle. Sammlungen H. Wiener & P. Treutlein“, 1912

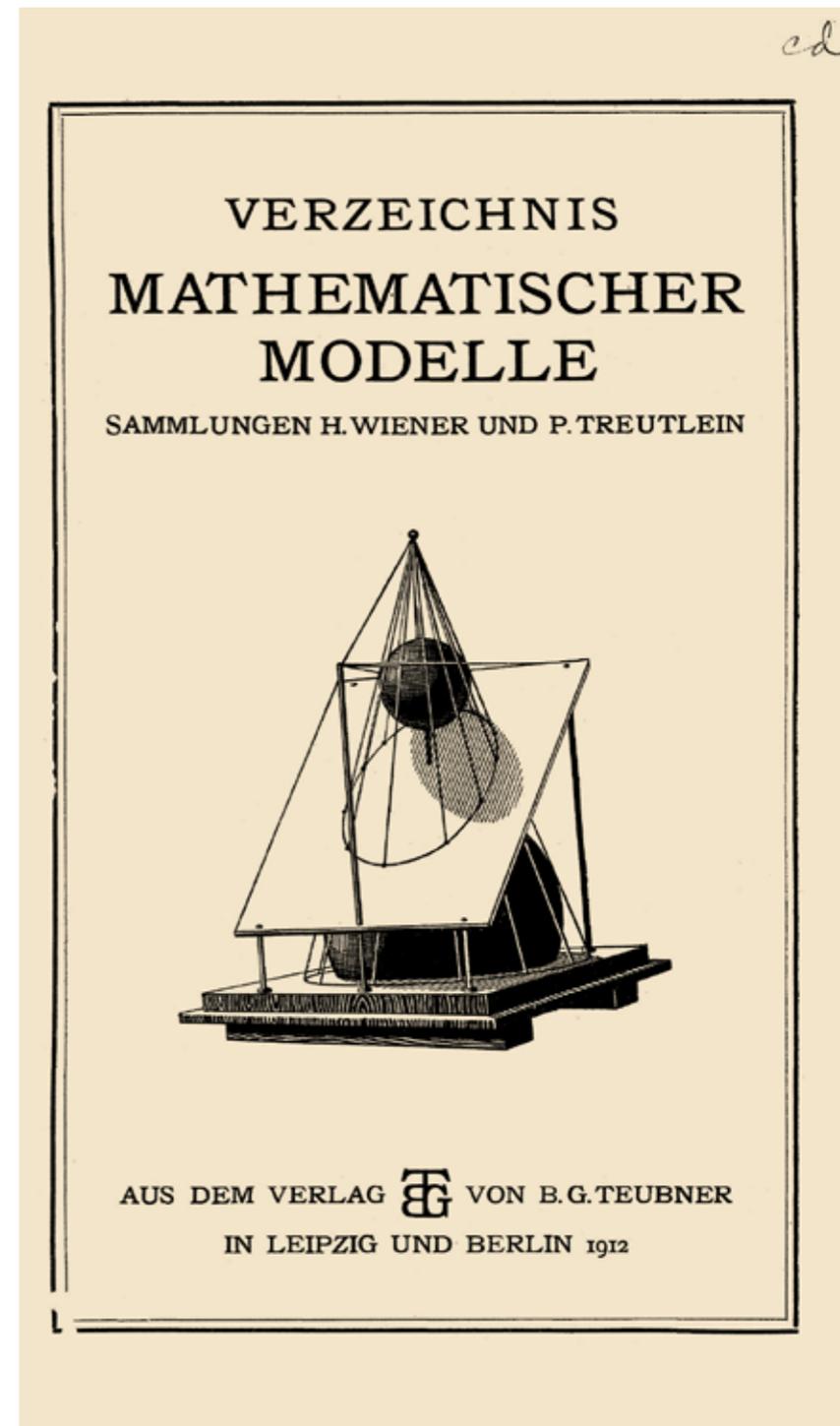
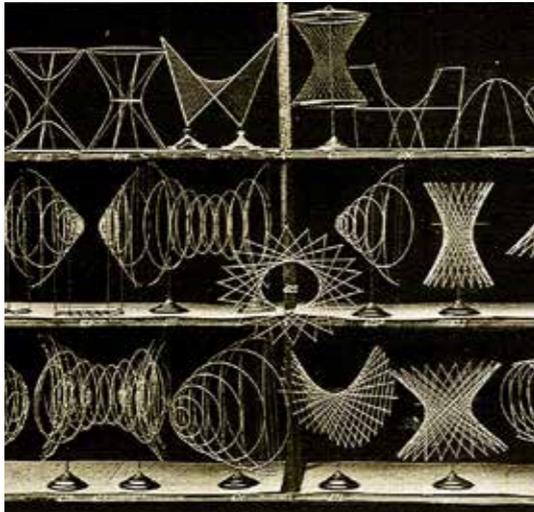


Abb. 5
 Reihe IV, V und VI, aus
 dem Teubner Verlag, in:
 Verzeichnis mathematischer
 Modelle. Sammlungen
 H. Wiener & P. Treutlein,
 Leipzig 1912, Tafel III



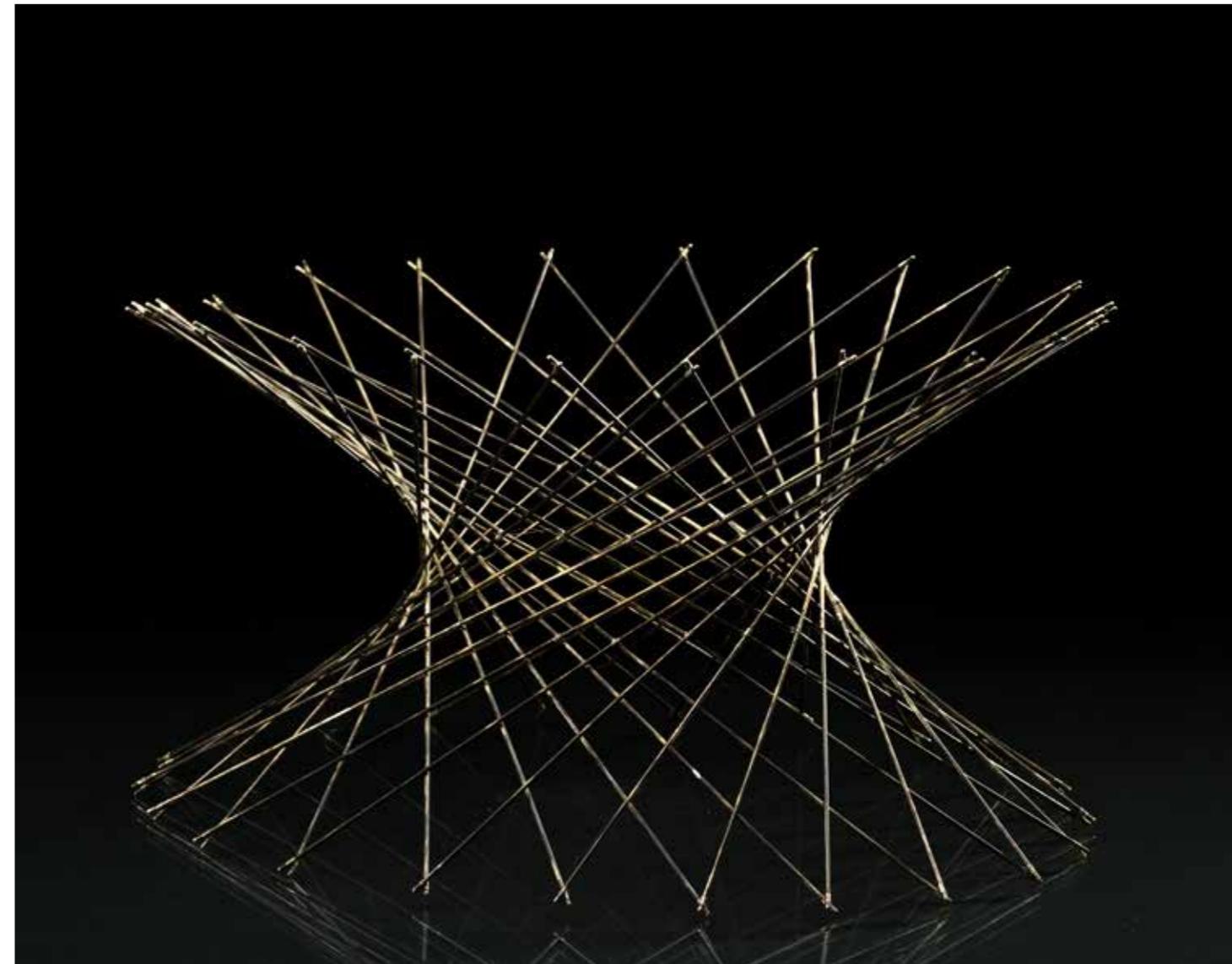
deckten Teile sichtbar machende [...] Darstellung der Flächen gewonnen.“¹¹ Die Bewegung simuliert also eine Oberfläche und veranschaulicht gleichzeitig ihre Konstruktion. Grundlegend für die Drehung war ein Ständer, der zur Kugel gehörte, bestehend aus einer Metallstange und einer hölzernen Basis.¹² Mit dem Verlust des Ständers ist das Modell zwar den unbeweglichen des Paraboloids und des Ellipsoids angepasst, aber leider auch statisch geworden, wodurch es seine anschauliche Funktion etwas eingebüßt hat.

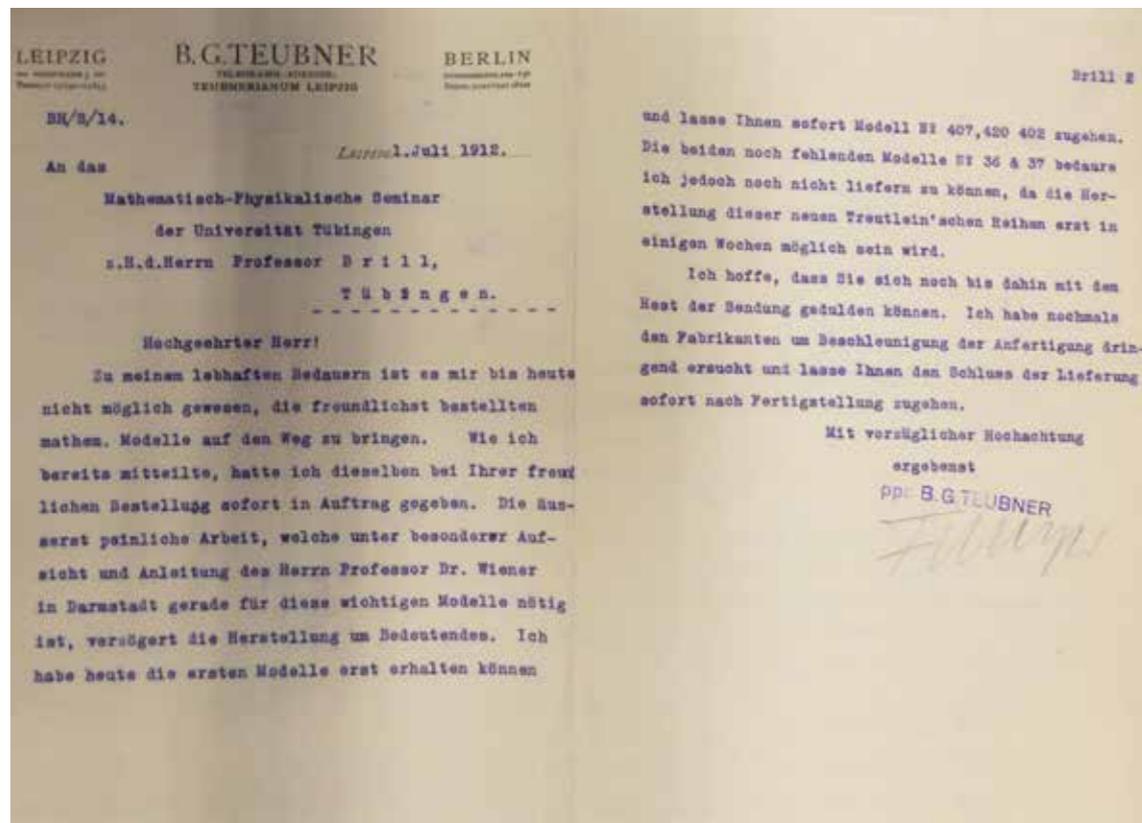
Die Modelle waren auch für Projektionen gedacht. Dabei wurde im abgedunkelten Hörsaal mit einem Schirm und Scheinwerfern gearbeitet und ein Schattenbild des Drahtmodells an die Wand geworfen. Diese Projektion sollte den Studenten das Zeichnen der Formen erleichtern. Zudem konnten durch geschicktes Drehen etwa Singularitäten oder andere Besonderheiten aufgezeigt werden.¹³

Obwohl Wiener seine Sammlung als elementaren Überblick verstand und deswegen, vielleicht auch verkaufsfördernd, für einen einheitlichen und lückenlosen Erwerb plädiert,¹⁴ wurde für Tübingen nur eine kleine Auswahl von Alexander von Brill

erstanden. Aus den Tübinger Kassenamtsbüchern geht hervor, dass in den Jahren 1912/13 für 18,08 Mark und 1913/14 für 11,50 Mark bei „B. H. Teubner“ in Leipzig Modelle angekauft wurden.¹⁵ Um welche konkreten Modelle es sich hierbei handelt, dazu fehlt in den Kassenamtsbüchern jede Angabe. Wahrscheinlich dürfte es sich – aufgrund der ähnlichen Preisangabe – um das Drahtmodell der Kugel handeln. Laut Leipziger Modellkatalog und Tübinger Inventarbuch aus dem Jahr 1933 ist die Kugel mit einem Preis von 18 Mark verzeichnet.¹⁶ Der Restbetrag von 8 Pfennigen dürfte das Porto gewesen sein. Zur Tübinger Sammlung zählten noch zwei weitere bewegliche Modelle. Während sich das „Bewegliche einschalige Hyperboloid“ (Abb. 6) erhalten hat,¹⁷ ist das „Bewegliche Ellipsoid“¹⁸ verloren. Beide Objekte sind im Inventar unter der Abteilung „Analytische Geometrie: Flächen zweiter Ordnung“ aufgeführt,¹⁹ wie die drei zuvor genannten. Zu diesem Verlagsprogramm zählten noch zwei weitere Modelle zum Reuleauxs Fall²⁰, die ebenfalls im Inventar aus dem Jahr 1933 unter dem Bereich der „Kinematik verzeichnet sind.“²¹ Auch von diesen beiden Modellen fehlt jede Spur.

Abb. 6
 Hermann Wiener:
 Bewegliches einschaliges
 Hyperboloid, Teubner-Reihe
 5, Nr. 421, 1911,
 MNF-Ma-A300





Aus einem Konvolut an Schreiben zum Modellkauf im Teubner Verlag ragt eines aufgrund seiner Detailinformationen hervor. In diesem Brief vom 1 Juli 1912 (Abb. 7) an Alexander von Brill wird der schleppende Verkauf respektive die aufschiebende Auslieferung der Modelle begründet. Zwei Hemmnisse werden hierfür genannt: Einerseits seien einige Modelle – Nr. 36 und 37 – nicht vorrätig und müssten daher erst neu durch einen „Fabrikanten“ hergestellt werden. Andererseits erfolge die „äußerst peinliche Arbeit“ zur Herstellung der Modelle – Nr. 407, 420 und 402 – unter der „besondere[n] Aufsicht und Anleitung des Herrn Professor Dr. Wiener“ in Darmstadt, so dass sich deren Produktion ebenfalls erheblich verzögern wird.²² Offensichtlich dienten Verlage nur dem Verkauf und Vertrieb. Die eigentliche Produktion der Modelle fand an anderen Orten statt. Zugleich zeigen diese Dokumente, dass alle Fäden beim Modellkauf für die Tübinger Sammlung bei Alexander von Brill zusammen liefen.

Abb. 7
Schreiben von B. G. Teubner
an Alexander von Brill,
Leipzig, den 1. Juli 1912,
Universitätsarchiv Tübingen

1 Christian Wiener: Lehrbuch der darstellenden Geometrie, 2 Bde., Leipzig 1887, Bd. 2: Krumme Linien (2. Teil) und krumme Flächen, Beleuchtungslehre, Perspektive, S. 260, Anmerkung: „Die technische Hochschule besitzt eine größere Anzahl von Modellen [...], welche unter Anleitung des Verfassers von Studierenden in der oben angegebenen Weise konstruiert und ausgeführt wurden.“ S. 301, Anmerkung: „Diese Kurven als Schnittlinien von Regelflächen und die abwickelbaren Flächen ihrer Tangenten eignen sich sehr gut zur Darstellung durch Fadenmodelle in der in Nr. 241 angegebenen Weise. Mein Sohn Hermann Wiener konstruierte die Modelle der drei Hauptfälle; ihre Ausführung in Metallrahmen ist bei Ludwig Brill in Darmstadt erschienen.“

2 Hermann Wiener, Peter Treutlein: Verzeichnis mathematischer Modelle. Sammlungen H. Wiener & P. Treutlein, Leipzig 1912, S. 19, Reihe 7, Nr. 407. Preis: 18 Mark.

3 Ebd., S. 10, Reihe 4, Nr. 402. Preis: 10 Mark.

4 Ebd., S. 10, Reihe 4, Nr. 406. Preis: 28 Mark.

5 Hermann Wiener: H. Wieners Sammlung mathematischer Modelle, Leipzig 1905; vgl. auch: Hermann Wiener: [Werbeanzeige], in: Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung, Leipzig 1906, Bd. 15, S. 229–232.

6 Wiener, Treutlein 1912, S. 1.

7 Wiener, Treutlein 1912, S. 19.

8 Wiener, Treutlein 1912, S. 10.

9 Hermann Wiener: Abhandlungen zur Sammlung mathematischer Modelle, Bd. 1, Heft 1, Leipzig 1907, S. 4.

10 Unter dem ‚Deutschen Reichs-Gebrauchsmuster‘ Nr. 208811 registriert. Zit. in: Wiener, Treutlein 1912, S. 14.

11 Wiener, Treutlein 1912, S. 20.

12 Das Modell ist im Katalog von 1912 auf der Tafel III. links unten mit seinem Ständer wiedergegeben.

13 Vgl. Wiener 1907, S. 6.

14 Ebd., S. 8.

15 Kassenamtsbuch 1912/13, S. 4. Universitätsarchiv Tübingen UAT, Signatur: 146/43,33. Kassenamtsbuch 1913/14, S. 5, UAT Signatur: 146/43,34.

16 Inventar des Mathematischen Seminars der Universität Tübingen, 1933, S. 12–13.

17 Wiener, Treutlein 1912, S. 13, Reihe 5, Nr. 421. Bewegliches einschaliges Hyperboloid, Preis: 35 Mark.

18 Wiener, Treutlein 1912, S. 15, Reihe 6, Nr. 425. Bewegliches Ellipsoid, Preis: 42 Mark.

19 Inventar des Mathematischen Seminars der Universität Tübingen, 1933, S. 12–13, „Bewegliches Ellipsoid, durch die Kreisschnitte (aus Draht) dargestellt“, Inventarnummer: Ab 27 bzw. A 305; „Bewegliche einschalige Hyperboloid aus Drahtstäben“, Inventarnummer: Ab 28 bzw. A 300.

20 Wiener, Treutlein 1912, S. 32–33, Reihe 10, Nr. 36. Reuleaux Fall, 5.50 Mark, und S. 32–33, Nr. 37. Reuleaux Fall, Preis: 5.50 Mark.

21 Inventar des Mathematischen Seminars der Universität Tübingen, 1933, S. 76–77, Inventarnummer: Ak 1 bzw. A 301 und Ak 2 bzw. A 302.

22 Schreiben von B. G. Teubner an Alexander von Brill, Leipzig, den 1. Juli 1912, Universitätsarchiv Tübingen UAT, Signatur: 815/12.

Abb. 1
Walter Dorn:
Regelfläche vierter
Ordnung, 1921/22,
MNF-Ma-A354



Walter Dorn

Regelfläche 4. Ordnung, Unikat eines Fadenmodells, 1921/22

Henri Hoer

Fadenmodelle sind Regelflächen. Verbildlicht wird die Regelfläche mittels eines Metallrahmens samt Fäden, die durch vielen kleine Löcher im Rahmen geführt sind (Abb. 1). Die Fäden bilden spiralartig mit ihren Geraden eine artifizielle Kreisöffnung in der Mitte der so gespannten Fläche. Jeder Punkt auf dieser Fläche befindet sich auf einer solchen Geraden – es handelt sich damit um eine Regelfläche.¹

Aus mathematischer Perspektive könnte man sich den rechteckigen Rahmen an diesem Modell wegdenken, da er nur der Befestigung der Fäden dient. Andererseits verweist diese Rahmung auch auf eine traditionelle Präsentationsform, bei der zentralperspektivische Bilder auf einer zweidimensional gerahmten Fläche einen dreidimensionalen Tiefenraum abbilden. Zuweilen bemühte man sich um einen Trompe-l'œil-artigen Effekt, bei dem der Rahmen Teile des Bildes aufgreift und plastisch in den Betrachtarraum hineinragen lässt (Abb. 2), ähnlich der Metallnase unseres Modellrahmens. Laut dem Inventar des Mathematischen Seminars aus dem Jahr 1933 wurde

das Modell „angefertigt von Herrn stud. math. W. Dorn. (1921/22)“², der im damaligen Wintersemester Analytische Geometrie bei Robert König (1885–1979) und entsprechende Übungen dazu belegte.³ Ein Etikett mit fast gleichlautender Beschriftung findet sich am Modell (Abb. 3).

Bereits im Sommersemester 1914 fing der Mathematikstudent Walter Dorn ein Studium in Tübingen an. Damals stand das mathematisch-physikalische Seminar unter der Leitung von Alexander von Brill. Das angefangene Studium wurde jedoch durch den Ersten Weltkrieg jäh unterbrochen. Im Oktober 1914 meldete sich der damals Neunzehnjährige als Freiwilliger zum 10. Württembergischen Infanterie-Regiment Nr. 180. Mit ihm wurde er an der Westfront eingesetzt und in schweren Kämpfen an der Somme 1916 schließlich gefangengenommen. Im November 1919 kehrte Dorn aus englischer Gefangenschaft zurück, um das Studium im selben Wintersemester wieder aufzunehmen.⁴

Dorn gehörte damit zu einer Generation von Mathematikern, die durch den Krieg traumatisiert und der Jahre ihrer Jugend beraubt wurden, und nachdem sie ihr Studium vollendet hatten, in eine

Abb. 3
Walter Dorn:
Detail der Regelfläche vier-
ter Ordnung, 1921/22,
MNF-Ma-A354



Abb. 2
Gerard Dou:
Selbstporträt mit Palette, Öl
auf Holz, um 1665, Louvre,
Paris, Département des
Peintures, Inv.-Nr. 1222



ungewisse Zukunft entlassen wurden. Die kostengünstige Verwendung von Alltagsmaterialien wie Blech, Faden und Holz, der fragile Zustand mit einigen gerissenen Fäden – fast meint man etwas von der ökonomisch höchst angespannten Nachkriegszeit in Deutschland zu erahnen, in der das Modell entstanden ist. Nach dem verlorenen Weltkrieg erfuhr die deutsche Wissenschaft eine weitgehende Isolation durch die internationalen Sanktionen der Siegermächte, die lange nachwirkten. So konnten erst 1928, also zehn Jahre nach Kriegsende, deutsche Forscher wieder am Internationalen Mathematiker-Kongress in Bologna teilnehmen.⁵ Um „die der deutschen wissenschaftlichen Forschung durch die gegenwärtige wirtschaftliche Notlage erwachsene Gefahr völligen Zusammenbruchs abzuwenden“, wurde 1920 als Vorläufer der heutigen Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG), die Notgemeinschaft der Deutschen Wissenschaft gegründet. In der Notgemeinschaft waren die deutschen Mathematiker verhältnismäßig gut repräsentiert, da der Münchner Mathematiker Walther von Dyck erster Stellvertreter des Präsidenten der Notgemeinschaft wurde.⁶

Der während des Ersten Weltkrieges weitgehend zum Erliegen gekommene mathematische Modellbau wurde in den nachfolgenden Jahren hingegen nur spärlich wiederaufgenommen.⁷ Die im Tübinger Lehrbetrieb erstellten studentischen Unikate scheinen vor diesem historischen Hintergrund wohl eine Ausnahme gewesen zu sein. Zehn Jahre nachdem Walther Dorn sein Fadenmodell gefertigt hatte, schrieb der auf den Vertrieb von mathematischen Modellen spezialisierte Verleger Martin Schilling: „Es sind verschiedene neue Modelle in Vorbereitung, die wir aber infolge der schlechten und unübersichtlichen Geschäftslage immer wieder zurückgestellt haben.“⁸ Und auch Felix Klein merkte 1922 – also drei Jahre vor seinem Ableben – rückblickend an, dass aufgrund der gegenwärtigen „abstrakten mathematischen Tendenzen“ in der Mathematik die ältere Bewegung der „anschaulichen Geometrie“ und des Modellbaus „in den letzten 20 Jahren etwas abgeflaut hat.“⁹ Die große Zeit des mathematischen Modellbaus neigte sich ihrem Ende zu.

1 Mit „Regelfläche“ ist in diesem Fall nicht der deutsche Begriff gemeint, vielmehr leitet er sich vom französischen *surface réglée* ab, das heißt Linienfläche. Kurt P. Müller: Raumgeometrie. Räumphänomene – Konstruieren – Berechnen, Wiesbaden 2000, S. 106.

2 Inventar des Mathematischen Seminars der Universität Tübingen, 1933, S. 36–37.

3 Studentenakte Walter Dorn 1914–1923, Universitätsarchiv Tübingen UAT, Signatur: 258/3402.

4 Promotionsakte Walter Dorn 1923/24 der Naturwissenschaftlichen Fakultät der Universität Tübingen aus dem Jahr 1923, Universitätsarchiv Tübingen UAT, Signatur: 136/46.

5 Volker R. Remmert, Ute Schneider: Eine Disziplin und ihre Verleger. Disziplin- und Publikationswesen der Mathematik in Deutschland, 1871–1949, Bielefeld 2010, S. 141–142.

6 Remmert, Schneider 2010, S. 150.

7 Gerd Fischer (Hg.): Mathematische Modelle. Bildband, Braunschweig/Wiesbaden 1986, S. IX.

8 Zit. nach Fischer 1986, S. X.

9 Felix Klein: Anschauliche Geometrie, in: Felix Klein: Gesammelte mathematische Abhandlungen, 3 Bde., Hg. von R. Fricke und H. Vermeil, Bd. 2, Berlin 1922, S. 4.

Abb. 1
Waldemar Schöbe:
Triakisoktaeder, 1931,
MNF-Ma-AA18i



Waldemar Schöbe

Dual-Archimedische oder auch Catalanische Körper, 1931

Daniel Aguila Bonow

Die Jahre in den Kellerräumen haben an den Pappmodellen (Abb. 1) der insgesamt dreizehn Catalanischen Körpern ihre Spuren hinterlassen, weshalb die Buchrestauratorin der Universitätsbibliothek Tübingen sich der fragilen Polyeder annehmen musste.¹ Neben den anderen Objekten in den Vitrinen der mathematischen Modellsammlung wirken diese Körper vor allem durch ihre Schlichtheit. Ihre ästhetische Wirkung entfalten die Modelle durch ihre Symmetrie und die damit einhergehende Stabilität.

Polyeder üben schon lange einen besonderen Reiz auf die Menschen aus. Auch Künstler erkannten deren ästhetischen Reiz und gaben diesen Körpern in ihren Werken Raum. So setzte Albrecht Dürer (1471–1528) in seinem berühmten Meisterstich „Melencolia I“ (Abb. 2) von 1514 ein solches Modell mit vieldeutigen Anspielungen und Bezügen ins Bild, welche die Kunstgeschichte zu immer neuen Interpretationen anregte. Die charakteristischen Formen der Körper inspirierten neben der Kunst auch die Architektur, wie etwa das New Yorker Büro Axis Mundis zu deren

Wohnhaus auf den Klippen der New Jersey Palisaden mit direktem Blick auf die Skyline.² Selbst in der Natur lassen sich diese Strukturen finden, wie etwa bei Kristallen (Abb. 3). Zur Gruppe der Catalanischen Körper zählt auch der Rhombendodekaeder mit seinen kubischen Formen. Diese charakteristische Kristallform findet sich bei den Mineralien der Granatgruppe und wird deshalb auch Granatoeder genannt. Diese Form bildete sich auch als Astronauten der „Challenger“ 1983 auf Wunsch zweier Schüler im schwerelosen Raum eine Schneeflocke kristallisieren ließen.³ Ein solcher Granatoeder oder Rhombendodekaeder findet sich in Form eines Modells auch in der Tübinger Sammlung.⁴

Die Catalanischen Körper sind jeweils konvexe Polyeder, sie werden auch dual-archimedische Körper genannt. Ihre Ecken unterscheiden sich jedoch, da die Dualität besagt, dass an einer Seite eines Archimedischen Körpers die Ecke eines Catalanischen Körpers entsteht. Der Rhombendodekaeder (Abb. 11) beispielsweise ist ein Catalanischer Körper, der dual zum Kubooktaeder ist. Im Unterschied zu den „richtigen“ Archimedischen Körpern bestehen die Catalanischen Kör-

Abb. 2
Albrecht Dürer:
Melencolia I, 1514,
Kupferstich



Abb. 3:
Andradit-Einkristall in der
Form eines Rhombendode-
kaeders





Abb. 4
Waldemar Schöbe:
Hexakisikosaeder, 1931,
MNF-Ma-AA23i

per aus Flächenarten, nämlich aus identischen Rauten oder auch Rhomben genannt, Dreiecken, Drachenvierecken oder auch unregelmäßigen Fünfecken. Alle vorhandenen Flächen sind zueinander kongruent; bei den Seitenflächen handelt es sich um nichtregelmäßige Vielecke. Eine charakteristische Eigenschaft der Catalanischen Körper ist die Uniformität ihrer Flächen, diese Eigenschaft ist die Folge der Einförmigkeit der Ecken für Archimedische Körper. Alle dreizehn Catalanischen Körpern (Abb. 1 und 4 –15) vereint, dass sie eine Inkugel aufweisen, die sämtliche Flächen von innen berührt. Zudem existiert eine Kantenkugel, die sämtliche Kanten von der Innenseite her berührt.⁵

Benannt wurden die Catalanischen Körper nach dem belgischen Mathematiker Eugène Charles Catalan, der sie als erstes im Jahr 1865 beschrieb. Catalan wurde 1814 in Belgien geboren. Seine mathematische Ausbildung erhielt er seit 1825 an der École Polytechnique in Paris. Dort verlieh man ihm 1835 ein Diplôme de Polytechnique. Seit 1838 unterrichtete er als Dozent der Mathematik an der École Polytechnique die Deskriptive Geometrie.⁶ Für jenen Bereich waren Modelle, wie sie

die Tübinger Sammlung zeigt, grundlegend. Bei den hier gezeigten farbigen Modellen aus Pappe (Abb. 4) handelt es sich um Papiermodelle, die – nach dem Eintrag des Inventars aus dem Jahr 1933: „hergestellt von Dr. W. Schöbe (1931).“⁷

Sehr wahrscheinlich handelt es sich hier um Waldemar Schöbe (1906–1981). Zunächst war er als Gasthörer an der Universität Tübingen eingeschrieben.⁸ Von 1930 bis 1935 arbeitete er als wissenschaftlicher Assistent bei Professor Konrad Knopp (1882–1957) in Tübingen.⁹ Er studierte in Halle, Göttingen und Tübingen Mathematik. Seine Dissertation schrieb er 1930 in Halle.¹⁰ Seit April 1935 arbeitete er als Versicherungsmathematiker bei der Allianz-Versicherungs-AG in Stuttgart. Diese Stelle erhielt der „treffliche junge Mann“, der einmal in der Woche „Mittags-gast“ im Hause Brill war, durch Vermittlung von Alex Brill, dem Sohn Alexander von Brill.¹¹ Parallel dazu arbeitete er auch als wissenschaftlicher Assistent am Institut für Praktische Mathematik an der TH Darmstadt, wo er sich 1950 habilitierte. In späteren Jahren lehrte er an der Universität in München.

Abb. 5
Waldemar Schöbe:
Triakistetraeder, 1931,
MNF-Ma-AA17i



Modelle, wie die Catalanischen Körper, dienten den Studenten der Mathematik, ihr räumliches Vorstellungsvermögen zu schulen; Auf diese Weise konnten die Studierenden nicht nur schnell und sicher Lernen die Begriffe Ecke, Kante und Fläche herzuleiten und zu definieren, sondern auch die Anzahl der Ecken und der Kanten sowie eines Raumwinkels oder eines Eckengrads bestimmen. Schulung und Studium über Jahre hinweg hinterließ an den Modellen Spuren, die sich auf den Oberflächen der Objekte einschrieb und wiederholte Reparaturen und Restaurierungen erforderlich machten.

Abb. 6
Waldemar Schöbe,
Tetrakishexaeder, 1931,
MNF-Ma-AA20i



1 Die Buchrestauratorin Rachel Dipper und ihr Auszubildender Lukas Bott von der Universitätsbibliothek Tübingen haben wertvolle Hilfe bei der Modell-Restaurierung geleistet. Zudem bemerkten sie, dass einer der Archimedischen Körper falsch zusammengeklebt war, weshalb Herr Bott ergänzend ein zweites, korrektes Modell gebaut hat.

2 <http://axismundi.com/polyhedra-house/> (09.12.2017).

3 Koji Miyazaki: Polyeder und der Kosmos. Spuren einer mehrdimensionalen Welt, Braunschweig et al. 1987, S. 98.

4 <http://deacademic.com/dic.nsf/dewiki/240881> (09.12.17).

5 Hans-Joachim Gorski, Susanne Müller-Philipp: Polyeder, in: Leitfaden Geometrie, Wiesbaden 2014, S. 59–62.

6 <http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/history/Biographies/Catalan.html> (09.12.2017).

7 Inventar des Mathematischen Seminars der Universität Tübingen, 1933, S. 8–9.

8 Universitätsarchiv Tübingen UAT, Signatur: S 578/1684.

9 Deutsche Mathematiker-Vereinigung: <https://archive.is/jNnX1> (15.12.2017).

10 Waldemar Schöbe: Beiträge zur Funktionentheorie in nichtarchimedisch bewerteten Körpern, Univ. Diss. Münster i. W. 1930.

11 Brill: Aus meinem Leben, Bd. 3, S. 98.



Abb. 7
Waldemar Schöbe:
Pentakis dodekaeder, 1931,
MNF-Ma-AA21i



Abb. 9
Waldemar Schöbe:
Hexakisikosaeder, 1931,
MNF-Ma-AA23i



Abb. 8
Waldemar Schöbe:
Hexakisoktaeder, 1931,
MNF-Ma-AA22i



Abb. 10
Waldemar Schöbe:
Deltoidalikositetraeder,
1931,
MNF-Ma-AA24i

Abb. 11
Waldemar Schöbe:
Rhombendodekaeder, 1931,
MNF-Ma-AA25i



Abb. 13
Waldemar Schöbe:
Pentagonhexakontaeder,
1931,
MNF-Ma-AA27i

Abb. 12
Waldemar Schöbe:
Rhombentriakontaeder,
1931,
MNF-Ma-AA26i



Abb. 14
Waldemar Schöbe:
Pentagonikositetraeder,
1931,
MNF-Ma-AA28i

Abb. 15
Waldemar Schöbe:
Pentagonhexakontaeder,
1931,
MNF-Ma-AA29i



Abb. 1
Unbekannter Autor:
Windschiefes Drahtvier-
eck zur Herstellung einer
Minimalfläche in einem
Becherglas, um 1933,
MNF-Ma-AF29



Unbekannter Autor Drahtgestell zur Darstellung von Minimalflächen mittels Seifenlösung, um 1933

Rebecca Rapp

Seifenblasen – das war einer der ersten Gedanken zu diesem mathematischen Modell (Abb. 1). In der Tat weist dieses Objekt viele Gemeinsamkeiten mit einem Pustestäbchen auf, an dem eben eine Seifenblase geplatzt ist. Leider fehlt zu diesem Modell im Inventar aus dem Jahr 1933 jede Angabe in Bezug auf Autor und Datierung.¹ Allein das Fehlen einer älteren Inventarnummer zeigt, dass dieses Stück nicht aus der Ära von Alexander von Brill stammt.² Das Modell steht inhaltlich einer Serie von Drahtgestellen (Abb. 2–3) des Darmstädter Verlages Ludwig Brill nahe, die im Katalog des Jahres 1885 als „Zehnte Serie“ unter dem Gliederungspunkt „Drahtgestelle zur Darstellung von Minimalflächen mittelst Seifenlösung“ (Abb. 4) aufgeführt sind.³ Insgesamt elf Gestelle werden hier zum Preis von zwölf Mark angeboten. Sie wurden unter der Leitung von Alexander von Brill sowie zwei Modellen von Dr. O. Staude⁴ angefertigt. Im Münchner Catalog der Modellsammlung des Mathematischen Instituts werden die ersten fünf Objekte als zum Inventar des Polytechnikums gehörig geführt, die ver-

bleibenden als im Besitz von Alexander von Brill vermerkt.⁵ Diese zehnte Modell-Serie zur Darstellung von Minimalflächen findet sich im Tübinger Inventar aus dem Jahr 1933 mit der Inventarnummer „Af 30“ und mit der älteren aus Brills Zeit stammenden Nummer „A 1“ bezeichnet.⁶ Die Nummer A1 lässt sich auch im persönlichen Sammelband von Alexander von Brill nachweisen, wo sie als handschriftlicher Eintrag im Darmstädter Modellkatalog aus dem Jahr 1885 enthalten ist.⁷ Zur Entstehung in München äußerte sich Alexander von Brill in seinen Tagebüchern im Jahr 1876: „Auch lasse ich durch meinen Schwager August [Schleiermacher] eben die Plateau’schen Versuche nachmachen. Die Minimalflächen werden durch Seifenblasen-Häutchen zwischen Drahtgestellen hergestellt, welche Letztere mein Schwager in ziemlicher Zahl gebogen hat.“⁸ Zur Herstellung der Seifenlauge hat sich eine handschriftliche Anleitungen von August Schleiermacher (Abb. 5) aus der Münchner Zeit um 1880 erhalten. Brill empfiehlt in seiner Anleitung (Abb. 6), dass man die Drahtgestelle bei nicht zu niedriger Temperatur des Raumes in eine Mischung von Seifenwasser und Glycerin taucht. So span-

Abb. 2
Minimal Surface in Two
Parts, Geometric Model,
Brill-Serie 10, Nr. 1a, Na-
tional Museum of Natural
History, Smithsonian Institu-
tion (NMNH), collections id
number 1985.0112.106



nen sich zwischen den Kanten der Gestelle Häute ein, welche die Form von Minimalflächen annehmen – nur wenn ein Raumteil von Flächen auf allen Seiten begrenzt wird, sind dies auch wirklich Flächen von konstanter mittlerer Krümmung.⁹ Obgleich die zehnte Serie und deren Rubik zur „Darstellung von Minimalflächen“ des Ludwig-Brill-Verlages aus zwölf Drahtgestellen bestand, wurde sie im Tübinger Inventar aus dem Jahr 1933 unter einer Inventarnummer zusammengefasst.¹⁰ Ob die Konstruktionen über die Jahre verloren oder kaputt gingen, ist unklar. In der heutigen Sammlung sind sie nicht mehr nachweisbar.

Beschrieben und untersucht hat solche Drahtgestelle zur Erzeugung von Minimalflächen aus Seifenwasserlamellen der belgische Physiker Joseph Antoine Ferdinand Plateau (1801–1883, Abb. 7).¹¹ Er war ab 1835 Professor für Physik an der Universität Gent. Dort beschäftigte er sich mit Physiologischer Optik und molekularen Kräften. Infolge von Experimenten, bei denen er zu lange in die Sonne blickte, erblindete Plateau 1829 beziehungsweise 1843. Er setzte seine Arbeiten mit Hilfe seiner Frau, seines Sohns und seines

Schwiegersohns fort. Für seine Verdienste um die Wissenschaft – „eminent for his Researches on Physiological Optics, and on the Figures of Equilibrium of liquid Masses withdrawn from the Action of Gravity“ – wurde er am 24. November 1870 zum Mitglied der Royal Society gewählt.¹² Die hergestellten Flüssigkeitshäute waren dabei sehr vergänglich. Am vorliegenden Modell wurden sie durch eine Folie ersetzt, um eine größere Haltbarkeit zu erzielen. Doch auch diese Folie ist heute zerrissen. Zu Brills Zeit hatte man derartige Defekte einkalkuliert, weshalb man den fragilen Modellen auch stets eine Anweisung zur Herstellung einer Seifenlösung beilegte. Für alle, die eine derartige Minimalfläche herstellen wollen, gab es eine äußerst aufwendige Gebrauchsanweisung: „Bei mässiger Wärme löse man einen Gewichtstheil fein zertheilter Marseiller (Venetianer oder Olivenöl-)Seife in 40 Gewichtstheilen destillirten Wassers auf, lasse diese Lösung erkalten, filtrire sie durch feinporiges Löschpapier, menge in 3 Voll. dieser Flüssigkeit 1 Vol. chemisch reinen Glycerins, filtrire nach 24 Stunden wieder und setze dann noch 1 Vol. Glycerin zu. Die etwa sich ansammelnde trübe obere Schicht beseitigt man

Abb. 3
Minimal Surface, Geometric
Model, Brill-Serie 10, Nr. 1c,
National Museum of Natu-
ral History, Smithsonian In-
stitution (NMNH), collections
id number 1985.0112.108

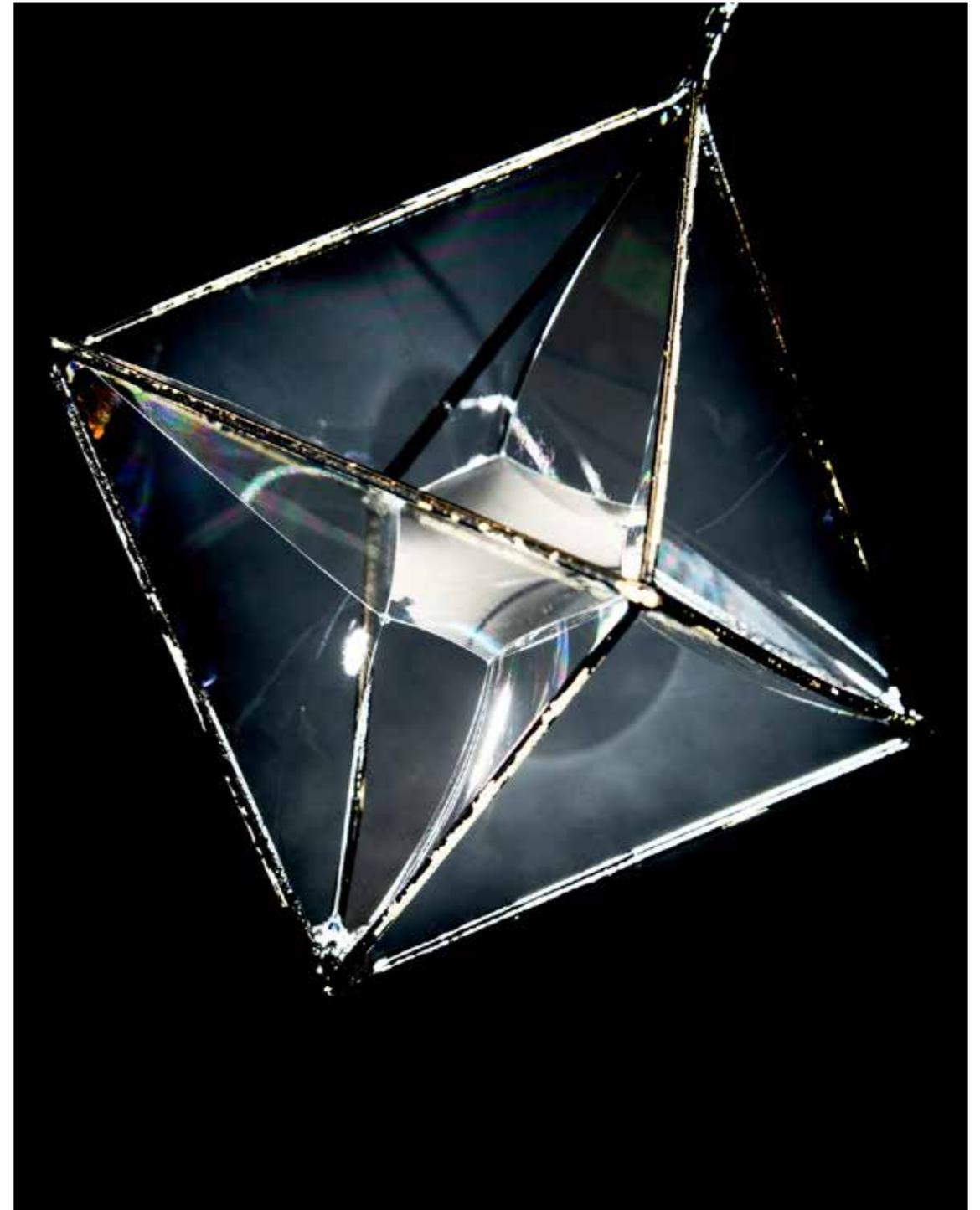


Abb. 4
Zehnte Serie, Nr. 1, aus:
Ludwig Brill:
Catalog mathematischer
Modelle, Darmstadt
1885, S. 21

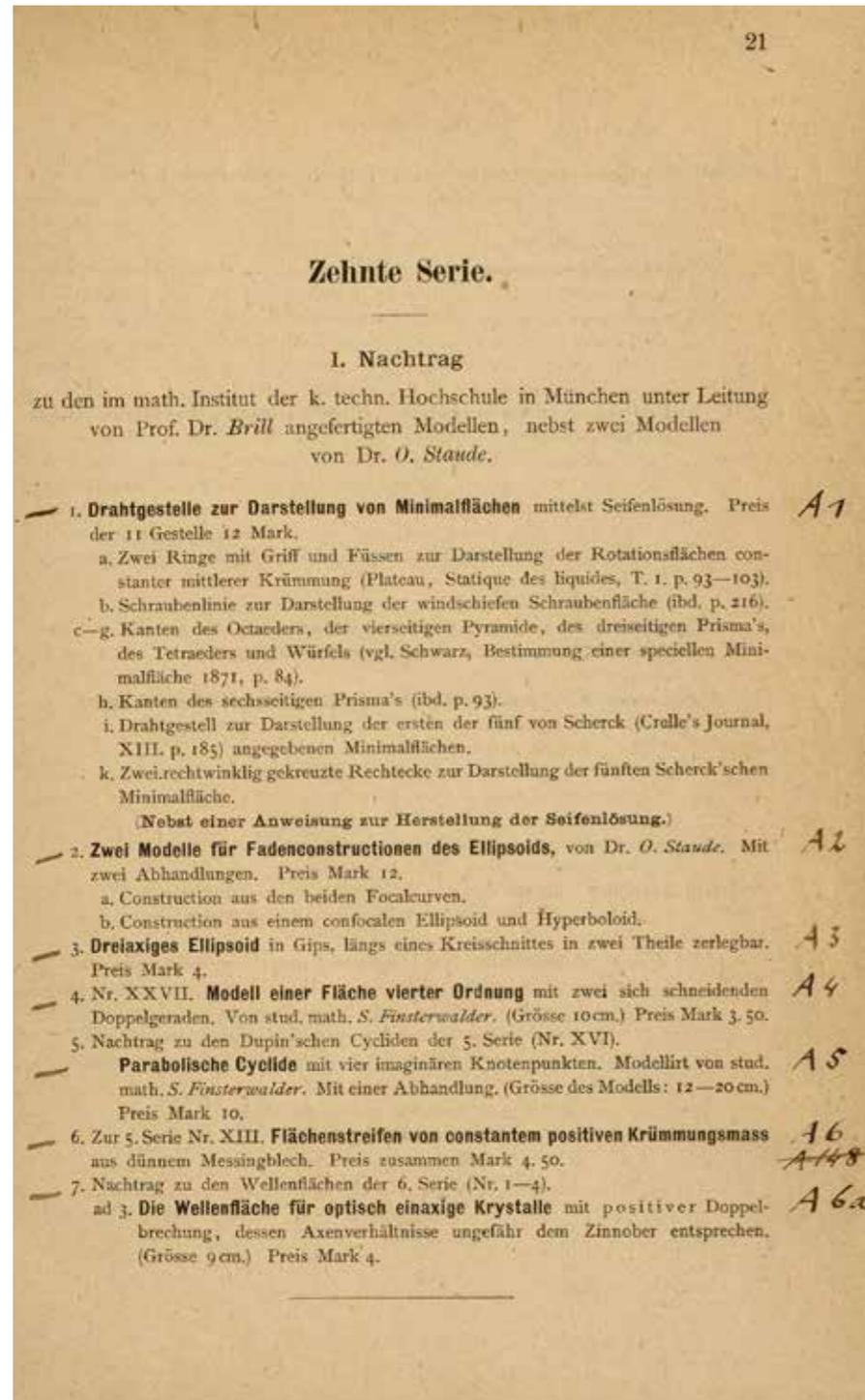


Abb. 5
August Schlieiermacher:
Bereitung einer Seifenlösung für Minimalflächen,
in: Modell-Sammlung des
Mathematischen Instituts
[München], Abteilung b,
vor 1882 bis 1934, S. 11

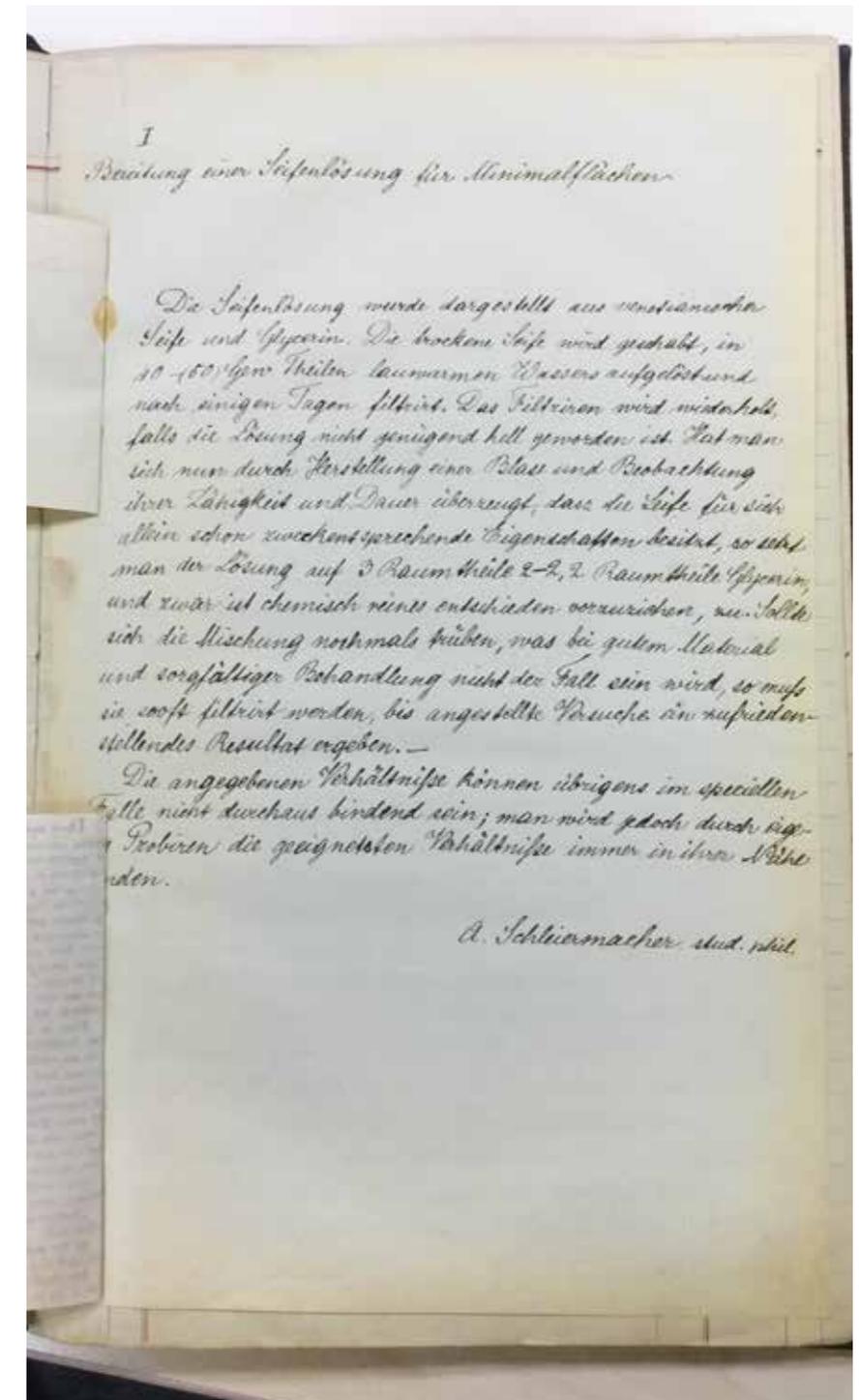


Abb. 6
Anweisung zur Herstellung
einer Seifenlösung, in:
Alexander von Brill:
[Sammelband], o. J., S. 183

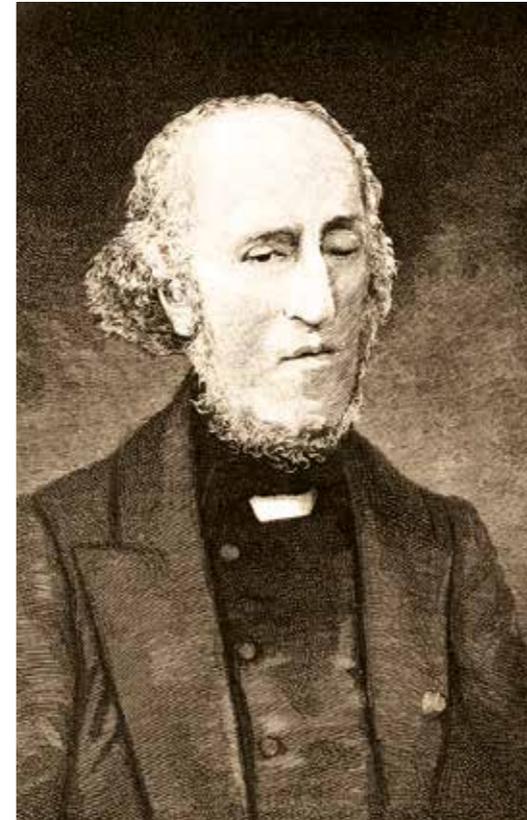
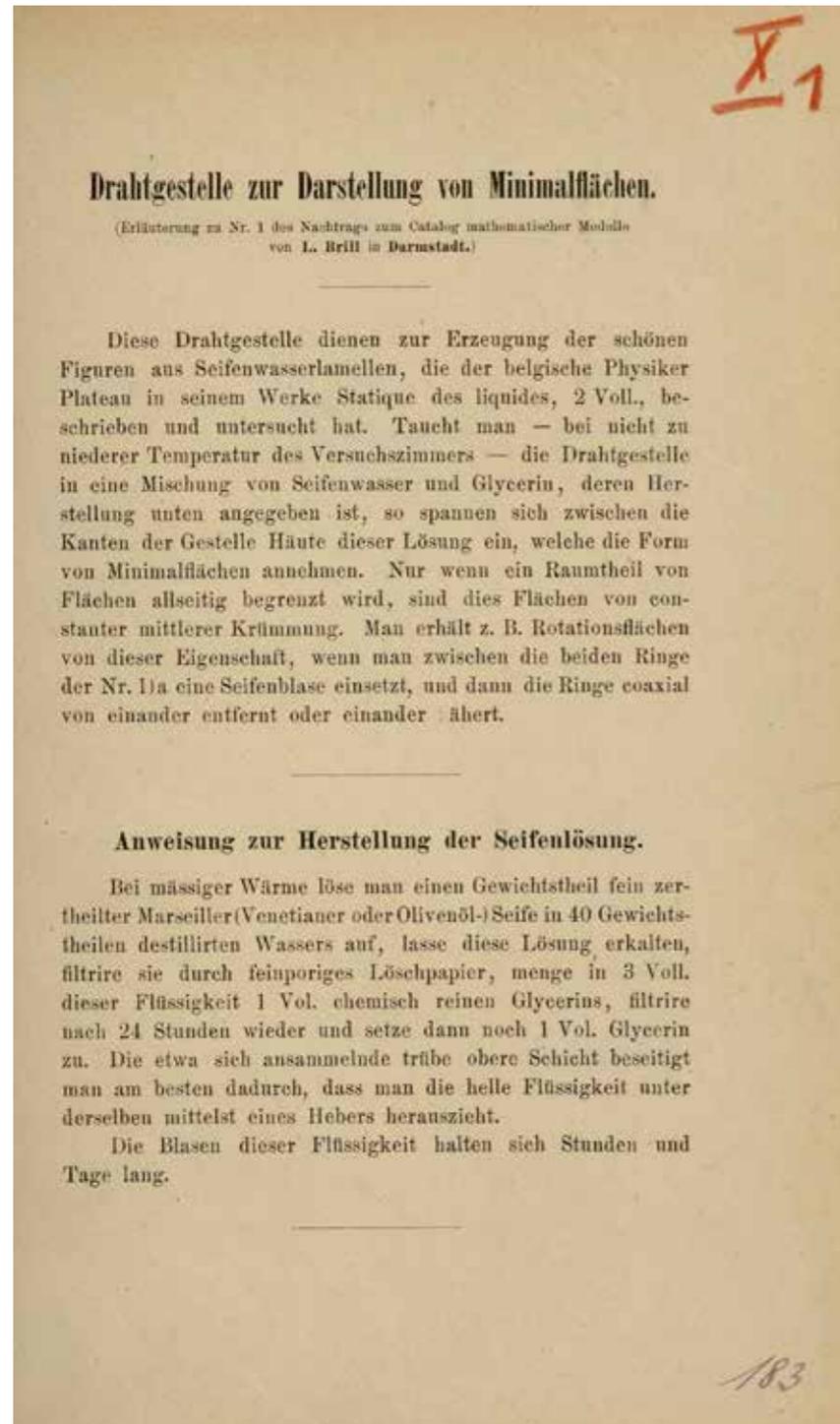


Abb. 7
Unbekannter Künstler:
Joseph Antoine Ferdinand
Plateau, vor 1890, aus:
Popular Science Monthly,
Bd. 36, 1890, vor S. 577

am besten dadurch, dass man die helle Flüssigkeit unten derselben mittelst eines Hebers herauszieht. Die Blasen dieser Flüssigkeit halten sich Stunden und Tage lang.¹³

So bietet das Modell – wenn es auch beschädigt ist – einen fast spielerischen Zugang zur komplexen Mathematik der Differentialgeometrie. Durch seine Gestalt ähnlich einem Pustering fasziniert es sowohl Mathematiker als auch Laien. Es spricht das Kind im Betrachter an und lädt dazu ein auszuprobieren, die eigenen Seifenblasen – Minimalflächen – herzustellen.

1 Inventar des Mathematischen Seminars der Universität Tübingen, 1933, S. 52–53.

2 Zu den Inventaren siehe den Beitrag von Edgar Bierende in diesem Band.

3 Ludwig Brill: *Catalog mathematischer Modelle* [...], Darmstadt 1885, S. 21, 2. Teil, S. 46, in: Alexander von Brill: *Mathematische Modelle*, o. J. [Sammelband], Fachbibliothek Mathematik und Physik, Bereich Mathematik, Inventarnummer: 100/3. Online: <http://idb.ub.uni-tuebingen.de/diglit/BRILL> (30.03.2018).

4 Ludwig Brill: *Catalog mathematischer Modelle* [...], Darmstadt 1888, 1. Teil, S. 21.

5 Modell-Sammlung des Mathematischen Instituts [in München], Abteilung b, *Anwendung der Differentialrechnung auf Geometrie*, begonnen vor 1882 bis 1934 [heute: TU München, Garching, M10], S. 11.

6 Inventar 1933, S. 52–53.

7 L. Brill 1885, S. 21, in: Alexander von Brill: *Mathematische Modelle*, o. J. [Sammelband], Fachbibliothek Mathematik und Physik, Bereich Mathematik, Inventarnummer: 100/3.

8 Brill: *Aus meinem Leben*, Bd. 1, S. 41c, 11. VIII. 1876.

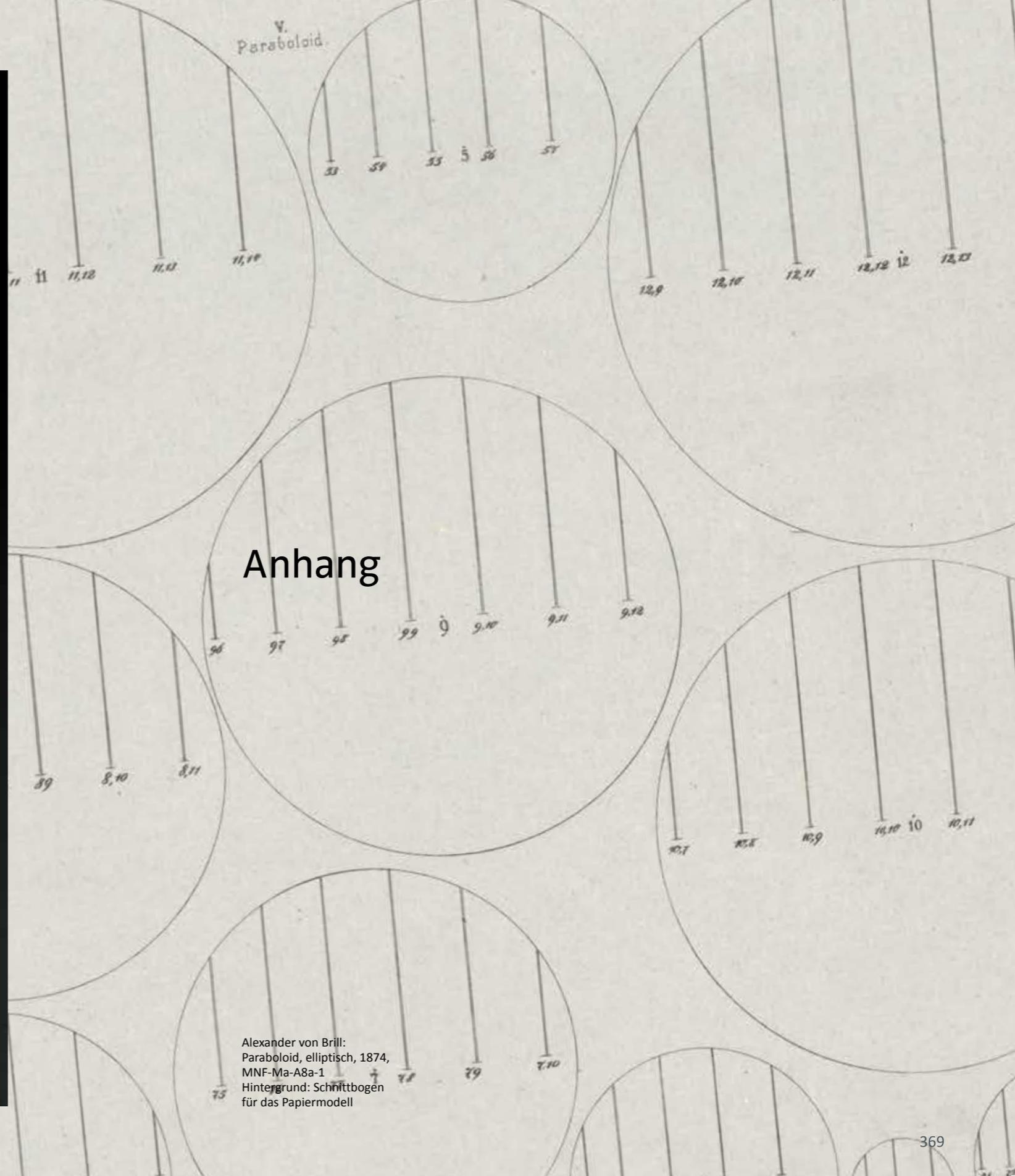
9 [Alexander von Brill]: *Drahtgestelle zur Darstellung von Minimalflächen*, [und] *Anweisungen zur Herstellung der Seifenlösung*, in: Alexander von Brill: *Mathematische Modelle*, o. J. [Sammelband], S. 183, Fachbibliothek Mathematik und Physik, Bereich Mathematik, Inventarnummer: 100/3.

10 Inventar des Mathematischen Seminars der Universität Tübingen, 1933, S. 52–53. Inventarnummer: Af 30.

11 Joseph Antoine Ferdinand Plateau: *Statique expérimentale et théorique des liquides soumis aux seules forces moléculaires*, Paris 1873, 2 Bde.

12 Plateau im Mitgliederverzeichnis der Royal Society: <https://collections.royalsociety.org/Dserve.exe?dsqIn=D-serve.ini&dsqApp=Archive&dsqDb=Persons&dsqSearch=Code=%27NA6531%27&dsqCmd>Show.tcl> (25.11.2017).

13 Brill, *Drahtgestelle*, S. 183; <http://idb.ub.uni-tuebingen.de/diglit/BRILL/0191> (24.03.2018).



Anhang

Alexander von Brill:
Paraboloid, elliptisch, 1874,
MNF-Ma-A8a-1
Hintergrund: Schnittbogen
für das Papiermodell



Quellen

In das Quellenverzeichnis wurden Archivalien, Inventare und sogenannte graue Literatur, aber auch Publikationen aus der Zeit von Alexander von Brill und davor aufgenommen.

Alberti, Leon Battista: Della Pittura – Über die Malkunst, Hg. von Oskar Bätschmann und Sandra Gianfreda, Darmstadt 2002

Albrecht, Eugen: Anleitung zum Gebrauche des Hüfner'schen Spectrophotometers in seiner neuen, verbesserten Form, Tübingen 1892

Albrecht, Eugen: Ehrenpromotionsvorgang (1920–1921), Universitätsarchiv Tübingen UAT, Signatur: 125/83,10

Albrecht, Eugen: Ehrendoktordiplom, Universitätsarchiv Tübingen UAT, Signatur: 132/52-1920,4

[Über Albrecht, Eugen], in: Schwäbische Chronik, Nr. 524, 8.11.1912

[Über Albrecht, Eugen], in: Tübinger Chronik, 13.11.1922

Bacharach, Isaak: Die Rotationsfläche der Traktrix mit geodätischen und Haupttangenten-Curven, S. 1–4, in: Alexander von Brill: Mathematische Modelle, o. J. [Sammelband], Fachbibliothek Mathematik und Physik, Bereich Mathematik, Inventarnummer: 100/3

Barré de Saint-Venant, Adhémar Jean Claude: Mémoire sur le calcul de la résistance et de la flexion des pièces solides à simple ou à double courbure, en prenant simultanément en considération les divers efforts auxquelles elles peuvent être sou, in: Comptes rendus de l'Académie des Sciences, Bd. XVII, 1843

Bible moralisée, Paris, 1225–1249, ÖNB, Signatur: Cod. 2554; <http://data.onb.ac.at/rec/AC14451079>

Bohnenberger, Johann Gottlieb Friedrich: Anleitung zur geographischen Ortsbestimmung. Vorzüglich vermittelt des Spiegelsextanten, Göttingen 1795

Braunmühl, Anton von: Über geodätische Linien auf Rotationsflächen und jene Einhüllenden derselben, welche von allen durch einen Punkt gehenden kürzesten Linien gebildet werden, Phil. Diss. München 1878

Braunmühl, Anton von: Historische Studie über die organische Erzeugung ebener Curven von den ältesten Zeiten bis zum Ende des achtzehnten Jahrhunderts, in: Walther von Dyck: Katalog mathematischer und mathematisch-physikalischer Modelle, Apparate und Instrumente, München 1892

Brill, Alexander von: Aus meinem Leben, 3 Bde. (Bd. 1–2, Transkription in Typoskript durch Justine Panck im Auftrag von Alexander von Brill), Tübingen 1887–1928, Technische Universität München TUM, Archiv, Handapparat KS 56 Alexander Brill, Nr. A 99.2017

Brill, Alexander von et al.: Rudolf Friedrich Alfred Clebsch. Versuch einer Darlegung und Würdigung seiner wissenschaftlichen Leistungen von einigen seiner Freunde, in: Mathematische Annalen, Bd. 7, Heft 1, 1874

Brill, Alexander von: Alexander von Brill an Karl Weierstraß, München, am 12. April 1883. Geheimes Staatsarchiv Preußischer Kulturbesitz, Berlin, Signatur: GStA PK, VI. HA Familienarchive und Nachlässe, NI Weierstraß, Nr. 2

Brill, Alexander von: Prospectus [des Verlages L. Brill]. Modelle von Flächen zweiter Ordnung construirt nach Angaben von Dr. A. Brill, ord. Professor an der kgl. Techn. Hochschule zu München, Darmstadt 1884 [Umfang ein Blatt mit zwei Seiten ohne Seitenzählung]

Brill, Alexander von: Modelle von Flächen zweiter Ordnung construirt nach Angaben von Dr. A. Brill, ord. Professor an der kgl. Techn. Hochschule zu München, Darmstadt 1884, in: Ludwig Brill: Catalog mathematischer Modelle [...], Darmstadt 1885, in: Alexander von Brill: Mathematische Modelle, o. J. [Sammelband], Fachbibliothek Mathematik und Physik, Bereich Mathematik, Inventarnummer: 100/3

Brill, Alexander von: Über die Modellsammlung des mathematischen Seminars der Universität Tübingen [Vortrag gehalten 1886], in: Mathematisch-naturwissenschaftliche Mitteilungen, Hg. v. Otto Böklen, Bd. 2, 1887–1888, Tübingen 1889

Brill, Alexander von: Ueber algebraische Correspondenzen, in: Mathematische Annalen, Bd. 31, Heft 4, Leipzig 1888

Brill, Alexander von: Das mathematisch-physikalische Seminar, in: Die unter der Regierung seiner Majestät des Königs Karl an der Universität Tübingen errichteten und erweiterten Institute der Naturwissenschaftlichen und der Medizinischen Fakultät, Sonderabdruck, Tübingen 1889

Brill, Alexander von; Max Noether: Die Entwicklung der Theorie der algebraischen Functionen in älterer und neuerer Zeit, in: Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung, 3. Bd. (1892–1893), 1894

Brill, Alexander von: Zur Einleitung der Eulerfeier, in: Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung in Monatsheften, 1907, Bd. 16

Brill, Alexander von, Brief vom 28. Juni 1915 an das Universitäts-Kassenamt, Universitätsarchiv Tübingen UAT, Signatur: 815/12

Brill, Alexander von: Das Relativitätsprinzip: eine Einführung in die Theorie, Leipzig 1912, ²1914, ³1918, ⁴1920

Brill, Alexander von: Ueber Kepler's Astronomia nova. Ein Vortrag gehalten in der Dienstagsgesellschaft (Tübinger Naturwissenschaftliche Abhandlungen, Heft 13), Stuttgart 1930

Brill, A. [Alexander von]: Aus meinem Leben, 3 Bde. (Bd. 3: Transkription in Typoskript durch den Sohn Alexanders von Brill, Alex [Alexander] Brill), Berlin Jahreswende 1940/41, Technische Universität München TUM, Archiv, Handapparat KS 56 Alexander Brill, Nr. A 99.2017

Brill, Alexander von: Mathematische Modelle, o. J. [Sammelband], Fachbibliothek Mathematik und Physik, Bereich Mathematik, Inventarnummer: 100/3. Online: <http://idb.ub.uni-tuebingen.de/diglit/BRILL>

[Brill, Alexander von]: Drahtgestelle zur Darstellung von Minimalflächen [und] Anweisung zur Herstellung der Seifenlösung, in: Alexander von Brill: Mathematische Modelle, o. J. [Sammelband], S. 183, Fachbibliothek Mathematik und Physik, Bereich Mathematik, Inventarnummer: 100/3

Brill, Ludwig: [Werbeanzeige], in: American Journal of Mathematics, 1887, Bd. 9, Nr. 3; 1890, Bd. 12, Nr. 3; 1890, Bd. 12, Nr. 4; 1891, Bd. 13, Nr. 4; 1892, Bd. 12, Nr. 4; 1892, Bd. 14, Nr. 4; 1893, Bd. 15, Nr. 14

Brill, Ludwig: [Werbeanzeige], in: Archiv der Mathematik und Physik, Bd. 61, 1877

Brill, Ludwig: [Werbeanzeige], in: Mathematische Annalen, Bd. 12, Heft 1 und Heft 2, 1877

Brill, Ludwig: [Werbeanzeige], in: Mathematische Annalen, Bd. 12, Heft 4, 1877

Brill, Ludwig: [Werbeanzeige], in: Mathematische Annalen, Bd. 13, Heft 4, 1878

Brill, Ludwig: [Werbeanzeige], in: Mathematische Annalen, Bd. 14., Heft 3 und Heft 1, 1879

Brill, Ludwig: [Werbeanzeige], in: Mathematische Annalen, Bd. 15, Heft 3 und Heft 4, 1879

Brill, Ludwig: [Werbeanzeige], in: Mathematische Annalen, Bd. 18, Heft 3, 1881

Brill, Ludwig: Catalog mathematischer Modelle [...], Darmstadt 1881

Brill, Ludwig: [Werbeanzeige], in: Mathematische Annalen, Bd. 28, Heft 3, 1886

Brill, Ludwig: [Werbeanzeige], in: Mathematische Annalen, Bd. 28, Heft 3, 1887

Brill, Ludwig: [Werbeanzeige], in: Mathematische Annalen, Bd. 46, Heft 3, 1895

L.[udwig] Brill in Darmstadt (Grossherzogthum Hessen), in: Gesamt-Verlags-Katalog des Deutschen Buchhandels: ein Bild deutscher Geistesarbeit und Cultur, Buch- und Kunst-Katalog, Münster 1881, Bd. 3

Brill, Ludwig: Catalog mathematischer Modelle [...], Darmstadt ³1885, in: Alexander von Brill: Mathematische Modelle, o. J. [Sammelband], Fachbibliothek Mathematik und Physik, Bereich Mathematik, Inventarnummer: 100/3. Online: <http://idb.ub.uni-tuebingen.de/diglit/BRILL>

Brill, Ludwig: Catalog mathematischer Modelle für den höheren mathematischen Unterricht, Darmstadt ⁴1888

Brückner, Max: Vielecke und Vielfache. Theorie und Geschichte, Leipzig 1900

Catalogue des Modèles Géométriques des plans-reliefs et des planches [...] construits par Ch. Muret, Paris 1890

Catalogue of the special loan collection of scientific apparatus at the South Kensington Museum, London 1876

Chirurgisch-Technisches Korrespondenz-Blatt für Chirurgie-Mechanik, Bd. 43, Nr. 49 vom 9.12.1922

Descartes, René: Discours De La Methode Pour bien conduire sa raison, & chercher la vérité dans les sciences. Plus La Dioptrique. Les Meteores. Et La Geometrie. Qui sont des essais de cete Methode, Leiden 1637

Deutsches Akademisches Jahrbuch: Vollständiges Verzeichnis sämmtlicher in Deutschland, Oesterreich, der Schweiz und den deutschen Provinzen Rußlands befindlichen Akademien der Wissenschaften, Universitäten und Technischen Hochschulen, ihrer Mitglieder, Lehrkräfte und Vorstände, Leipzig 1875

Diesel, Eugen: Diesel. Der Mensch – das Werk – das Schicksal, Hamburg 1937

Dorn, Walter: Studentenakte 1914–1923, Universitätsarchiv Tübingen UAT, Signatur: 258/3402

Dorn, Walter: Promotionsakte 1923/24 der Naturwissenschaftlichen Fakultät der Universität Tübingen von 1923, Universitätsarchiv Tübingen UAT, Signatur: 136/46

Dyck, Walther von: Katalog mathematischer und mathematisch-physikalischer Modelle, Apparate und Instrumente, München 1892, mit einem Nachtrag von 1893

Dyck, Walther von: Deutsche Unterrichts-Ausstellung in Chicago 1893. Special-Katalog der mathematischen Ausstellung, Gruppe X der Universitäts-Ausstellung, Berlin 1893

Dyck, Walther von: Einleitender Bericht über die Mathematische Ausstellung in München, in: Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung. 1892–93, Bd. 3, 1894

J. Ehrhard & Cie: [Werbeanzeige], in: Oesterreichischen Schul-Kalendar für das Jahr 1872, Jg. 3, Wien 1872

Festschrift zur fünfzigjährigen Gedenkfeier der am 28. Mai 1838 erfolgten Begründung des Realgymnasiums, Hg. Städtisches Realgymnasium mit Gymnasialklassen zu Düsseldorf, Düsseldorf 1888. <http://digital.ub.uni-duesseldorf.de/urn:nbn:de:hbz:061:1-476114>

Führer durch das Bayerische Nationalmuseum in München, München 1908

Geschäftlicher Bericht, in: Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung, 1894–95, Bd. 4, 1897

Gutzmer, August: Bericht über die Mathematiker-Versammlung zu Göttingen am 16., 17. und 18. April 1873, in: Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung, Bd. 10, Heft 1, Leipzig 1909

Herting, Gottlieb: Minimalfläche neunter Ordnung. Catenoid und Schraubenfläche. Modellirt von cand. math. G. Herting; München 1881, in: Alexander von Brill: Mathematische Modelle, o. J. [Sammelband], S. 89–95, Fachbibliothek Mathematik und Physik, Bereich Mathematik, Inventarnummer: 100/3.

Herting, Gottlieb: Über die gestaltlichen Verhältnisse de Flächen dritter Ordnung und ihrer parabolischen Kurven, Univ. Diss. München, publiziert in zwei Teilen, Augsburg 1887 und 1888; <http://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:hbz:061:1-468770> und <http://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:hbz:061:1-468786>

Industrie und Landwirtschaft Bayerns auf der internationalen Ausstellung zu Paris im Jahre 1867, München 1867

Inventar des Mathematischen Seminars der Universität Tübingen, 1933 [heute: Mathematische Sammlung Tübingen]

[Johann Eigel Sohn]: Vier Modelle zur Theorie der Linien-Complexe zweiten Grades. Ausgeführt (nach Angaben von Prof. Dr. F. Klein in München) von Joh. Eigel Sohn, Mechanische Werkstätte Cöln a. Rh., Leipzig o. J., [S.3], in: Alexander von Brill: Mathematische Modelle, o. J. [Sammelband], Fachbibliothek Mathematik und Physik, Bereich Mathematik, Inventarnummer: 100/3

Kassenamtsbücher der Mathematik, 1885/86 bis 1913/14, Universitätsarchiv Tübingen UAT, Signatur: 146/43,15 bis 146/43,34

Kepler, Johannes: [Prodromus Dissertationum Cosmographicarum, Continens Mysterium Cosmographicum, De Admirabili Proportionione Orbium Coelestium] Prodromus Dissertationvm Cosmographicarvm, Continens Mysterivm Cosmographicvm, De Admirabili Proportionione Orbivm Coelestivm: Deqve Cavis coelorum numeri, magnitudinis, motuumq̄ue periodicorum genuinis & proprijs / Demonstratvm, Per Qvinque regularia corpora Geometrica A ... Ioanne Keplero ..., Tübingen 1596

Kepler, Johannes: [Harmonice Mundi] Ioannis Keppleri Harmonices Mvndi Libri V. Qvorum Primus Geometricvs ... Secundus Architectonicvs, seu ex Geometria Figvrata ... Tertius propriè Harmonicvs ... Quartus Metaphysicvs, Psychologicvs & Astrologicvs ... Quintus Astronomicvs & Metaphysicvs ... Appendix ... [Figurenzeichner: Wilhelm Schickard], Linz 1619

Kepler, Johannes: Neue Astronomie. Übers. u. eingel. von Max Caspar, München [u.a.] 1929

Kepler, Johannes: Gesammelte Werke. Hg. im Auftrag der Deutschen Forschungsgemeinschaft und der Bayer. Akademie der Wissenschaften unter der Leitung von Walther von Dyck. Teil 1 bis 3, München 1937–1939

Kepler, Johannes: Mathematische Schriften, Hg. Franz Hammer, München 1955/2000

Klein, Felix; Plücker, Julius: Neue Geometrie des Raumes, gegründet auf die Betrachtung der geraden Linie als Raumelement, Leipzig 1869

Klein, Felix: Ueber Flächen dritter Ordnung, in: Mathematische Annalen, Bd. 6, 1873

Klein, Felix: in einem Schreiben, beiliegend in einem Brief von Alexander von Brill an Karl Weierstraß, München, am 12. April 1883. Geheimes Staatsarchiv Preußischer Kulturbesitz, Berlin, Signatur: GStA PK, VI. HA Familienarchive und Nachlässe, NI Weierstraß Nr. 2. In: S. Edoardo Confalonieri: Beiträge zur Geschichte der Mathematischen Werke von Karl Weierstraß, Teil II, online self ed., 2013

Klein, Felix: The Evanston Colloquium Lectures on Mathematics, New York 1894

Klein, Felix: Anschauliche Geometrie, in: Felix Klein gesammelte mathematische Abhandlungen, 3 Bde., Hg. von R. Fricke und H. Vermeil, Bd. 2, Berlin 1922

Klein, Felix: Nachlass Felix Klein: Brief von Karl Friedrich Rodenberg an Felix Klein. Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek, Göttingen; Signatur: Cod. Ms. F. Klein 11: 545–586

Klein, Felix; Ziwet, Alexander: Lectures on Mathematics, delivered from August 28 to September 9, 1893 before members of the Congress of Mathematicians, held in connection with the World's fair in Chicago, at Northwestern University, Evanston/Ill. Republished by the American Mathematical Society, New York 1911

Koller, Theodor (Hg.): Neueste Erfindungen und Erfahrungen auf den Gebieten der praktischen Technik, Bd. 1, Regensburg 1874

Kölmel, Friedrich, in den Tübinger Studentenakten: URL: www.ub-archiv.uni-tuebingen.de/w646/w646fram.htm

Kölmel, Friedrich: Studentenakte, Universitätsarchiv Tübingen UAT, Signatur: 40/116, 101

Kölmel, Friedrich: Die Grassmannsche Erzeugungsweise von ebenen Kurven dritter Ordnung, Univ. Diss. Tübingen 1886

Kreittmayr, Joseph: [Werbeanzeige], Münchener Anzeiger, Beilage zu „Neueste Nachrichten“, Nr. 288, Montag den 7. November 1853, S. 2279

Kreittmayr, Joseph: Erstes Verzeichniss der Gypsabgüsse, welche von den ausgezeichnetsten urweltlichen Thierresten der kgl. Palaeontologischen Museen in München und Stuttgart und des kgl. Universitäts-Kabinetes in Tübingen abgeformt wurden durch Joseph Kreittmayr, Formator in München, München 1862

[Über Kreittmayr, Joseph]: Industrie und Landwirthschaft Bayerns auf der internationalen Ausstellung zu Paris im Jahre 1867, München 1867, S. 28

[Über Kreittmayr, Joseph]: Amtsblatt des k. Staatsministeriums des Innern. Hg. v. k. Staatsministerium des Innern, 1872/73, I. Jg.

[Über Kreittmayr, Joseph]: Der Sammler. Belletristische Beilage zur „Augsburger Abendzeitung“, Sonnabend den 26. August 1876, Nr. 98

[Über Kreittmayr, Joseph]: Bayerisches Hauptstaatsarchiv, BayHStA, Innenministerium (MInn) 37548 (Laufzeit 1872–1879), BayHStA, Kultusministerium (MK) 14255 (Laufzeit 1874–1933)

Kreittmayr, Joseph: Bayerisches Hauptstaatsarchiv, BayHStA, Außenministerium Ordensakten (MA Ordensakten) 3647 (Laufzeit 1875); BayHStA, MA Ordensakten 7926 (1886); BayHStA, MA Ordensakten 9540 (Laufzeit 1870); BayHStA, Gesandtschaft Paris 1093 (Laufzeit 1886)

[Über Kreittmayr, Joseph]: Führer durch das Bayerische Nationalmuseum in München, München 1908

Kuen, Theodor: Catalog der Modell-Sammlung des mathematischen Instituts der k. technischen Hochschule [München], aufgestellt im Januar 1882 von Theodor Kuen und fortgeführt, berichtigt und ergänzt 1934 [heute: TU München, Garching, M10]

Hans-Jörg Künast: Ratdolt, Erhard, in: Otto zu Stolbger-Wernigerode (Hg.): Neue Deutsche Biographie, Bd. 21, 2003, S. 341–343

Landré, Corneille L.: Stereometrische hoofdstukken ter uitbreiding van de elementaire leerboeken, Amsterdam 1875

Lassar, Oscar: Katalog der Universitäts-Ausstellung, Deutsche Unterrichts-Ausstellung in Chicago 1893, Berlin 1893

Lehrmittel-Anstalt J. Ehrhard & Cie: Haupt-Katalog pädagogischer, sprachlicher, mathematischer, geographischer, geschichtlicher, naturgeschichtlicher, physikalischer, chemischer, landwirthschaftlicher und technologischer Lehr- und Veranschaulichungsmittel, Apparate, Instrumente, Geräthschaften, Präparate etc., Bensheim 1876

Lesemeister: [Werbeanzeige], in: Mathematische Annalen, Bd. 17, Heft 2, 1880

Mathematische Ausstellung bei Gelegenheit der Jahres-Versammlung der Deutschen Mathematiker-Vereinigung, abgehalten im September 1893 in den Räumen der K. Technischen Hochschule zu München, [o.O.] 1893 [Fotomappe: 1 Bl., 7 Tafeln in 1 Bd. Format quer-4°]

Mitglieder-Verzeichnis der Deutschen Mathematiker-Vereinigung nach dem Stande vom 1. Juni 1891 [...], in: Chronik der Deutschen Mathematiker-Vereinigung: Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung, Bd. 1, 1890–91

Modell-Sammlung des Mathematischen Instituts [in München], Abtheilung b, Anwendung der Differentialrechnung auf Geometrie, begonnen vor 1882 bis 1934 [heute: TU München, Garching, M10]

Monge, Gaspard: Géométrie descriptive. Leçons Données Aux Écoles Normales, L'An 3 De La Republique, Paris 1798/99

Monge, Gaspard: Géométrie descriptive. 5. éd., augmentée d'une Théorie des ombres et de la perspective, extraite des papiers de l'auteur, par Brisson, Paris 1827

Muret, Charles: Catalogue des Modèles Géométriques des plans-Reliefs et des planches [...] construits par Ch. Muret, Paris 1890

Muret, Collection: <http://patrimoine.hautsdefrance.fr/dossier/collection-muret/f8a8ae78-74fa-4dfb-beda-3365df7057edb>

Navier, Claude-Louis-Marie-Henri: Résumé des leçons données à l'École des ponts et chaussées sur l'application de la mécanique à l'établissement des constructions et des machines, Paris 1833–1838

Newton, Isaac: Enumeratio linearum tertii ordinis, in: Isaac Newton: Opticks or a Treatise of the Reflexions, Refractions, Inflexions and Colours of Light also two Treatises of the Species and Magnitude of Curvilinear Figures, London 1704. <http://doi.org/10.3931/e-rara-10834>

Pacioli, Luca: Divina proportione, Venedig 1509

Plateau, Joseph Antoine Ferdinand: Statique expérimentale et théorique des liquides soumis aux seules forces moléculaires, Paris 1873, 2 Bde.

Plateau, Joseph Antoine Ferdinand im Mitgliederverzeichnis der Royal Society vom 24. November 1870: URL: <https://collections.royalsociety.org/Dserve.exe?dsqIni=Dserve.ini&dsqApp=Archive&dsqDb=Persons&dsqSearch=Code==%27NA6531%27&dsqCmd=Show.tcl>

Plücker, Julius: System der analytischen Geometrie, auf neue Betrachtungsweisen gegründet und insbesondere eine ausführliche Theorie der Curven dritter Ordnung enthaltend, Berlin 1835

Poggendorff, Johann Christian: Biographisch-literarisches Handwörterbuch zur Geschichte der exacten Wissenschaften, Bd. 4, Leipzig 1883–1904, Teil 1

Protokoll-Buch des mathematisch-physikalischen Vereins [SS 1887 bis WS 1888/89], [Tübingen] 1887. Fachbibliothek Mathematik und Physik, Bereich Mathematik, Tübingen, Signatur: Ar 3 /2007

Reinhertz, Carl [u. a.] (Hg.): Zeitschrift für Vermessungswesen. Organ des Deutschen Geometersvereins, Heft 6, Bd. 34, 1905

Rodenberg, Karl Friedrich: Das Pentaeder der Flächen dritter Ordnung beim Auftreten von Singularitäten, Univ. Diss. Göttingen 1874

Rodenberg, Karl Friedrich: Zur Classification der Flächen 3. Ordnung (1877), in: Mathematische Annalen, Bd. 14, Heft 1, 1879

Rohn, Karl: Drei Modelle der Kummer'schen Fläche. Modellirt von stud. math. K. Rohn, München 1877, S. 29–31, in: Alexander von Brill: Mathematische Modelle, o. J. [Sammelband], Fachbibliothek Mathematik und Physik, Bereich Mathematik, Inventarnummer: 100/3

Rohn, Karl: Die geodätischen Linien auf dem Rotationsellipsoid. Modellirt von stud. math. K. Rohn, Darmstadt [o.J.], S. 21–24. in: Alexander von Brill: Mathematische Modelle, o. J. [Sammelband], Fachbibliothek Mathematik und Physik, Bereich Mathematik, Inventarnummer: 100/3

Rohn, Karl: Betrachtungen über die Kummer'sche Fläche und ihren Zusammenhang mit den hyperelliptischen Functionen $p = 2$, Univ. Diss. Phil. München 1878

Salomon, Gerhard: Über das Zerfallen von Systemen von Polynomen, in: Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung, Bd. 24, Heft 4/6, Leipzig 1915

Sandler, Christoph: Industrie-Lexicon von Rheinland-Westphalen, Leipzig 1875

Schilling, Martin: Catalog mathematischer Modelle für den höheren mathematischen Unterricht, Leipzig 1911

Schilling, Martin: Schreiben von Martin Schilling an Alexander von Brill, Leipzig, den 17. Juni 1915; siehe Universitätsarchiv Tübingen: UAT 815/12

[Über Schilling, Martin]: Verwaltungsakte zum Martin-Schilling-Verlag, Leipzig N24, Taubestr. 17, Aug. 1945–Nov. 1946, Stadtarchiv Leipzig, Signatur: StVuR, Nr. 9079

Schlömilch, Oskar [u. a.] (Hg.): Zeitschrift für Mathematik und Physik, Beilage: Literaturzeitung der Zeitschrift für Mathematik und Physik, 1866

Schooten, Frans van: Geometria / à Renato Des Cartes Anno 1637 Gallicè edita; nunc autem Cum Notis Florimondi De Beavne ... In linguam Latinam versa, & commentariis illustrata, Operâ atque studio Francisci à Schooten ..., Leiden 1649

Schöbe, Walter: Personalakte, Universitätsarchiv Tübingen UAT, Signatur: S 578/1684

Schöbe, Waldemar: Beiträge zur Funktionentheorie in nichtarchimedisch bewerteten Körpern, Univ. Diss. Münster i. W. 1930

Schönhardt, Erich: Alexander v. Brill, in: Theodor Vahlen (Hg): Deutsche Mathematik, Jg. 1, Nr. 1, Januar 1936

Schreiben des Ministeriums für Kirchen- und Schul-Wesen an den akademischen Senat in Tübingen, Stuttgart, den 24. November 1885, Universitätsarchiv Tübingen UAT, Signatur: 117/892

Seck, Friedrich (Hg.): Wilhelm Schickard. Briefwechsel, Bd. 1 (1616–1632), Stuttgart 2002

South Kensington Museum (Hg.): Catalogue of the Special Loan Collection of Scientific Apparatus at the South Kensington Museum, London 1877

Stöffler, Johannes: [Elucidatio fabricae ususque astrolabii] Elucidatio Fabricae Vvsq[ue] Astrolabii / A Ioanne Stoflerino Iustingensi viro Germano ... nuper Ingeniose co[n]cinnata atq[ue] in lucem edita, Oppenheim 1513

Stöffler, Johannes: [Elucidatio] Stoeffler's Elucidatio: the construction and use of the astrolabe (übers. und hg. von Alessandro Gunella und John Lamprey nach dem lat. Text, Paris 1553), Cheyenne/Wyo. 2007

Tesch, Carl: Archiv des KIT (Karlsruher Instituts für Technologie): Prüfungsakten, Bestandsnummer: 21015

Vogel, Peter: Schraubenfläche von constantem negativen Krümmungsmaß, München April 1880, in: Alexander von Brill: Mathematische Modelle, o. J. [Sammelband], S. 69–70, Fachbibliothek Mathematik und Physik, Bereich Mathematik, Inventarnummer: 100/3. Online: <http://idb.ub.uni-tuebingen.de/diglit/BRILL>

Vogel, Peter: Ueber die Curven vierter Ordnung vom Geschlechte eins, Univ. Diss. Erlangen 1880

Wiener, Christian: Über Vielecke und Vielfache, Leipzig 1864

Wiener, Christian: Stereoscopische Photographien des Modelles einer Fläche dritter Ordnung mit 27 reellen Geraden. Mit erläuterndem Texte, Leipzig 1869

Wiener, Christian: [Werbeanzeige], in: Mathematische Annalen, 1869, Bd. 1, Heft 3

Wiener, Christian: Die Begründung der Sittenlehre und ihre geschichtliche Entwicklung, Darmstadt 1879

Wiener, Christian: Kleinere Mittheilungen. VIII. Die Abhängigkeit der Rückkehrelemente der Projectionen einer unebenen Curve von denen der Curve selbst, in: Zeitschrift für Mathematik und Physik, Bd. 25, Heft 2, 1880

Wiener, Christian: Lehrbuch der darstellenden Geometrie, 2 Bde., Leipzig 1884 und 1887

Wiener, Christian: Die Helligkeit des klaren Himmels und die Beleuchtung durch Sonne, Himmel und Rückstrahlung, Halle 1900

Wiener, Hermann; s.v. [mit Erlaubnis] Wiener, Christian, in: Historische Kommission bei der Bayerischen Akademie der Wissenschaften (Hg.): Allgemeine Deutsche Biographie, Bd. 42, 1897

Wiener, Hermann: Die Einteilung der ebenen Kurven und Kegel dritter Ordnung in 13 Gattungen, Halle a. S. 1901, (Mathematische Abhandlungen aus dem Verlage mathematischer Modelle von Martin Schilling in Leipzig, Neue Folge 2)

Wiener, Hermann: H. Wieners Sammlung mathematischer Modelle, Leipzig 1905

Wiener, Hermann: [Werbeanzeige], in: Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung, 1906, Bd. 15

Wiener, Hermann: Abhandlungen zur Sammlung mathematischer Modelle, Bd. 1, Heft 1, Leipzig 1907

Wiener, Hermann; Treutlein, Peter: Verzeichnis mathematischer Modelle. Sammlungen H. Wiener & P. Treutlein, Leipzig 1912



Friedrich Kölmel:
Kugeln aus Gips und Holz
zur Aufzeichnung von
Durchschnittskurven
mit Kegeln 3. Ordnung,
Joseph Kreittmayr, um 1885,
MNF-Ma-A177

Literatur

Academic Deutsch: URL: <http://deacademic.com/dic.nsf/dewiki/240881> (09.12.2017)

Agricola, Ilka; Friedrich, Thomas: Elementargeometrie. Fachwissen für Studium und Mathematikunterricht, Wiesbaden 2015

Archive.today: Deutsche Mathematiker-Vereinigung: URL: <https://archive.is/jNnX1> (15.12.2017)

Arslan, Edoardo: Venezia Gotica. L'architettura civile, Milano 1996

Artmann, Benno: Symmetry through the ages: Highlights from the history of regular polyhedra, in: Joby Milo (Hg.): Eves' Circles (Mathematical Association of America), Washington D.C. 1994

Axis, Mundi: Architecture, URL: <http://axismundi.com/polyhedra-house/> (09.12.2017)

Baldwin, Neal: Man Ray: American Artist, New York 1988

Barr, Alfred: Cubism and Abstract Art, New York 1936

Barth, Wolf: Algebraische Flächen, in: Gerd Fischer (Hg.): Mathematische Modelle, Braunschweig/Wiesbaden 1986

Baudrillard, Jean: Le système des objets, Paris 1968

Baynes, Thomas Spencer; Robertson Smith, William (Hg.): Mathematical drawing and modelling, in: The Encyclopaedia Britannica: A Dictionary of Arts, Sciences, and General Literature, Bd. 15, 1875–1889

Betsch, Gerhard: Alexander von Brill (1842–1935), in: Volker Schäfer (Hg.): Bausteine zur Tübinger Universitätsgeschichte, Folge 3, Tübingen 1987

Betsch, Gerhard: Geodaetische auf einem 1-schaligen Rotationshyperboloid, in: D. Ludwig, C. Weber, O. Zauzig (Hg.): Das materielle Modell, Objektgeschichten aus der wissenschaftlichen Praxis, Paderborn 2014

Beutelspacher, Albrecht; Rosenbaum, Ute: Projektive Geometrie, Wiesbaden 2004

Breton, André: Surrealism and painting (Übers. a. d. Frz. von S. W. Taylor), London 1972

Caspar, Max: Bibliographia Kepleriana, München 1968

Catalan, Eugène Charles: URL: <http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/history/Biographies/Catalan.html> (09.12.2017)

Department of Mathematics: Mathematics Genealogy Project, North Dakota State University, Fargo, North Dakota, URL: <https://www.genealogy.math.ndsu.nodak.edu/id.php?id=134936> (29.11.2017)

Deutsches Museum: URL: www.deutsches-museum.de/archiv/bestaende/firmenschriften/j/#c8015 (11.11.2017)

Diemer, Dorothea: Gedrechselte Elfenbeine, in: Die Münchner Kunstkammer (Philosophisch-Historische Klasse Abhandlungen, NF H. 129, Bd. 3, Aufsätze und Anhänge), hg. von der Bayerischen Akademie der Wissenschaften, München 2008

Diesel, Eugen: Jahrhundertwende. Gesehen im Schicksal meines Vaters, Stuttgart 1949

Digitales Archiv Mathematischer Modelle: URL: <https://mathematical-models.org/models/view/557> (16.11.2017)

Eberman, Paul: Seminarvortrag Differentialgeometrie: Rotationsflächen konstanter Gaußscher Krümmung, 2002, URL: <https://www.math.hu-berlin.de/~ebermann/rotation/Rotation-ausgabe.pdf> (02.11.2017)

Fenyvesi, Kristóf; Lähdesmäki, Tuuli (Hg.): Aesthetics of Interdisciplinarity: Art and Mathematics, Basel 2017

Field, Judith Veronica: Kepler's geometrical cosmology, London 1988

Finsterbusch, Stephan: Die ersten Diesel-Modelle, in: Frankfurter Allgemeine Magazin, August 2017 (Auto Spezial), S. 42–43

Finsterbusch, Stephan: Mathe zum Anfassen, in: Frankfurter Allgemeine Woche, Nr. 39, 22. September 2017, S. 58–61

Fischer, Gerd (Hg.): Mathematische Modelle: Aus den Sammlungen von Universitäten und Museen / Mathematical Models: From the Collections of Universities and Museums, 2 Bde., Kommentarband und Bildband, Braunschweig/Wiesbaden 1986

Gibson, James J.: Théorie de la perception picturale, in: Gyorgy Kepes (Hg.): Signe, Image, Symbole, Brüssel 1968 (engl.: New York 1965)

Glaeser, Georg; Polthier, Konrad: Bilder der Mathematik, Heidelberg 2009

Gorski, Hans-Joachim; Müller-Philipp, Susanne: Polyeder, in: Leitfaden Geometrie, Wiesbaden 2014

Gottwald, Siegfried [u. a.] (Hg.): Rohn, Karl, in: Lexikon bedeutender Mathematiker, Thun 1990

Göttinger Sammlung mathematischer Modelle und Instrumente, URL: <http://modellsammlung.uni-goettingen.de/index.php?lang=de&r=1&sr=18> (02.11.2017)

Greiner, Bernhard A.: Römische Dodekaeder. Untersuchungen zur Typologie, Herstellung, Verbreitung und Funktion, in: Carnuntum Jahrbuch, 1995 (1996)

Haag, Sabine: Meisterwerke der Elfenbeinkunst, Wien [u.a.] 2007, (Kurzführer durch das Kunsthistorische Museum, 8)

Hammer, Martin; Lodder, Christine: Hepworth and Gabo: a constructivist dialogue, in: David Thistlewood (Hg.): Barbara Hepworth Reconsidered, Liverpool 1996

Hashagen, Ulf: Walther von Dyck (1856–1934). Mathematik, Technik und Wissenschaftsorganisation an der TH München (München, Univ. Diss., 2001), Stuttgart 2003

Hashagen, Ulf: Die Mathematik und ihre Assistenten an der TH München (1868–1918), in: Gauss Symposium (2: 1993: München): Proceedings of the 2nd Gauss Symposium, hg. von Minaketan Behara, Rudolf Fritsch, Rubens G. Lintz, Berlin/New York 1995

Haussherr, Reiner: Beobachtungen an den Illustrationen zum Buche Genesis in der Bible moralisée, in: Reiner Haussherr: Bible moralisée, Prachthandschriften des hohen Mittelalters, gesammelte Schriften von Reiner Haussherr, Hg. Eberhard König u.a., Petersberg 2009

Hedgecoe, John; Moore, Henry: Henry Spencer Moore, New York 1968

Henderson, Linda: The Fourth Dimension and Non-Euclidean Geometry in Modern Art, Princeton 1983

Hoffmann, Hans P.: Die Welt als Wendung. Zu einer Literarischen Lektüre des Wahren Buches vom südlichen Blütenland (Zhuangzi), Wiesbaden 2001

Horsten, Martin: Über Radiolaren und drehelnde Fürsten, Anmerkungen zum Verhältnis von Naturwissenschaft und Kunst, in: Regel und Ausnahme, Festschrift für Hans Holländer, Hg. Heinz Herbert Mann, Aachen [u.a.] 1995

Hundert Jahre Mathematisch-naturwissenschaftliche Fakultät [der Eberhard-Karls-Universität zu Tübingen]. Dokumente Instrumente, Modelle; eine Ausstellung der Fakultät, Tübingen 1963 (Tübinger Kataloge, 8)

Ihme, Heinrich: Südwestdeutsche Persönlichkeiten, 2 Bde., Stuttgart 1988

Jean, Marcel; Mezei, Arpad: The history of surrealist painting (Übers. a. d. Frz. von S. W. Taylor), London 1960

Jochem, Gerhard: Dr. Isaak Bacharach, Konrektor des Technikums Nürnberg, von G. Jochem Zeitgeschichtler und Archivar in Nürnberg, URL: http://www.rijo.homepage.t-online.de/de_nu_index.html (15.11.2017)

Kammel, Frank Matthias (Hg.): Leibniz und die Leichtigkeit des Denkens. Historische Modelle: Kunstwerke, Medien, Visionen. Ausst. Kat. Germanisches Nationalmuseum, Nürnberg 2016

Kemp, Martin: The Science of Art. Optical themes in western art from Brunelleschi to Seurat, New Haven/London 1990

Kidwell, Peggy: American mathematics viewed objectively: The case of geometric models, in: Ronald Calinger (Hg.): Vita Mathematica (Mathematical Association of America), Washington D.C. 1996

Klein, Felix Christian: Website der Universität Bonn: URL: <https://www.hcm.uni-bonn.de/de/about-hcm/mathematics-in-bonn/history-of-mathematics-in-bonn/about-felix-klein/> (27.11.2017)

Lodder, Christina; Hammer, Martin: Constructing Modernity: The Art and Career of Naum Gabo, New Haven 2000

Lordick, Daniel: Die Sammlung Mathematischer Modelle, in: Sammlungen und Kunstbesitz (Hg. Technische Universität Dresden, Klaus Mauersberger), Dresden 2015

Ludwig, David; Weber, Cornelia; Zauzig, Oliver (Hg.): Das materielle Modell. Objektgeschichten aus der wissenschaftlichen Praxis, Paderborn 2014

MacDonald Coxeter, Harold Scott: Projective Geometry, Blaisdell 1964 (New York/Dordrecht/Heidelberg/London 1987)

Man Ray – human equations, a journey from mathematics to Shakespeare [in conjunction with the exhibition ... the Phillips Collection, Washington, D.C. February 7 - May 10, 2015, Ny Carlsberg Glyptotek, Copenhagen, June 11 - September 20, 2015, The Israel Museum, Jerusalem, October 20, 2015 - January 23, 2016], Ostfildern 2015

Merjian, Ara H.: Giorgio de Chirico and the Metaphysical City: Nietzsche, Modernism, Paris/New Haven 2014

Miyazaki, Koji: Polyeder und der Kosmos. Spuren einer mehrdimensionalen Welt, Braunschweig/Wiesbaden 1987

Müller, Kurt P.: Raumgeometrie. Räumphänomene – Konstruieren – Berechnen, Wiesbaden 2000

Münchner Modellsammlung: URL: <http://www.universitaetssammlungen.de/sammlung/1131> (26.01.2018)

Ohly, Friedrich: Deus Geometra. Skizzen zur Geschichte einer Vorstellung von Gott, in: Norbert Kamp, Joachim Wollasch (Hg.): Tradition als historische Kraft. Interdisziplinäre Forschungen zur Geschichte des frühen Mittelalters, Berlin/New York 1982

Parshall, Karen Hunger; Rowe, David E.: The emergence of the American mathematical research community, 1876–1900: J. J. Sylvester, Felix Klein, and E. H. Moore. Providence/RI [u.a.] 1994, (History of mathematics, 8)

Plump, Mechthild Ulrike: Julius Plücker – Leben und Werk eines analytischen Geometers im 19. Jahrhundert, Diss. Univ. Wuppertal 2014

Posch, Thomas: Johannes Kepler. Die Entdeckung der Weltharmonie, Darmstadt 2017

Raffel, Jana (Hg.): Wissenschaft(f)t Sammlungen – Geschichten aus den Sammlungen der Universität Leipzig, Leipzig 2016

Reckziegel, Helmut: Flächen konstanter Krümmung, in: Gerd Fischer (Hg.): Mathematische Modelle, Braunschweig/Wiesbaden 1986

Reich, Karin: Rohn, Karl Friedrich Wilhelm, in: Otto zu Stolbger-Wernigerode (Hg.): Neue deutsche Biographie, Berlin 2005, Bd. 22

Remmert, Volker R.; Schneider, Ute: Eine Disziplin und ihre Verleger. Disziplinultur und Publikationswesen der Mathematik in Deutschland, 1871–1949, Bielefeld 2010

Richter, Karin: Modelle wurden mir in den Vorlesungen unentbehrlich: zum 100. Todestag des Verlegers Martin Schilling der Modellfirma M. Schilling, in: Georg-Cantor-Vereinigung der Freunde und Förderer von Mathematik und Informatik an der Martin-Luther-Universität, Bd. 10, Halle (Saale) 2008

Richter, Karin et al.: Verborgene Schätze. Historische Sammlungen mathematischer Modelle, Halle (Saale) 2008

Roether, Eduard: Chronik der Buchdruckerei und des Verlages Eduard Roether in Darmstadt 1835–1960, Darmstadt 1960

Sammartini, Trudy: Steinböden in Venedig, München 2000

Seidl, Ernst: Wie Schönes Wissen schafft und Wissen Schönes schafft, in: Ernst Seidl, Thomas Beck, Frank Dürr (Hg.): Wie Schönes Wissen schafft, Tübingen 2013

Seidl, Ernst: Modelle – Funktionen – Relevanz. Materielle Modelle aus wissenschaftlichen Universitätssammlungen, in: Frank Matthias Kammel (Hg.): Nachdenken über Modelle, Nürnberg 2018

Sittauer, Hans L.: Nicolaus August Otto und Rudolf Diesel, Leipzig 1978 (Biographien hervorragender Naturwissenschaftler, Techniker und Mediziner, 32)

Spektrum-Online: URL: Geodätische Linie, <http://www.spektrum.de/lexikon/geowissenschaften/geodaetische-linie/5592> (08.12.2017)

Spektrum-Online: Mathematik im Surrealismus, URL: <http://www.spektrum.de/magazin/mathematik-im-surrealismus/830010> (20.11.2017)

Spektrum-Online: Traktrix, URL: <http://www.spektrum.de/lexikon/physik/traktrix/14678> (10.12.2017)

Sugimoto, Hiroshi: Hiroshi Sugimoto – Surface of the third order: October 28–December 23, 2011, The Pace Gallery, New York City 2011

Technische Hochschule München: Geschichte der Mathematik an der Technischen Hochschule München: URL: http://www.math.tum.de/foswiki/pub/UeberUns/Profil/Geschichte_der_Mathematik.pdf (20.11.2017)

Technische Universität Freiberg: URL: <http://www.mathe.tu-freiberg.de/%7Ehebisch/cafe/archimedische.html> (26.11.2017)

Teubner, Benedictus Gotthelf: Schreiben von B. G. Teubner an Alexander von Brill, Leipzig, den 1. Juli 1912; siehe Universitätsarchiv Tübingen: UAT 815/12.

Thiele, Rüdiger: Felix Klein in Leipzig, mit F. Kleins Antrittsrede Leipzig 1880, Leipzig 2011

Universität Dresden: Technische Universität Dresden, Regelfläche 4. Ordnung mit einer Doppelkurve 3. Ordnung und vier reellen Zwickpunkten URL: <http://www.math.tu-dresden.de/modellsammlung/karte.php?ID=557> (20.11.2017)

Universität Göttingen: Göttinger Sammlung mathematischer Modelle und Instrumente: URL: <http://modellsammlung.uni-goettingen.de/index.php?lang=de&r=4&sr=43> (27.11.2017); <https://www.uni-goettingen.de/de/74895.html> (23.11.2017); <http://www.math.uni-goettingen.de/historisches/klein.html> (10.12.2017)

Universität Halle (Saale): URL: <http://did2.mathematik.uni-halle.de/modell/modell.php?Nr=De-001> (24.11.2017)

Universität Halle-Wittenberg: Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg: URL: <http://did2.mathematik.uni-halle.de/modell/modell.php?Nr=Di-002> (27.11.2017)

Universität Neapel: Università degli Studi di Napoli Federico II URL: <http://www.dma.unina.it/~nicla.palladino/catalogo/Descrizioni/11%20125-132.htm> (27.11.2017)

Universität Groningen: University of Groningen: URL: http://www.math.rug.nl/models/Serie11_nr6.html (27.11.2017)

Universität Rostock: URL: <https://www.itmz.uni-rostock.de/anwendungen/multimedia/3d-scannen-3d-drucken/3d-scannen/beispiele/institut-fuer-mathematik/> (24.11.2017)

Universität Wien: URL: http://www.geometrie.tuwien.ac.at/modelle/models_show.php?mode=2&n=62&id=0 (24.11.2017)

Vierhaus, Rudolf (Hg.): Deutsche biographische Enzyklopädie (DBE), München 2007, Bd. 8

Vierling-Claassen, Angela: Models of Surfaces and Abstract Art in the Early Twentieth Century, in: Kristóf Fenyvesi, Tuuli Lähdesmäki (Hg.): Aesthetics of Interdisciplinarity: Art and Mathematics, Basel/Cham 2017

Vogel, Peter: URL: https://www.nuernbergwiki.de/index.php/Peter_Vogel (21.11.2017)

Wade, David: Geometrie und Kunst. Der Einfluss antiker Mathematik auf die Kunst der Renaissance, Kerkdriel 2017

Wagner, Monika u.a. (Hg.): Lexikon des künstlerischen Materials. Werkstoffe der modernen Kunst von Abfall bis Zinn, München 2010

Werner, Gabriele: Mathematik im Surrealismus. Man Ray, Max Ernst, Dorothea Tanning, Marburg 2002

Windmüller, Julian: Elsbeth Stoiber, Medical Artist, in: Edgar Bierende, Peter Moos, Ernst Seidl (Hg.): Krankheit als Kunst(form). Moulagen der Medizin, Tübingen 2016

Zahlten, Johannes: Die Erschaffung von Raum und Zeit in Darstellungen zum Schöpfungsbericht von Genesis 1, in: Raum und Raumvorstellungen im Mittelalter, Hg. Jan A. Aertsen, Andreas Speer, Berlin/New York 1997 (Miscellanea mediaevalia, 25)



Autorenverzeichnis

Dr. Gerhard Betsch, Akademischer Oberrat (AOR) a.D. am Fachbereich Mathematik der Universität Tübingen

Dr. Edgar Bierende, Sammlungscoordination am Museum der Universität Tübingen MUT

Daniel Aguila F. Bonow, Student der Kunstgeschichte und Anglistik/Amerikanistik im BA-Studiengang an der Universität Tübingen

JProf. Dr. Carla Cederbaum, Fachbereich Mathematik der Universität Tübingen

Hanna Gabriela Diedrichs gen. Thormann, Studentin der Kunstgeschichte und Studentische Hilfskraft im Masterprofil „Museum und Sammlungen“ (MuSa) an der Universität Tübingen

Karina Dipold M.A., Wissenschaftliche Volontärin am Museum der Universität Tübingen MUT

Michaela Gfrörer, Studentin der Kunstgeschichte (HF) und Klassische Archäologie (NF) im BA-Studiengang an der Universität Tübingen

Julian Günthner, Diplom-Jurist, Student im BA-Studiengang der Kunstgeschichte (HF) und Rechtswissenschaft (NF), zuvor Studienabschluss: Erste Juristische Prüfung 2016, akademischer Mitarbeiter am Lehrstuhl für Kriminologie, Straf- und Sanktionenrecht bei Professor Kinzig, Universität Tübingen

Henri Hoor, Student der Archäologie des Mittelalters im Masterprofil „Museum & Sammlungen“ (MuSa) an der Universität Tübingen, zuvor B.A. in Vor- und Frühgeschichtlicher Archäologie und Kunstgeschichte an der Universität Hamburg

Janine-Denise Lehleiter, Studentin der Kunstgeschichte im Masterstudiengang an der Universität Tübingen, zuvor B.A. im Studiengang Literatur-Kunst-Medien an der Universität Konstanz

Prof. Dr. Frank Loose, Fachbereich Mathematik der Universität Tübingen

Celia Maurer, Studentin der Kunstgeschichte im Masterstudiengang an der Universität Tübingen, B.A. in Museologie und materielle Kultur an der Julius-Maximilians-Universität in Würzburg

Sandra Müller, Studentin der Kunstgeschichte im Masterstudiengang mit dem Master-Schwerpunkt „Museum & Sammlungen“ (MuSa), zuvor B.A. im Studienfach Literatur-Kunst an der Universität Konstanz

Rebecca Rapp, Studentin der Kunstgeschichte im Masterstudiengang, B.A. in Kunstgeschichte und Philosophie an der Universität Tübingen

Katharina Rohmeder, Studentin im Master-Studiengang der Kunstgeschichte, B.A. in Kunstgeschichte und Kulturwissenschaft in Freiburg i.Br., freiberuflich tätig im Bereich Art Communications

Berenike Schleusener, Studentin der Kunstgeschichte und Informatik an der Universität Tübingen, Studentische Hilfskraft am Museum der Universität Tübingen MUT

Angelina Anna Schmidle, Studentin im Masterstudiengang der Ägyptologie im Masterprofil „Museum & Sammlungen“ (MuSa), B.A. in der Vorderasiatischen Archäologie und Ägyptologie an der Universität Tübingen, Aufsichts- und Führungskraft im MUT Alte Kulturen, Schloss Hohentübingen

Lea Schubert, FSJ-Kultur-Mitarbeiterin am Museum der Universität Tübingen MUT

Prof. Dr. Ernst Seidl, Direktor des Museums der Universität Tübingen MUT und Lehrstuhlinhaber für Museologie am Kunsthistorischen Institut der Universität Tübingen

Felicia Stahl, Studentin im Masterstudiengang der Archäologie des Mittelalters und der Kunstgeschichte, zuvor B.A. in der Ur- und Frühgeschichte sowie Archäologie des Mittelalters an der Universität Tübingen, Projektmitarbeiterin beim VD-18 an der Universitätsbibliothek Tübingen und Vorstandsmitglied im Verein zur Förderung der Archäologie des Mittelalters Hohentübingen e.V.

Dr. Sieghart Stangler, Akademischer Direktor a.D., zuletzt am Wilhelm-Schickard-Institut für Informatik der Universität Tübingen



Abbildungsnachweise

Die meisten Fotografien der mathematischen Modelle wurden von Valentin Marquardt/marquardt photography für das MUT angefertigt. In der Regel sind es die Objekte aus der Sammlung des Fachbereiches Mathematik der Universität Tübingen. Alle Bilder, für die unten kein Nachweis erfolgte, stammen von Valentin Marquardt. Trotz unserer Recherchebemühungen besteht in Einzelfällen die Möglichkeit, dass die Urheber von Bildvorlagen nicht ermittelt werden konnten. Berechtigten Ansprüchen kommen wir selbstverständlich im üblichen Rahmen nach. Die von uns bekannten Rechteinhaber werden nachfolgend aufgeführt.

Museum der Universität Tübingen, MUT: S. 21, Abb. 21; S. 83, Abb. 20; S. 239, Abb. 11; S. 270, Abb. 2

Mathematische Gesellschaft (Hamburg), Bildarchiv des Mathematischen Forschungsinstituts Oberwolfach: S. 22, Abb. 4, 5; S. 76, Abb. 9; S. 77, Abb. 11

Portraitsammlungen UB Tübingen: S. 23, Abb. 6, 7; S. 40, 46, 68, Abb. 1; S. 71, Abb. 3; S. 91, Abb. 2; S. 93, Abb. 4

Hessisches Staatsarchiv Darmstadt: S. 25, Abb. 8; S. 90, Abb. 1

Edgar Bierende/MUT: S. 26, Abb. 9; S. 109, Abb. 9; S. 117, Abb. 16; S. 248, Abb. 2; S. 280, Abb. 3.1, 3.2; S. 317, Abb. 3; S. 334, Abb. 5; S. 335, Abb. 6; S. 342, Abb. 7

Archiv TU München: S. 27, Abb. 10; S. 94, Abb. 5; S. 95, Abb. 6, 7; S. 96, Abb. 8

Frank Dürr, Milena Mandausch/MUT: S. 29, Abb. 11

ETH Zürich: S. 53, Abb. 5

Biblioteca Ambrosiana, Mailand, <https://www.maa.org/press/periodicals/convergence/leonardo-da-vincis-geometric-sketches>: S. 70, Abb. 2; S. 138, Abb. 7

Wikimedia.org: S. 73, Abb. 7; S. 352, Abb. 2; S. 353, Abb. 3; S. 367, Abb. 7

KIT- Archiv Karlsruhe: S. 78, Abb. 12; S. 189, Abb. 3

Karen Hunger Parshall; David E. Rowe: The emergence of the American mathematical research community, 1876–1900: J. J. Sylvester, Felix Klein, and E. H. Moore. Providence/RI [u.a.] 1994, (History of mathematics, 8), S. 171: S. 79, Abb. 14; S. 98, Abb. 12

Ulf Hashagen: Walther von Dyck (1856–1934). Mathematik, Technik und Wissenschaftsorganisation an der TH München (München, Univ. Diss., 2001), Stuttgart 2003, o. S.: S. 80, Abb. 15

Fachbereich Mathematik, Universität Tübingen: S. 93, Abb. 3; S. 110, Abb. 4; S. 134, Abb. 2; S. 191, Abb. 5.1, 5.2; S. 309, Abb. 5.1; S. 311, Abb. 5.2; S. 317, Abb. 3

Eduard Roether: Chronik der Druckerei und des Verlages Eduard Roether in Darmstadt, Darmstadt 1960, S. 11: S. 98, Abb. 11

Göttinger Digitalisierungszentrum (GDZ) der Niedersächsischen Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen: S. 99, Abb. 13; S. 108, Abb. 8; S. 113, Abb. 13; S. 116, Abb. 15; S. 192, Abb. 6; S. 198, Abb. 5; S. 213, Abb. 3; S. 226, Abb. 8; S. 232, Abb. 2; S. 255, Abb. 3; S. 284, Abb. 11; S. 291, Abb. 6; S. 296, Abb. 5; S. 312, Abb. 6

UB Tübingen, <http://idb.ub.uni-tuebingen.de/diglit/BRILL>: S. 104, Abb. 2; S. 214, Abb. 5; S. 215, Abb. 6; S. 263, Abb. 3; S. 279, Abb. 2; S. 364, Abb. 4; S. 366, Abb. 6

Bayerische Staatsbibliothek München, urn:nbn:de:bvb:12-bsb10541590-6: S. 107, Abb. 7

Digitalisierungszentrum der Universitätsbibliothek Tübingen: S. 122, Abb. 1; S. 125, Abb. 2; S. 319, Abb. 5; S. 321, Abb. 6

Sebastian Gabler/MUT: S. 128, Abb. 2; S. 130, Abb. 3; S. 131, Abb. 4; S. 135, Abb. 3, 4

Österreichische Nationalbibliothek, Wien: S. 132, Abb. 1



Römermuseum Avenches, Schweiz, <https://www.aventicum.org/de/roermuseum/dauerausstellung/ausstellung-stock-1>: S. 136, Abb. 5

Trudy Sammartini: Steinböden in Venedig, Hirmer München, 2000, S. 24: S. 138, Abb. 6

Sammlung Schloss Ambras, Kunsthistorisches Museum Wien, www.khm.at/de/object/2e7ef7acb4/: S. 139, Abb. 8

Metropolitan Museum, New York: S. 140, Abb. 9; S. 141, Abb. 10; S. 173, Abb. 6

Wilhelm-Lehmbruck-Museum, Duisburg: S. 144, Abb. 13

© VG Bild-Kunst, Bonn 2018: S. 144, Abb. 14

Michael Steinle, 2003: S. 145, Abb. 16

Ernst Seidl/MUT: S. 146, Abb. 17

© Hiroshi Sugimoto, courtesy Gallery Koyanagi, Tokio and courtesy Fraenkel Gallery, San Francisco: S. 147, Abb. 18; S. 148, Abb. 19; S. 149, Abb. 20; S. 150, Abb. 21

Mathematisches Institut der Universität Göttingen: S. 160, Abb. 2; S. 161, Abb. 3

Max Caspar (Hg.) Gesammelte Werke / Johannes Kepler, München 1938: S. 172, Abb. 5

Johannes Kepler, Wilhelm Schickard: Keplers Weltharmonik, 1619, S. 74: S. 174, Abb. 7

Science Museum, London: S. 179, Abb. 5

Bayerische Staatsbibliothek, München, <http://www.mdz-nbn-resolving.de/urn/resolver.pl?urn=urn:nbn:de:bvb:12-bsb11336970-3>: S. 205, Abb. 5.1; S. 206, Abb. 5.2; S. 207, Abb. 5.3; S. 208, Abb. 6

http://www.mathepedia.de/Die_Traktrix.aspx: S. 216, Abb. 8

Universitätsarchiv Leipzig: S. 224, Abb. 5

SLUB, Dresden, <http://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:bsz:14-db-id3724865412>: S. 238, Abb. 10; S. 256, Abb. 4

T. Kohno/2015 Graduate School of Mathematical Sciences der Universität Tokio: S. 242, Abb. 2.1

K. Asou/2008 Graduate School of Mathematical Sciences der Universität Tokio: S. 242, Abb. 2.2

Lutz Liebert/TU Dresden: S. 270, Abb. 2; S. 291, Abb. 5

Jutta Niebauer/TU München 2017: S. 271, Abb. 3; S. 365, Abb. 5

E. Bianchi; N. Righi; M.C. Terzaghi: Der Dogenpalast in Venedig, Mailand 1997, S. 13: S. 273, Abb. 6

Musée national d'art moderne, Paris, Inv.: AM 1994-393 (6976), © Man Ray Trust / Adagp, <https://collection.centrepompidou.fr/#/artwork/15000000054201>: S. 289, Abb. 3

Gabriele Werner: Mathematik im Surrealismus. Man Ray, Max Ernst, Dorothea Tanning, Marburg 2002: S. 290, Abb. 4

Bayerische Staatsbibliothek, München, <http://www.mdz-nbn-resolving.de/urn/resolver.pl?urn=urn:nbn:de:bvb:12-bsb10485816-1>: S. 318, Abb. 4

© Stadtarchiv Tübingen: S. 321, Abb. 7

Gemäldegalerie Alte Meister, Dresden: S. 327, Abb. 9

Gerd Fischer (Hg.): Mathematische Modelle, Braunschweig/Wiesbaden 1986, Bildband, S. 118, Nr. 121: S. 332, Abb. 3

Unbekannter Autor:
Kreiskegel, auf Veranlassung
von A. von Brill,
Brill-Serie 6, Nr. 5, 1880,
MNF-Ma-A32



SLUB, Dresden, <http://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:bsz:14-db-id3724797155>: S. 333, Abb. 4

SLUB, Dresden, <http://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:bsz:14-db-id3724779411>: S. 339, Abb. 4; S. 340, Abb. 5

Louvre, Département des Peintures, Paris: S. 346, Abb. 2

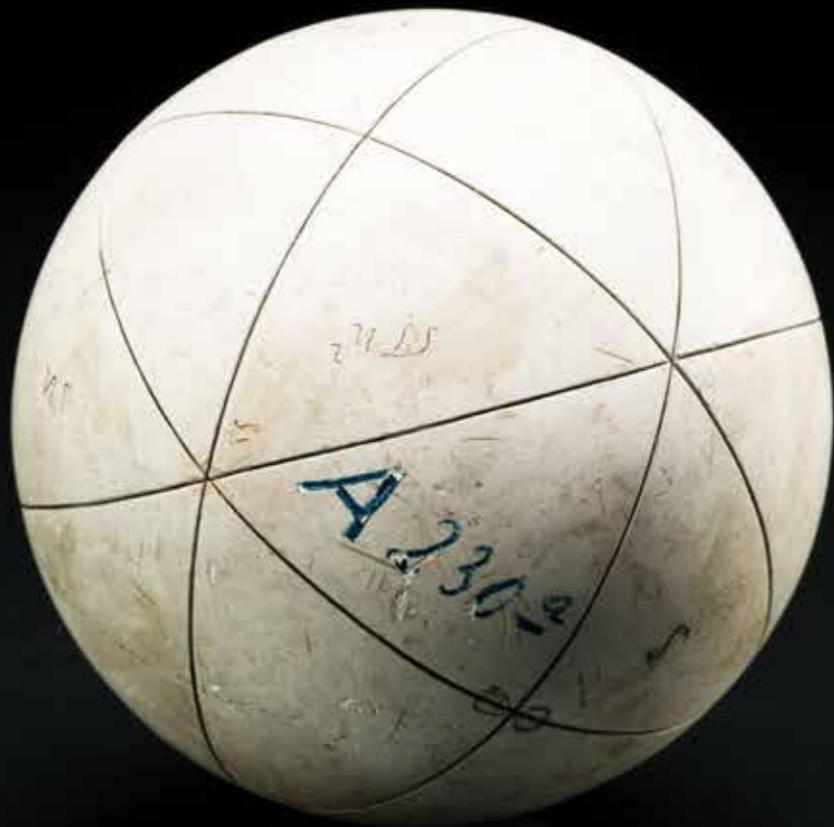
Smithsonian Institution, Washington D.C.: S. 362, Abb. 2; S. 363, Abb. 3



Dank

Neben den Autorinnen und Autoren sowie Mitarbeitern an der Publikation haben uns zahlreiche Kolleginnen und Kollegen auf vielfältige Weise unterstützt. Allen sei hier herzlich gedankt:

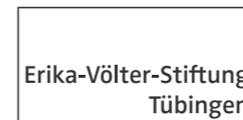
Laurent Bartholdi, DMA, École Normale Supérieure, Paris/Frankreich und Mathematisches Institut, Universität Göttingen
Thomas Beck M.A., ehem. Museum der Universität Tübingen MUT und Berlin
Dr. Gerhard Betsch, AOR a.D., Fachbereich Mathematik, Universität Tübingen
Christian Bornefeld M.A., ehem. Museum der Universität Tübingen MUT und Köln
Tamara Bühler, Museum der Universität Tübingen MUT
Hanna G. Diedrichs gen. Thormann, Museum der Universität Tübingen MUT und Universität Zürich
Susanne Dietel, Bereich Sondersammlungen, Digitalisierung, Universitätsbibliothek Leipzig
Dr. Peter Engels, Stadtarchiv Darmstadt
Dr. Ursula Eymold, Leiterin der Sammlung Stadtkultur/Volkskunde, Münchner Stadtmuseum
Stefan Fink M.A., Universitätsarchiv Tübingen
Prof. Dr. Gerd Fischer, TU München – Zentrum Mathematik, Lehrstuhl für Geometrie und Visualisierung (M10), Garching
Sebastian Gabler, Museum der Universität Tübingen MUT
Jörg Josef Götz M.A. mult., Wissenschaftlicher Volontär 2015–17 am Museum der Universität Tübingen MUT
Eva Haberkorn, Hessisches Staatsarchiv Darmstadt
Angelika Handschuck, Archiv, Universität Göttingen
PD Dr. Ulf Hashagen, Forschungsinstitut für Technik- und Wissenschaftsgeschichte, Deutsches Museum, München
Prof. Dr. Christian Hainzl, Fachbereich Mathematik, Universität Tübingen
Susanne Hempel, Fachbibliothek Mathematik und Physik, Universität Tübingen
Olaf Hillert, Stadtarchiv Leipzig
Eva Maria Hölzl M.A., Archiv der Technischen Universität München TUM
Ralf Jacob, Stadtarchiv, Halle (Saale)
Midori Kasamatsu, Koyanagi Gallery, Tokio/Japan
Prof. Dr. Ina Kersten, Mathematisches Institut, Universität Göttingen
Dr. Regina Keyler, Universitätsarchiv Tübingen
Dr. Thekla Kluttig, Sächsisches Staatsarchiv, Leipzig
Bettina Knabl, Bayerisches Hauptstaatsarchiv München
Sabrina Koch, Museum der Universität Tübingen MUT
Dr. Gabriele Kübler, Stiftung für konkrete Kunst SKK, Reutlingen
Dr. Wilfried Lagler, Universitätsbibliothek Tübingen
Elke Leinenweber, Archiv, Karlsruher Institut für Technologie (KIT)
Hannah Liesenfeld, FSJ-Kultur 2016–17 im Museum der Universität Tübingen MUT
Prof. Dr.-Ing. Daniel Lordick, Institut für Geometrie, TU Dresden
Jens Maier, Maierlighting, Tübingen
Milena Mandausch, FSJ-Kultur 2016–17 im Museum der Universität Tübingen MUT
Albrecht Messer, Bayerisches Nationalmuseum München
Peter Moos M.A., Datenmanagement Museum der Universität Tübingen MUT
Sandy Muhl, Sekretariat, Universitätsarchiv Leipzig
Bärbel Mund, Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen
Mireille Murkowski, Digitalisierungszentrum, Universitätsbibliothek Tübingen
Jutta Niebauer, TU München – Zentrum Mathematik, Lehrstuhl für Geometrie und Visualisierung (M10), Garching
Dr. Klaus Nippert, Archiv, Karlsruher Institut für Technologie (KIT)
Robert Päßler, Dipl. Math., Institut für Geometrie, Technische Universität Dresden
Charlotte Pfirrmann, ehem. Museum der Universität Tübingen MUT und Rom/Italien
Stephan Potengowski, Potengowski Formgebung, Kirchentellinsfurt
Prof. Dr. Dr. Jürgen Richter-Gebert, TU München, Lehrstuhl für Geometrie und Visualisierung (M10)
Rebecca Robertson, Fraenkel Gallery, San Francisco/USA
Dr. Lars Schneider, Fachbereich Mathematik, Universität Tübingen
Dr. Kerstin Weinl, Universitätsbibliothek, Technische Universität München
Dr. Matthias Weniger, Bayerisches Nationalmuseum München
Henry Wilke und Kollegen, Oberpedell, Universität Tübingen
Julian Windmüller M.A., ehem. Museum der Universität Tübingen MUT und Lüneburg
Antje Zacharias, Stadtarchiv Tübingen
Daniel Zinser, FSJ-Kultur 2015–16 im Museum der Universität Tübingen MUT und Karlsruhe



Unbekannter Autor:
Die den regulären Polyedern
entsprechenden regulären
Gebietseinteilungen auf der
Kugel, Brill-Serie 17,
Nr. 6a, 1888,
MNF-Ma-A230A

Förderer

Wir danken unseren Unterstützern



Wenn auch Sie die Sammlungen der Universität Tübingen mit ihrem reichen wissenschaftlichen und kulturgeschichtlichen Erbe erhalten und uns in unserer Arbeit unterstützen möchten, so würden wir uns freuen. Bitte wenden Sie sich hierzu direkt an uns: 07071-29-74134. Wir danken Ihnen schon jetzt für Ihr Engagement.



Alexander von Brill:
Ellipsoid, 1874
MNF-Ma-A8a-6

Impressum

Mathematik mit Modellen.
Alexander von Brill und die Tübinger Modellsammlung

Herausgeber
Ernst Seidl, Frank Loose, Edgar Bierende

(I.d.R. Schriften des Museums der Universität Tübingen MUT,
hg. von Bernd Engler und Ernst Seidl, Band 16)

Redaktion
Edgar Bierende, Lea Schubert, Ernst Seidl

Gestaltung
Frank Dürr, Lars Krause

Modellfotografien
Valentin Marquardt

Schriften
Zwo OT, Calibri

Papier
LuxoArt Samt

Druck
Gulde Druck, Tübingen

© 2018 Museum der Universität Tübingen MUT



Museum der Universität Tübingen MUT
Schulberg 2
72070 Tübingen

www.unimuseum.de

ISBN 978-3-9819182-0-5

„DEN VORLESUNGEN ÜBER GEOMETRIE ENTSTAND IN DEN MODELLEN VON FLÄCHEN
UND KURVEN IN GIPS, FÄDEN, DRAHT EIN NEUES HILFSMITTEL, DAS, IGNORIERT UND VERACHTET
VON DEN ANALYTIKERN, SICH ALS WERTVOLLES INSTRUMENT ZUR PFLEGE
DER ANSCHAUUNG UND ZUR ANREGUNG NEUER FRAGESTELLUNGEN ERWIES.“

ALEXANDER VON BRILL, IN: TÜBINGER CHRONIK, 2. AUGUST 1932

